10. Rasti: 1) Žemės kampinio sukimosi; 2) laikrodžio valandinės rodyklės; 3) laikrodžio minutinės rodyklės; 4) kosminės stoties, kuri skriedama apskritimine orbita, aukštyje $h = 200$ km apie Žemę apsisuka per $T = 88$ min, kampinius greičius. Žemės spindulys $R = 6370$ km.

Sprendimas

1) Kadangi Žemė pilnai apsisuka per 24 valandas, tai

$\omega_{Ž} = 2\pi/24\cdot3600 = 7{,}27\cdot10^{-5}$ rad/s;

2) Laikrodžio valandinė rodyklė pilnai apsisuka per 12 val.

$\omega_{L} = 2\pi/12\cdot3600 = 1{,}45\cdot10^{-4}$ rad/s;

3) Laikrodžio minutinė rodyklė apsisuka per 60 minučių

$\omega_{m} = 2\pi/3600 = 1{,}74\cdot10^{-3}$ rad/s;

4) Kosminės stoties kampinis greitis

$\omega_{K} = 2\pi/88\cdot60 = 1{,}19\cdot10^{-3}$ rad/s,

o linijinis greitis

$v = \omega_{K}\cdot(R + h) = 1{,}19\cdot10^{-3}\cdot(6370 + 200) = 7{,}82$ km/s.

Ats.: $\omega_{Ž} = 7{,}27\cdot10^{-5}$ rad/s; $\omega_{L} = 1{,}45\cdot10^{-4}$ rad/s; $\omega_{m} = 1{,}74\cdot10^{-3}$ rad/s;
$\omega_{K} = 1{,}19\cdot10^{-3}$ rad/s; $v = 7{,}82$ km/s.

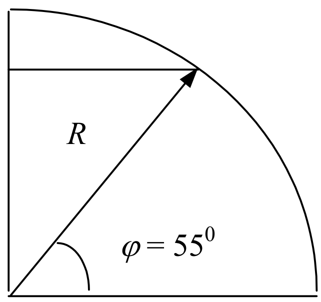
11. Rasti Žemės paviršiaus taškų, esančių ekvatoriuje ir $\varphi = 55^0$ platumoje (Vilnius), linijinius greičius.

Sprendimas

Taško, esančio platumoje φ (7 pav.), linijinis greitis

$v = \omega_{Ž}\cdot r = \omega_{Ž}\cdot R\cdot\cos\varphi =$
$= 7{,}27\cdot10^{-5}\cdot6{,}37\cdot10^{6}\cdot\cos55^0 = 265{,}6$ m/s.

Ats.: $v = 265{,}6$ m/s.



7 pav.

12. Ašis su dviem diskais, tarp kurių nuotolis $l = 0{,}5$ m, sukasi kampiniu greičiu atitinkančiu dažnį $\nu = 1600$ aps/min. Kulka, lėkdama lygiagrečiai sukimosi ašiai, pramuša abu diskus. Kulkos skylutė antrame diske pasislinkusi atžvilgiu skylutės pirmame diske kampu $\varphi = 12^0$. Rasti kulkos greitį.

Sprendimas

Diskų sukimosi kampinis greitis:

$\omega = 2\pi\nu$

Kulka, laiko momentu $t = 0$ pramušusi pirmąjį diską (8 pav.), lekia iki antrojo disko ir pataiko į jį po laiko

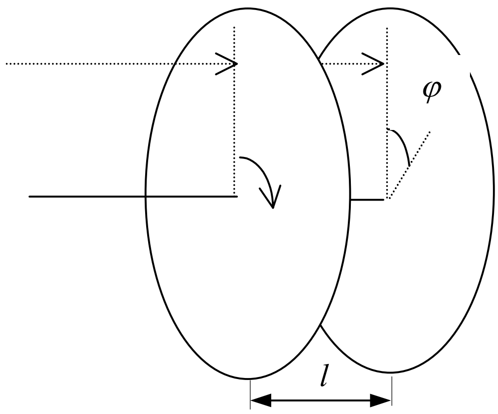
$t = l/\mathrm{v}$,

per kurį diskai pasisuka kampu

$\varphi = \omega t = \omega l/\mathrm{v} = 2\pi\nu l/\mathrm{v}$.

Taigi, greitis, kuriuo lekia kulka, bus

$$\mathrm{v} = \frac{2\pi\nu l}{\varphi} = \frac{2\pi \cdot 1600 \cdot 0{,}5}{\frac{\pi}{15} \cdot 60} = 400\,(\mathrm{m/s})\,.$$



8 pav.

Ats.: v = 400 m/s.

13. Ratas, sukdamasis tolygiai greitėjančiai po $N = 10$ apsisukimų nuo sukimosi pradžios įgijo kampinį greitį $\omega = 20$ rad/s. Rasti rato sukimosi kampinį pagreitį ε.

Sprendimas

Kadangi ratas sukasi tolygiai greitėdamas, jo spindulio kampas, atžvilgiu pradinės padėties pradiniu laiko momentu $t = 0$, kinta pagal dėsnį

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}\,,$$

o kampinis sukimosi greitis:

$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$,

tai iš šių sąryšių, kai $\omega_0 = 0$, gauname:

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}\,,\; t = \frac{\omega}{\varepsilon}\,.$$

Taigi, kadangi $\varphi = 2\pi N$, tai

$$2\pi N = \frac{\omega^2}{2\varepsilon}\,,$$

iš čia

$$\varepsilon = \frac{\omega^2}{4\pi N} = 3{,}2\;\;(\mathrm{rad/s^2}).$$

Ats.: $\varepsilon = 3{,}2$ rad/s.

14. Ventiliatorius sukasi 900 aps/min. kampiniu greičiu. Jį išjungus, ventiliatorius iki sustojimo apsisuka $N = 75$ kartus. Rasti, koks buvo ventiliatoriaus kampinis pagreitis po išjungimo ir kiek laiko praėjo nuo ventiliatoriaus išjungimo momento iki sustojimo.

Sprendimas

Iš sąryšio

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\,\varphi\,,$$

kadangi pradinis kampinio sukimosi greitis ν_0 = 900 aps/min. = 15 aps/s, o $\nu = 0$, gauname

$$\varepsilon = -\frac{\omega_0^2}{2\varphi} = -\frac{(2\pi\nu_0)^2}{4\pi N} = -\frac{\pi(15)^2}{75} = -9{,}42\,(\text{rad/s}^2).$$

Tada laikas, per kurį ventiliatorius sustoja, bus

$$t = \frac{\omega_0}{|\varepsilon|} = \frac{2\pi\nu_0}{|\varepsilon|} = 10\ \text{(s)}.$$

Ats.: ε = - 9,42 rad/s^2; t = 10 s.

15. Ratui, besisukant tolygiai lėtėjančiai, per 1 min. jo sukimosi kampinis greitis sulėtėjo nuo ν_0 = 300 aps/min. iki ν = 180 aps/min. Rasti rato sukimosi kampinį pagreitį ir apsisukimų skaičių.

Sprendimas

Kadangi duoti pradinis sukimosi dažnis ir dažnis po to, kai ratas 1 min. sukosi tolygiai lėtėdamas, tai kampinį pagreitį rasime iš

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon\, t,$$

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{2\pi(\nu - \nu_0)}{t} = \frac{2\pi(3-5)}{60} = -\frac{\pi}{15} = -0{,}209\,(\text{rad/s}^2).$$

Į formulę

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\,\varphi$$

įstatę sąryšį $\varphi = 2\pi N$ ir ε išraišką, ir išreiškę N, gauname apsisukimų skaičių

$$N = \frac{4\pi^2(\nu^2 - \nu_0^2)}{4\pi\varepsilon} = \frac{\pi\, t\,(\nu - \nu_0)(\nu + \nu_0)}{2\pi(\nu - \nu_0)} = \frac{t\,(\nu + \nu_0)}{2} = \frac{60\cdot(3+5)}{2} = 240\,(\text{aps}).$$

Ats.: ε = - 0,209 rad/s^2; N = 240 aps.

16. Taškas juda apskritimu taip, kad jo kelio priklausomybė nuo laiko aprašoma lygtimi: $s(t) = A + B\cdot t + C\cdot t^2$, kur $B = -2$ m/s, $C = 1$ m/s^2. Rasti taško greitį, tangentinį, normalinį ir visą pagreitį po $t = 3$ s nuo judėjimo pradžios, jeigu žinoma, kad normalinis taško pagreitis laiko momentu $t_1 = 2$ s lygus $a_n(2) = 0{,}5$ m/s^2.

Sprendimas

Norint surasti apskritimu judančio taško pagreičius, šiuo atveju būtina žinoti to apskritimo spindulį R. R apskaičiuojamas iš normalinio pagreičio formulės laiko momentu $t_1 = 2$ s:

$$a_n(2) = \frac{v^2(2)}{R} = 0{,}5\,(\mathrm{m/s^2}).$$

Tačiau reikia žinoti, koks buvo taško greitis tuo pačiu laiko momentu. Taško judėjimo greitis randamas diferencijuojant $s(t)$ pagal laiką

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = B + 2Ct.$$

Taigi, laiko momentu $t = 2$ s, įstačius koeficientų vertes, taško greitis

$v(2) = -2 + 2\cdot1\cdot2 = 2$ (m/s).

Apskritimo spindulys

$$R = \frac{v^2(2)}{a_n(2)} = \frac{2^2}{0{,}5} = 8\,(\mathrm{m}).$$

Kai $t = 3$ s, taško greitis

$v(3) = 4$ m/s,

normalinis pagreitis

$$a_n(3) = \frac{v^2(3)}{R} = \frac{4^2}{8} = 2\,(\mathrm{m/s^2}),$$

tangentinis pagreitis

$$a_t = \frac{d^2 s(t)}{dt^2} = \frac{dv(t)}{dt} = 2C = 2\,(\mathrm{m/s^2}).$$

Visas taško pagreitis laiko momentu $t = 3$ s

$$a(3) = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{4+4} = 2{,}83\,(\mathrm{m/s^2}).$$

Ats.: $v = 4$ m/s; $a_n = 2$ m/s^2; $a_t = 2$ m/s^2; $a = 2{,}83$ m/s.

17. Ratas, kurio spindulys $R = 0{,}1$ m, sukasi taip, kad jo spindulio kampas, atžvilgiu to spindulio padėties laiko momentu $t = 0$, kinta dėsniu: $\varphi(t) = A + B\cdot t + C\cdot t^3$, kur $B = 2$ rad/s, $C = 1$ rad/s^3. Laiko momentu $t = 2$ s rasti taško, esančio ant disko krašto: 1) kampinį greitį; 2) linijinį greitį; 3) normalinį pagreitį; 4) kampinį pagreitį; 5) tangentinį pagreitį.

Sprendimas

Taško, esančio ant disko krašto, kampinis greitis randamas kaip jo sukimosi kampo išvestinė pagal laiką

$$\omega(t) = \frac{\mathrm{d}\varphi(t)}{\mathrm{d}t} = B + 3C\,t^2 .$$

Laiko momentu $t = 2$ s kampinis greitis

$\omega(2) = 2 + 3\cdot1\cdot2^2 = 14$ (rad/s),

o linijinis greitis

$\mathrm{v}(2) = \omega(2)R = 14\cdot0{,}1 = 1{,}4$ (m/s).

Dabar galima surasti taško normalinį pagreitį

$$a_\mathrm{n}(2) = \frac{\mathrm{v}^2(2)}{R} = \frac{1{,}4^2}{0{,}1} = 19{,}6\ (\mathrm{m/s^2}).$$

Kampinis pagreitis

$$\varepsilon(t) = \frac{\mathrm{d}^2\varphi(t)}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} = 6C\,t ,$$

o laiko momentu $t = 2$ s

$\varepsilon(2) = 6\cdot1\cdot2 = 12$ (rad/s^2).

Kadangi taško tangentinis pagreitis

$a_\mathrm{t} = \varepsilon R$,

tai laiko momentu $t = 2$ s

$a_\mathrm{t}(2) = 12\cdot0{,}1 = 1{,}2$ (m/s^2).

Ats.: $\omega = 14$ rad/s; v = 1,4 m/s; $a_\mathrm{n} = 19{,}6$ m/s; $\varepsilon = 12$ rad/s^2; $a_\mathrm{t} = 1{,}2$ m/s^2.

18. Ratas sukasi pastoviu kampiniu pagreičiu $\varepsilon = 2$ rad/s^2. Praėjus $t = 0{,}5$ s nuo judėjimo pradžios taško, esančio ant rato krašto, visas pagreitis lygus $a = 13{,}6$ m/s. Raskite rato spindulį R.

Sprendimas

Taško, esančio ant rato krašto visas pagreitis

$$a = \sqrt{a_\mathrm{n}^2 + a_\mathrm{t}^2}$$

Taigi, norint rasti R reikia įstatyti a_n ir a_t išraiškas į a

$$a^2 = \left(\frac{\mathrm{v}^2}{R}\right)^2 + (\varepsilon R)^2$$

Taško, esančio ant disko krašto, greitis $\mathrm{v} = a_\mathrm{t}\,t = \varepsilon R\,t$. Taigi

$$a^2 = \left(\frac{(\varepsilon R t)^2}{R} \right)^2 + (\varepsilon R)^2 = \varepsilon^4 R^2 t^4 + \varepsilon^2 R^2.$$

Iš čia

$$R = \frac{a}{\sqrt{\varepsilon^4 t^4 + \varepsilon^2}} = \frac{a}{\varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 t^4 + 1}} = \frac{13{,}6}{2 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 0{,}5^4 + 1}} = 6{,}08\,(\mathrm{m}).$$

Ats.: R = 6,08 m.

19. Smagratis, kurio R = 10 cm, pradeda suktis tolygiai greitėdamas pastoviu tangentiniu pagreičiu $a_t = 0{,}4$ m/s^2. Po kiek laiko t viso pagreičio vektorius $\boldsymbol{a}$ sudarys kampą $\alpha = 60^0$ su linijinio greičio vektoriumi **v**?

Sprendimas

Kampo tarp $\boldsymbol{a}$ ir **v** vektorių tangentas iš 9 pav.

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a_n}{a_t}.$$

Taško greitis laiko momentu t yra $\mathrm{v} = a_t t$, tada normalinis pagreitis

$$a_n = \frac{\mathrm{v}^2}{R} = \frac{(a_t t)^2}{R}.$$

Tada

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{(a_t t)^2}{R \cdot a_t} = \frac{a_t t^2}{R}.$$

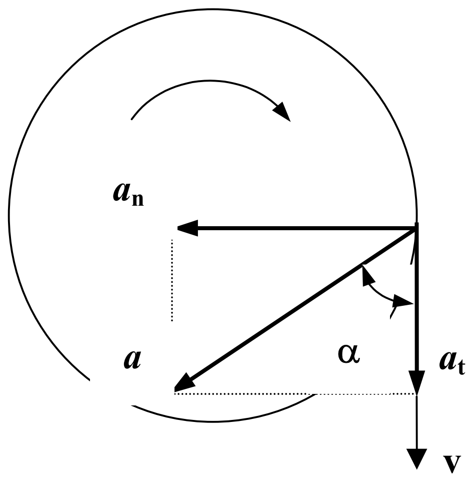
Iš čia

$$t = \sqrt{\frac{R \cdot \mathrm{tg}\alpha}{a_t}}.$$

Įstatę dydžių vertes gauname

$$t = \sqrt{\frac{0{,}1 \cdot \mathrm{tg}60^0}{0{,}4}} = 0{,}658\,(\mathrm{s}).$$

Ats.: t = 0,658 s.



9 pav.