PRATARMĖ

Ši mokomoji knyga yra metodinė priemonė kolegijos verslo vadybos ir buhalterinės apskaitos specialybių studentams, kurie mokosi studijų planuose numatytų statistikos ir sociologinių tyrimų dalykų.

Leidinyje glaustai išdėstyta statistikos mokslo teorija, pateikta nemažai naujausios statistinės informacijos, uždavinių sprendimo pavyzdžių, kurie padeda geriau suprasti teorinius teiginius. Kiekvienoje temoje studentams yra siūlomos savarankiško darbo užduotys, kurių atlikimas turi lemiamą įtaką dėstomam dalykui įsisavinti ir galutinėms žinioms įvertinti.

Mokomosios knygos autorius nuoširdžiai dėkoja doc. O.Molienei, susipažinusiai su leidiniu, už pastabas ir pasiūlymus, bei kolegijos darbuotojoms V.Čiapaitei ir J.Sudeikytei už profesionalią pagalbą rengiant leidinį spaudai.

TURINYS

1 tema. Statistikos mokslo objektas ir raida. Statistikos organizavimas, veiklos principai.

1.1. Bendras statistikos aptarimas

Sąvoka **statistika** yra kilusi iš lotynų kalbos žodžio ***"status"*** – padėtis, būklė, stovis ir iš italų kalbos žodžio ***"stato"*** – valstybė.

Visi mokslai paprastai skirstomi į **fundamentaliuosius** ir **taikomuosius**. Fundamentalieji mokslai nagrinėja gamtos, visuomenės gilumines struktūras, jų pokyčius, tiria tarpusavio santykius, formuluoja dėsnius. Fundamentalieji mokslai yra matematika, teorinė fizika, kalbotyra ir kt. Taikomieji mokslai praktiškai pritaiko fundamentaliųjų mokslų tyrimų rezultatus, tačiau juose gali būti nagrinėjamos ir teorinės problemos.

Konkrečiai šių mokslų klasifikaciją galima iliustruoti mūsų nagrinėjamos disciplinos pavyzdžiu. Tikimybių teorija, matematinė statistika yra fundamentalaus mokslo – matematikos disciplinos, nagrinėjančios masinių atsitiktinių reiškinių dėsningumus, šių reiškinių pasekmių – įvairių duomenų sisteminimo, jų apdorojimo ir panaudojimo daryti išvadoms būdus.

Statistika pritaiko šiuos ir kitus fundamentaliuosius mokslus atskiro regiono, dažniausiai valstybės ribose esantiems masiniams socialiniams ekonominiams bei kitiems reiškiniams nagrinėti.

Statistika – metodologinis taikomasis mokslas, nagrinėjantis statistinių duomenų rinkimo, sisteminimo, analizės metodus ir jų naudojimą. Šio mokslo taikymo sritys: šalies ūkis, įvairi ūkinė veikla (pramonė, statyba, žemės ūkis), socialinė sfera (švietimas, medicina, kultūra) ir t.t.

Statistika tiria masinių visuomenės reiškinių kiekybinę pusę neatskiriamai nuo jų kokybinės pusės, atskleidžia ir kiekybiškai išreiškia juose esamus dėsningumus konkrečiomis vietos ir laiko sąlygomis.

Statistika sudaro rodiklių, atspindinčių socialinių-ekonominių reiškinių **apimtį** ir **santykius**, sistemą.

1 schema

Reiškinio evoliucija

Esama kokybė → Kiekybiniai reiškinio pakitimai → Nauja kokybė

savybių visuma, reiškinio apibrėžtumas

savybių visuma, peržengus tam tikrą ribą

Statistikos mokslo tyrimo objektas masiniuose visuomenės reiškiniuose

Pagrindinis statistikos tikslas - gauti apibendrintas išvadas iš nesuderintų duomenų.

Statistikos metodas - dialektikos, formaliosios logikos ir kitų bendrųjų mokslų principais pagrįstų **būdų,** naudojamų kiekybinei masinių visuomenės reiškinių pusei tirti, **visuma**.

Tyrimui būdinga: reiškiniai ir procesai tiriami visapusiškai susiję, nuolat besivystantys, dinamiški, kaip atsitiktinumo ir būtinumo dialektinis ryšis.

Tyrimo etapai:

1) statistinis stebėjimas,

2) statistikos duomenų suvedimas,

3) duomenų analizė.

Svarbiausi proceso, apimančio visus tyrimo etapus, bruožai: masinių stebėjimų būtinumas kaip pagrindas remtis tikimybių teorija ir joje formuluojamu didžiųjų skaičių dėsniu, naujos tvarkos stebimuose reiškiniuose pastebėjimas ir tam tikrų tvirtinimų (hipotezių) formulavimas, atitinkamų rodiklių, apibūdinančių procesą, parinkimas.

Statistikos mokslo struktūra - žr. 2 schemą.

1.2. Statistikos mokslo raida ir pagrindinės sąvokos

Sąvoką “statistika” pirmą kartą paminėjo vokiečių mokslininkas Achenvalis (1719-1773). Šiuo pavadinimu naują discipliną jis pradėjo dėstyti 1746 m. Marburgo universitete. Statistika Lietuvoje buvo pradėta dėstyti XIX a. Vilniaus universitete.

2 schema

Statistikos mokslo struktūra

TS

(teorinė statistika)

Nagrinėja duomenų apie masinius visuomenės reiškinius rinkimo, apdorojimo ir analizės principus, taisykles bei metodus, aiškina apibendrinamų rodiklių esmę.

MS (makroekonominė ūkio) statistika)

Tyrinėjimo objektas – socialinių ekonominių reiškinių ir procesų, ekonominių rodiklių sistemos ūkio būklei proporcijoms ir ryšiams bei dinamikai analizuoti sukūrimas makroekonomikos lygyje.

GS (gyventojų, demografinė statistika)

Gyventojų surašymai ir kiti tyrimai apie pasaulio, konkrečios šalies žmones.

SS (socialinė statistika)

Tyrinėjimo objektas – empirinių duomenų apie socialinius reiškinius ir procesus kiekybinė analizė.

Konkrečių ūkio šakų mikroekonomikos (įmonių) lygyje, visuomenės gyvenimo sferų statistika.

Pramonės statistika

Žemės ūkio statistika

Kultūros statistika

Švietimo statistika

Kitos statistikos

Remiasi TS, MS, SS principais, skaičiavimo metodika, nustato rodiklius, atsižvelgdama į tyrimo objekto specifiką. Pateikia svarbią valdymo informaciją konkretiems sprendimams priimti.

Aptariant XIX amžiaus statistikos mokslo plėtrą, galima paminėti šiuos įvykius:

- 1853-1875 metų laikotarpiu įvyko devyni tarptautiniai statistikos kongresai, kurių metu buvo apsvarstytos ir priimtos gyventojų surašymo programos, aptartos užsienio prekybos prekių klasifikacijos, suformuluoti reikalavimai statistinei informacijai rinkti;
- Romoje 1887 m. buvo įkurtas Statistikos universitetas, kuris ilgą laiką veikė kaip tarptautinė organizacija, koordinavusi teoretikų ir praktikų pastangas statistikos duomenų rinkimo ir publikavimo klausimais;
- antroje šimtmečio pusėje buvo pradėtos skaičiuoti nacionalinės pajamos, sudaryti ir išleisti pirmieji pasaulinės statistikos praktikoje žodynai ir žinynai.

Svarbiausi XX amžiaus statistikos mokslo įvykiai:

- suformuluota tarptautinės statistikos metodika; tai pakeitė daugumos šalių nacionalinių statistikos institucijų pobūdį, padarė statistinę informaciją universalią ir atvirą pasauliui;
- pradėtas oficialus nacionalinio produkto ir pajamų skaičiavimas, sukurta nacionalinių sąskaitų sistema;
- pradėta gausiai leisti tarptautinių organizacijų informacijos šaltinius: bendras publikacijas, specializuotus leidinius.

Išsamiau apie statistikos mokslo raidą pasaulyje pateikta įvairiuose leidiniuose (žr. literatūros sąrašą ([9])).

Lietuvos statistikos teorijos praktikos raida nagrinėjama prieškario laikotarpio ryškiausio statistiko Albino Rimkos (1886-1944) veikaluose "Socialekonominė statistika", K., 1933 m., "Statistika. Teorija ir metodai" (1939 m.). Lietuvos XX a. statistikos ir praktikos raida pateikta rinkinyje "Lietuvos statistika XX amžiuje" (V. Statistikos departamentas, 1999). Alb. Rimkos veikla nagrinėjama leidinyje "Akademikas profesorius Albinas Rimka 1886-1944. Konferencijos medžiaga" V., 1996.

Pagrindinės statistikos sąvokos

1. Didžiųjų skaičių dėsnis

Kaip minėta 1.1. skirsnyje statistika, nagrinėdama masinius pasikartojančius reiškinius, remiasi didžiųjų skaičių dėsniu. Šis dėsnis nagrinėjamas tikimybių teorijoje ir formuluojamas teoremomis, kuriose įrodoma, kad esant pakankamai dideliam bandymų skaičiui gauta stebėjimų procese skaitinė charakteristika nežymiai skiriasi nuo tikrosios (teorinės) savo reikšmės. Grupė teoremų, kurios sudaro didžiųjų skaičių dėsnį pateikia šio skirtumo tikimybinį įvertinimą.

2. Statistinė visuma

Statistinė visuma – panašių savo turiniu objektų arba reiškinių, egzistuojančių laike ir erdvėje, turinčių bendrų požymių ir besiskiriančių jų reikšmėmis grupė (aibė).

Statistinės visumos pavyzdžiai – Lietuvos studentai, Lietuvos miestai, kolegijos darbuotojai, pasaulio bankai, apskrities įmonės, gyventojai ir t.t.

Pirminiai nedalomi visumos elementai, turintys tiriamus požymius, vadinami visumos **vienetais** (studentai, miestai, įmonės).

Visumos vienetų savybės, kuriomis domimasi atliekant tyrimą, vadinamos statistiniais požymiais (studento požymiai tokie: lytis, amžius, mokymo įstaiga, gaunama stipendija ir t.t.).

Statistiniai požymiai pagal vieneto esmę yra skirstomi į kiekybinius (variacinius) ir kokybinius (atributinius).

Kiekybiniams požymiams būdinga tai, kad jų veiksmai skiriasi išmatuojamu dydžiu (laikas, atstumas, amžius), jų tarpe išskiriami diskretieji (įgyja tik tam fiksuotas reikšmes) ir tolydieji (reikšmės įgyjamos iš atitinkamo intervalo).

Kokybiniai požymiai išreiškimai tik sąvokomis (socialinė grupė, gyvenamoji vieta, lytis), iš jų išskiriami alternatyviniai požymiai (taip, ne), ranginiai ir nominaliniai požymiai (sąvokoms priskiriami skaičiai, parodantys objekto kokybinius požymius).

3. Statistinis rodiklis

Pasaulį pažįstame lygindami įvairius nežinomus reiškinius procesus, su jau pažintais. Vienas iš lyginimo atvejų – **statistinis lyginimas**. Tai visuomeninių reiškinių kokybinių skirtumų vaizdavimas kitais analogiškais reiškiniais. Visų lyginimų rezultatas – **tam tikri rodikliai**, minėtu atveju – **statistiniai rodikliai**. Jais išreiškiami duomenų rinkimo ir grupavimo rezultatai, todėl jie vadinami apibendrinamaisiais rodikliais.

<u>Statistinio rodiklio atributai:</u>

Kiekvienam statistiniam rodikliui būdingas kokybinis, kiekybinis, vietos ir laiko apibrėžtumas.

Tiriamųjų objektų savybės, požymiai yra glaudžiai tarpusavyje susiję, todėl ir jų rodikliai sudaro tam tikrą sistemą.

Pavyzdžiui, charakterizuojant verslo įmonę, reikia kelių rodiklių: apyvartos apimties, įstatinio kapitalo dydžio, darbuotojų skaičiaus, nuosavų ir skolintų lėšų dalies bendrame turte ir kt.

Visi šie rodikliai yra susiję, įmonė apibūdinama jų sistema.

Statistinių rodiklių sistemai būdingi **horizontalūs** ir **vertikalūs ryšiai**. Horizontalūs rodikliai išlaiko koordinacinius, o vertikalūs – subordinacinius (priklausomybės) ryšius.

3 schema

Statistinių rodiklių klasifikacija

Apibendrinamieji statistiniai rodikliai

(bendra visumos arba atskiros jos dalies charakteristika)

Ekstensyvūs – apimties, kiekybiniai rodikliai

Absoliutūs statistiniai dydžiai

(apibūdina masinius reiškinius svorio, ilgio, ploto ir kt. matavimo vienetais)

Individualieji
(išreiškia atskirų stebimų vienetų požymių apimtis)

Bendrieji
(išreiškia visų visumos vienetų apimtis)

Naudojama: **natūriniai matai**
(m, t, km, g ir kt.)

vertiniai matai
(visų rūšių valiuta)

darbo matai (žmogaus valandos, žmogaus dienos ir t.t.)

Intensyvūs – kokybiniai, palyginimo procese gauti rodikliai

Santykiniai dydžiai:

(dviejų absoliutinių dydžių nagrinėjamo reiškinio rodiklio ir bazės santykis)

Sutarties įsipareigojimų vykdymo
$\left(\frac{\text{faktinis rodiklis}}{\text{sutartinis rodiklis}}\right)$

Struktūros
$\left(\frac{\text{visumos dalies dydis}}{\text{visa visuma}}\right)$

Koordinacijos

Dinamikos
- **baziniai** $\left(\frac{y_i}{y_0}\right)$
- **grandininiai** $\left(\frac{y_i}{y_i\text{-}1}\right)$

Lyginamieji
(vienvardžių rodiklių skirtingiems objektams santykis)

Intensyvumo
(reiškinių paplitimas aplinkoje – gyv. sk / 1 km^2)

PASTABA. Santykiniuose dydžiuose yra labai svarbi lyginamų rodiklių sugretinimo galimybė statistinio stebėjimo objekto apimties, administracinio padalijimo, valiutų kurso, duomenų šaltinių ir kitais atžvilgiais.

1.3. Statistikos organizavimas ir veiklos principai

Statistikos organizavimas ir veiklos principai pasaulyje

Pasaulio valstybių praktikoje statistikos organizavimas yra paremtas centralizuotu valstybės valdymu visam statistikos darbui atitinkamoje šalyje. Statistikos tarnyboms yra suteikiami ministerijos statusai arba jos tiesiogiai pavaldžios valstybių vadovams, svarbiausioms ministerijoms. Tai patvirtina ši lentelė:

Statistikos tarnybų pavaldumas

Europos Sąjungos šalys	
Airija	Ministrui pirmininkui
Austrija	Ministerijos statusas
Danija	Ekonomikos reikalų ministerijai
Graikija	Ekonomikos ministerijai
Ispanija (INE)	Ekonomikos ir finansų ministerijai
Jungtinė Karalystė	Vyriausybei
Liuksemburgas (STATEC)	Ekonomikos ministerijai
Olandija	Ekonomikos reikalų ministerijai
Portugalija	Planavimo ministerijai
Prancūzija (INSEE)	Ekonomikos, finansų ir pramonės ministerijai
Suomija	Finansų ministerijai
Švedija	Teisingumo ministerijai
Vokietija	Vidaus reikalų ministerijai, tačiau įvairiose žemėse yra skirtingas pavaldumas (pvz., Heseno žemėje – Ministrui pirmininkui, Baden-Wuertenbergo žemėje – Finansų ministrui)

EFTA šalys	
Islandija	Ministrui pirmininkui – ministerijos statusas
Norvegija	Finansų ministerijai
Šalys kandidatės	
Bulgarija	Parlamentui
Estija	Finansų ministerijai
Čekija	Ministerijos statusas
Vengrija	Ministrui pirmininkui
Latvija	Ekonomikos ministerija
Lietuva	Vyriausybei
Lenkija	Ministrui pirmininkui
Rumunija	Ministrui pirmininkui
Slovakija	Ministerijos statusas

Statistikos tarnybose dirba šimtai ir tūkstančiai darbuotojų, tai patvirtina ši lentelė:

Darbuotojų skaičius statistikos tarnybose

Šalys kandidatės	Darbuotojų skaičius	Darbuotojų skaičius 100 tūkst. gyventojų
Bulgarija	1 857	22,3
Estija	375	26,1
Čekija	2 012	19,5
Vengrija	1 985	19,5
Latvija	390	15,1
Lietuva	600	16,2
Lenkija	7 799	20,2
Rumunija	2 490	11,0
Slovakija	1 100	20,4
Slovėnija	355	17,9

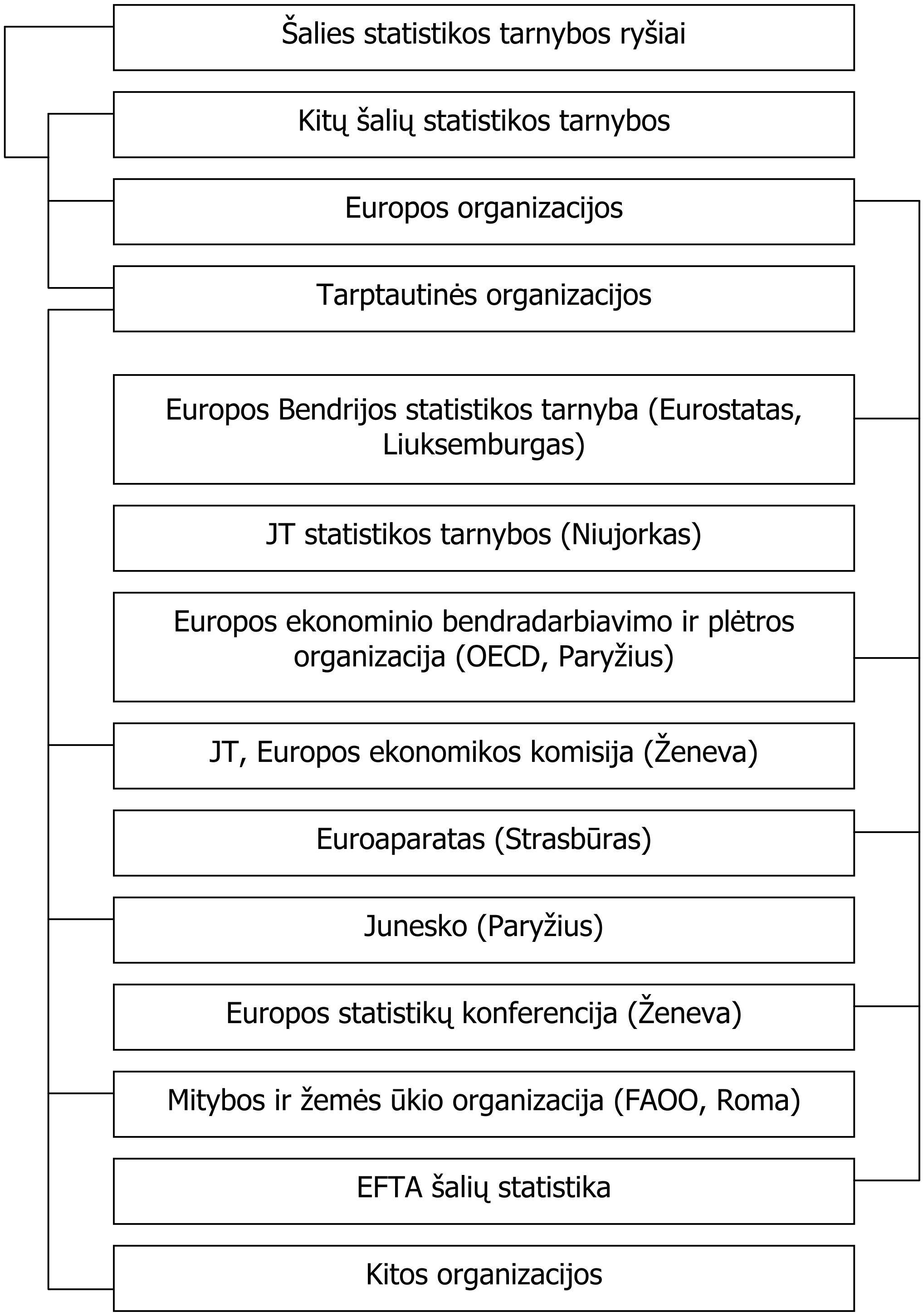
Pasaulio šalių statistikos tarnybų darbą koordinuoja įvairios tarptautinės organizacijos (žr. 4 schemą).

Pasaulio šalių statistikos tarnybos ir visi su statistika susiję asmenys privalo vadovautis fundamentaliais oficialiosios statistikos principais, patvirtintais Jungtinių tautų organizacijos (JT) ir Europos Ekonomikos komisijos (Ek).

1. Neutralumas
2. Profesinė nepriklausomybė
3. Taikomų metodų skaidrumas
4. Teisė komentuoti klaidingai interpretuojamus duomenis
5. Veiksmingiausių duomenų šaltinių naudojimas
6. Konfidencialumas
7. Taikomų įstatymų skaidrumas
8. Bendradarbiavimas tarp institucijų
9. Tarptautinių standartų laikymasis
10. Tarptautinis bendradarbiavimas

4 schema

Tarptautinės ir Europos statistikos organizacijų struktūra



Savarankiško darbo užduotis

1. Išsiaiškinkite dešimties pateiktų oficialiosios statistikos principų esmę. Praveskite diskusiją apie tai, kaip laikomasi šių principų Lietuvoje.

Statistikos organizavimas Lietuvoje

Lietuvoje kaip ir kiekvienoje valstybėje masinius statistinius duomenis renka ir apibendrina tam tikras skaičius žmonių, dirbančių valstybinėse, žinybinėse ir privačiose struktūrose.

1999 m. rugsėjo 25 d. buvo paminėta Lietuvos statistikos 80-ties metų sukaktis. Šios metinės yra skaičiuojamos nuo 1919 m. rugsėjo mėn., kai tuometinėje Lietuvoje buvo įkurtas Bendros Statistikos Departamentas.

Svarbios ir kitos Lietuvos statistikos raidoje paminėtinos iki nepriklausomybės atkūrimo 1990 m. datos:

1528 m. pirmą kartą istoriniuose šaltiniuose paminėtinas visuotinis "žemininkų" surašymas.

1897 m. atliktas pirmasis gyventojų surašymas pagal lyties, tikybos, verslo, amžiaus ir kitus požymius.

1922 m. Steigiamasis Seimas priėmė Visuotinio Lietuvos gyventojų surašymo įstatymą, o 1923 m. buvo atliktas pirmasis Visuotinis Lietuvos gyventojų surašymas.

1927 m. pirmą kartą sudarytas Lietuvos mokėjimų balansas.

1930 m. birželio 24 d. Ministrų kabinetas priėmė Valstybės statistikos įstatymą.

1940 m. prasidėjus sovietinei okupacijai, Lietuvos statistika tapo sovietinės statistikos sistemos dalimi.

Šiuo metu statistikos organizavimą Lietuvoje reglamentuoja LR statistikos įstatymas, priimtas 1993 m. spalio 12 d. Lietuvos Respublikos Seimo ir 1999 m. gruodžio 22 d. priimtas LR statistikos įstatymo pakeitimo įstatymas (paskelbtas 1999-12-31 "Valstybės žinios" Nr. 114).

Pagal šį įstatymą statistiką Lietuvoje tvarko Respublikos statistikos departamentas bei administracinių vienetų statistiniai skyriai. Bendroji statistikos organų sistema pateikta 5 schemoje, Statistikos departamento prie LR Vyriausybės organizacinė struktūra 6 schemoje.

Statistikos departamentas organizuoja ir tvarko valstybinę statistiką, rengia masines statistikos darbų programas, jas įgyvendina, sprendžia bendruosius metodinius klausimus, teikia valstybės valdžios ir valdymo institucijoms numatytos apimties statistikos informaciją, atstovauja šalį tarptautinėse statistikos organizacijose.

Prie Statistikos departamento nuo 1994 m. veikia Statistikos Taryba. Ji nagrinėja svarbiausius statistikos organizavimo ir metodologijos klausimus, svarsto surašymą, statistinių registrų svarbiausių tyrimų metodologijos principus, teikia siūlymus statistikos departamentui.

Į Statistikos Tarybą įeina mokslo, suinteresuotų ministerijų, kitų institucijų, visuomeninių organizacijų atstovai. Jos nuostatus ir sudėtį tvirtina LRV.

Žinybinės institucijos tvarko jiems pavestą statistinę informaciją, pavyzdžiui, Finansų ministerija tvarko valstybės pajamų ir išlaidų statistiką, Švietimo ir mokslo ministerija – bendrojo lavinimo įstaigų statistiką, Respublikinė darbo birža – informaciją apie nedarbo lygį Lietuvoje.

Statistikos departamentas aktyviai dalyvauja tarptautinėje statistikos veikloje. Bendradarbiavimas su EUROSTAT'u ir Europos Sąjungos šalimis pagrįstas bendru pareiškimu, kurį 1995 m. pasirašė Europos Bendrųjų ir Baltijos valstybių – Lietuvos, Latvijos ir Estijos – statistikos tarnybos.

Pagrindinis bendradarbiavimo tikslas – integruoti Lietuvos statistiką į Europos šalių statistikos sistemą.

Tarptautiniame bendradarbiavime vykdomos dvišalės ir daugiašalės programos. Didžiausia parama gaunama pagal PHARE programą, kuri jungia visas 13 Vidurio Europos šalių, o taip pat vykdo paramą nacionalinėms programoms.

Lietuvoje veikia ir visa eilė nevalstybinių privačių statistinės informacijos rinkimo, sociologinių tyrimų tarnybų: "Sic Gallup Media", "Baltijos tyrimai", "Vilmorus" ir kitos. Visos statistikos struktūros privalo laikytis fundamentalių oficialiosios statistikos principų, apie kuriuos buvo paminėta ankstesniame skyriuje, patvirtintų Jungtinių tautų ir Europos Ekonomikos Komisijos.

Išsamesnę informaciją apie statistikos organizavimą Lietuvoje galima rasti Statistikos departamento svetainėje www.std.lt. Teirautis Statistikos informacijos biure el-paštas public.relations@mail.std.lt, įvairiuose leidiniuose, kuriuos siūlo salonas "Statistika Jums", Gedimino pr. 29, Vilnius.

Savarankiško darbo užduotys

1. Termino "statistika" kilmė, jo evoliucija, šiandieninė samprata. Prisiminkite, kur susidūrėte su šiuo terminu praktikoje, kaip jį supratote.

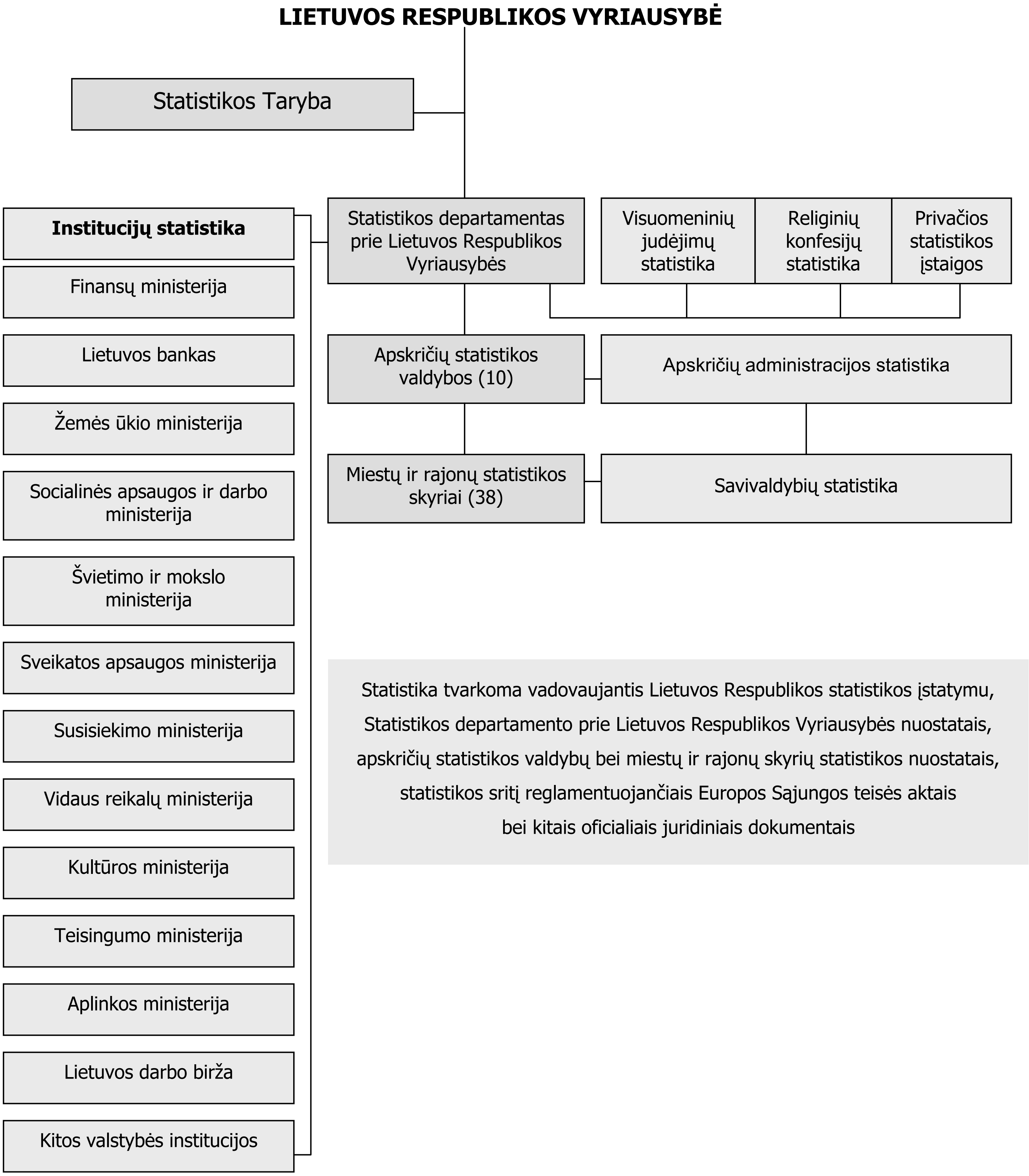
2. Pateikite statistinių tyrimų pavyzdžių, kurie buvo skelbti spaudoje, specialiuose leidiniuose ir kt. Pamėginkite pamąstyti, kaip Jūs pats šiuo metu turimomis žiniomis atliktumėte statistinį tyrimą.

3. Suraskite periodikoje, naujausioje literatūroje konkrečių švietimo, mokslo, verslo ir kt. ūkio šakų statistikos duomenų. Pasiruoškite papasakoti apie jų nagrinėjamą tematiką, pateikite įdomesnių faktų apie nagrinėjamus rodiklius.

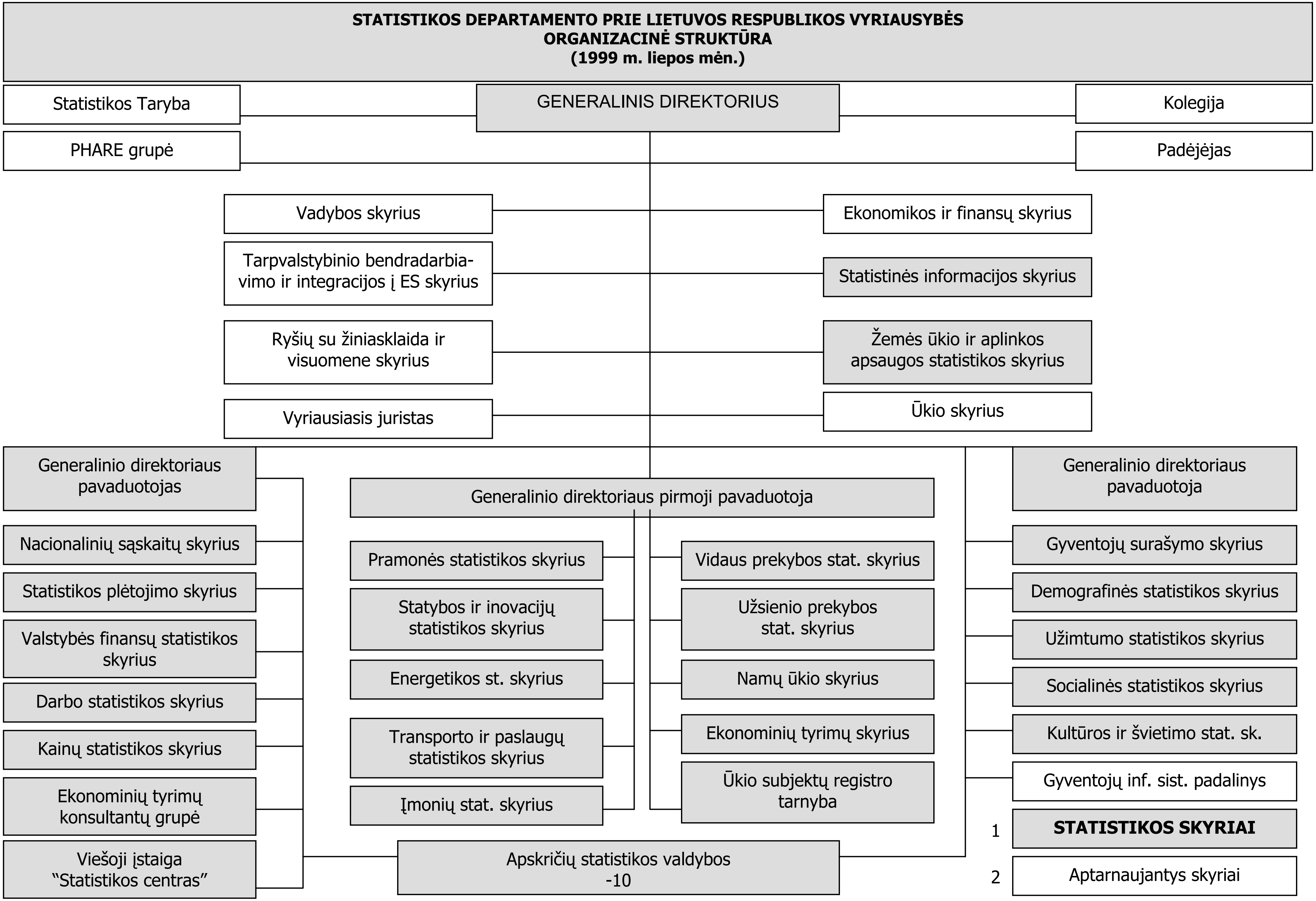
4. Parašykite vieną referatą iš šių temų: "Statistikos organizavimas Lietuvoje", "X - Europos Sąjungos valstybės statistikos organizavimas ir veiklos principai", "Tarptautinės ir Europos statistikos organizacijų struktūra", "Statistikos publikacijų sistema" ir kt.

5 schema

VALSTYBĖS STATISTIKOS ORGANIZAVIMO SCHEMA



6 schema


STATISTIKOS DEPARTAMENTO PRIE LIETUVOS RESPUBLIKOS VYRIAUSYBĖS
ORGANIZACINĖ STRUKTŪRA
(1999 m. liepos mėn.)
Statistikos Taryba
GENERALINIS DIREKTORIUS
Kolegija
PHARE grupė
Padėjėjas
Vadybos skyrius
Ekonomikos ir finansų skyrius
Tarpvalstybinio bendradarbiavimo ir integracijos į ES skyrius
Statistinės informacijos skyrius
Ryšių su žiniasklaida ir visuomene skyrius
Žemės ūkio ir aplinkos apsaugos statistikos skyrius
Vyriausiasis juristas
Ūkio skyrius
Generalinio direktoriaus pavaduotojas
Generalinio direktoriaus pirmoji pavaduotoja
Generalinio direktoriaus pavaduotoja
Nacionalinių sąskaitų skyrius
Statistikos plėtojimo skyrius
Valstybės finansų statistikos skyrius
Darbo statistikos skyrius
Kainų statistikos skyrius
Ekonominių tyrimų konsultantų grupė
Viešoji įstaiga "Statistikos centras"
Pramonės statistikos skyrius
Statybos ir inovacijų statistikos skyrius
Energetikos st. skyrius
Transporto ir paslaugų statistikos skyrius
Įmonių stat. skyrius
Vidaus prekybos stat. skyrius
Užsienio prekybos stat. skyrius
Namų ūkio skyrius
Ekonominių tyrimų skyrius
Ūkio subjektų registro tarnyba
Gyventojų surašymo skyrius
Demografinės statistikos skyrius
Užimtumo statistikos skyrius
Socialinės statistikos skyrius
Kultūros ir švietimo stat. sk.
Gyventojų inf. sist. padalinys
Apskričių statistikos valdybos -10
1 STATISTIKOS SKYRIAI
2 Aptarnaujantys skyriai

II tema. Statistinis stebėjimas

Socialiniai ekonominiai reiškiniai apibūdinami naudojantis atitinkama statistinių duomenų visuma. Duomenų apie tiriamąjį objektą surinkimas statistikoje vadinamas **statistiniu stebėjimu**.

Statistinis stebėjimas - vienas iš statistinio tyrimo etapų (kiti etapai: duomenų suvedimas ir grupavimas; duomenų analizė).

Statistinis stebėjimas – planingas, sistemingas, moksliškai pagrįstas masinių duomenų apie socialinius ekonomikos reiškinius ir procesus rinkimas, registruojant jų esminius požymius pagal iš anksto sudarytą programą konkrečiam laiko momentui arba tam tikram laiko tarpui.

Statistinio stebėjimo metu registruojami stebimos visumos vienetų esminės savybės – požymiai, išskiriant esminius, pagrindinius iš jų. Pavyzdžiui, studentai skiriasi pagal daugelį požymių – amžių, lytį, tautybę, kursą, mokymosi instituciją, ūgį, akių spalvą, šeimyninę padėtį ir t.t. Statistinio stebėjimo metu pagrindiniais požymiais dažniausiai bus pasirenkama amžius, lytis, mokymosi institucija. Statistinių stebėjimų klasifikavimo sistema pateikta 7 schemoje.

Statistinio stebėjimo **etapai**: paruošiamieji darbai, tiesioginis duomenų rinkimas, surinktos informacijos kontrolė.

Statistinis stebėjimas, kaip pirmasis tyrimo etapas yra labai svarbi, atsakinga statistinio darbo dalis: šiame etape padedami esminiai pagrindai sėkmingam tolimesniam tyrimui.

Todėl pravedant statistinį tyrimą būtina prisilaikyti šių nuostatų:

1. Pasirinkti būdingas stebimam reiškiniui vietos ir laiko sąlygas.
2. Stengtis surinkti pakankamai ilgo ir nepertraukiamą laiko tarpo statistinius duomenis, kurie tuo pačiu turi būti tikslūs, patikimi, atitinkantys realią tikrovę.
3. Tyrimas turi būti savalaikis, nes tai turi svarbią reikšmę įgyvendinant valdymo funkcijas; prognozuojant ir nukreipiant reiškinių vystymąsi atitinkama linkme.

7 schema

Statistinių stebėjimų klasifikavimas

VYKDYMO ORGANIZAVIMAS

- **Valstybiniai:** rengiami pagal LR Vyriausybės darbų programą, jų būdus ir formas nustato statistikos departamentas.
- **Žinybiniai:** atliekami pagal LR ministerijų, departamentų ir kitų tarnybų bei visuomeninių judėjimų nustatyta tvarka. Registruojami Statistikos departamente.
- **Savaveiksmiai:** atliekami įmonėse, organizacijose jų iniciatyva, statistikos tarnybose nederinami.

APIMTIS

- **Ištisinis:** apskaitomi visi tyrinėjamos visumos vienetai.
- **Dalinis (neištisinis):** apskaitoma tik dalis tiriamos visumos.
  - **Atrankinis** (visumos dalis atrenkama pagal tam tikrus principus)
  - **Monografinis** (smulkiai ištiriami tik atskiri visumos vienetai)
  - **Anketinis** (savarankiškas tam tikro klausimyno užpildymas)
  - **Pagrindinio masyvo** (stebimi svarbiausi objektai)

REGISTRAVIMO MOMENTAS

- **Einamasis:** atliekamas nuolat arba atsiradus tiriamam faktui.
- **Pertraukiamasis:** atliekamas tam tikrais fiksuotais laiko momentais (periodiškai per lygius laiko tarpus arba vieną kartą atsižvelgiant į poreikį).

GAVIMO BŪDAS

- **Betarpiškas stebėjimas:** stebėtojai patys fiksuoja rezultatus, pildo statistikos blankus.
- **Dokumentai:** nagrinėjamos ataskaitos, apyskaitos ir kiti dokumentai.
- **Apklausa:** apklausiami gyventojai.
  - **Tipai**
    - Ekspertinė
    - Individuali
  - **Rūšys**
    - Ekspedicinė
    - Saviskaita
    - Korespondentinė

Pagrindinės statistinio stebėjimo **organizacinės formos**:

1. Atskaitomybė: iki nustatyto termino pateikiami dokumentai užpildyti remiantis pirmine apskaita. Ataskaitas statistikos organams įmonės, organizacijos pristato pagal iš anksto statistikos departamento patvirtintas formas bei pristatymo terminus. Už savalaikį ataskaitų pristatymą ir jų teisingumą atsako įmonių, organizacijų vadovybė. Asmenys, pažeidę statistikos duomenų pateikimo valstybės statistikos tarnyboms tvarką, arba pristatę klaidingus duomenis traukiami administracinėn ir baudžiamojon atsakomybėn.

2. Specialiai organizuoti statistiniai tyrimai: organizuojamos akcijos surinkti statistinius duomenis, pvz., gyventojų surašymai, namų ūkių biudžeto tyrimai ir kt.

Šia forma surenkami statistiniai duomenys, kurių negalima gauti naudojant atskaitomybę. Dažnai tai būna informacija apie namų ūkio pajamas, vartojimą, žmonių įsitikinimus, pomėgius, požiūrį į įvairius gyvenimo reiškinius. Organizuojant specialųjį tyrimą, nustatomas atskaitomybės duomenų patikimumas.

3. Registrai ir kiti duomenų šaltiniai: kuriamos gyventojų, atskirų įmonių tipų veiklos rūšių ir t.t. duomenų bazės.

1992 m. sausio 23 d. buvo priimtos respublikos gyventojų registro įstatymas, šio įstatymo nauja redakcija priimta 1996-06-01 d. Vadovaujantis šiuo įstatymu, šalyje kuriama įvairių tipų įmonių, organizacijų, o taip pat ir gyventojų registrai. **Registras** – informacinė sistema, kuriai būdinga labai daug požymių atspindinčių tam tikras juridinių arba fizinių asmenų charakteristikas, jų veiklą. Pavyzdžiui, profesinio mokymo įstaigų, aukštųjų mokyklų registrą kuria ir tvarko Švietimo ir mokslo ministerija, įvairių įmonių – Statistikos departamentas, miestų ir rajonų savivaldybės, gyventojų registras šiuo metu perduotas tvarkyti – Vidaus reikalų ministerijai.

Registruose sukaupta informacija dažniausiai yra konfidenciali, prieinama tik tam tikram asmenų skaičiui. Apibendrinta registrų informacija paprastai skelbiama įvairiuose statistiniuose leidiniuose.

Šalyje, pereinant prie rinkos ekonomikos, būtina sukurti gyventojų valstybinį registrą. Atsirado poreikis aprūpinti informacijos vartotojus išsamia statistine informacija apie šalies žmones įvairiais apsektais tiek visoje šalyje, tiek ir bet kuriuose administraciniuose dariniuose (apskrityje, valsčiuje, mieste, kaime, gatvėje ir t.t.). Registro sukūrimas sudaro galimybę teikti personifikuotą informaciją apie kiekvieną žmogų.

Statistinis tyrimas dažnai atliekamas pagal iš anksto sudarytą planą, kuriame numatomi programiniai metodiniai ir organizaciniai klausimai. Šis planas yra vadinamas **statistinio stebėjimo planu** ir yra išsamesnės statistikos mokslo studijų klausimas.

Vadovaujantis statistinio stebėjimo planu yra sudaroma statistinio stebėjimo programa – požymių, kuriais bus apibendrinamas stebimas objektas, išvardijimas. Programos sudarymas yra labai atsakingas ir svarbus statistinio stebėjimo etapas. Programa turi numatyti esmingiausių, atitinkančių stebėjimo tikslą, požymių parinkimą. Programoje svarbu suformuluoti aiškius tikslus, visiems gerai suprantamus klausimus.

Formuluojant programos klausimus ir juos pateikiant statistinio stebėjimo eigoje, pavyzdžiui, anketose svarbu prisilaikyti šių reikalavimų:

1. Įtraukti tik esminius klausimus.
2. Formuluoti klausimus taip, kad į juos būtų lengva atsakyti.
3. Klausimai turi būti suprantami numatomam respondentui, atitikti jo kompetenciją, sukelti teigiamą reakciją.
4. Klausimai turi atitikti respondento tipui, jų psichologiniam mikroklimatui.

Statistinio stebėjimo metu gaunami duomenys užrašomi statistiniuose blankuose (formuliaruose). Statistinių blankų pavyzdžiai yra anketos, lakštai, magnetinės informacijos laikmenos.

Savarankiško darbo užduotys

1. Pateikite 2-3 pavyzdžius iš jums žinomų statistikos stebėjimų praktikos arba pasiūlykite savo sugalvotus galimus pavyzdžius ir apibūdinkite juose naudojamus statistinio stebėjimo rūšis ir būdus.

2. Išsamiau susipažinkite su apklausos organizavimo metodika, klausimų sudarymo taisyklėmis ir kitais šio darbo aspektais.

3. Parašykite vieną referatą iš šių temų: "Namų ūkio tyrimo organizavimas Lietuvoje", "Gyventojų užimtumo tyrimas Lietuvoje", "Statistikos stebėjimas - Šeimos ir jų tipai", "2001 m. Lietuvos gyventojų surašymas".

III tema. Atrankinis stebėjimas. Imties sudarymo būdai.

Kasdieninėje praktikoje mes susiduriame su daugybe tvirtinimų arba paneigimų, kuriuose minima tam tikra skaitinė arba kiekybinė informacija.

Pavyzdžiai:

1. Daugiau kaip pusė mūsų šalies gyventojų tiki geresne Lietuvos ateitimi.

2. Per 60 procentų Lietuvos gyventojų pasitiki spauda, o daugiau kaip 70 procentų - bažnyčia.

3. Lietuvos prezidento reitingas per paskutinius 3 mėnesius pakilo 20 procentų.

Tokius teiginius vadiname **statistiniais teiginiais**. Jie paremti duomenimis, kurie gaunami statistinio stebėjimo eigoje. Renkant duomenis, visuomet reikia ištirti tam tikrą objektų ar individų grupę, kuri statistikoje, kaip jau buvo minėta, vadinama **statistine visuma**, taip pat naudojami terminai **generaline aibe** arba **populiacija**. Dažnai yra sudėtinga tiksliai apibūdinti populiaciją, nustatyti jos dydį, o sugebėjus tai padaryti, įsitikiname, kad visuma tiriamų objektų yra labai didelė.

Savarankiško darbo užduotis

Apibūdinkite visumą tiriamų objektų (generalinę aibę arba populiaciją) pateiktuose pavyzdžiuose. Pateikite statistinių teiginių pavyzdžių ir nustatykite juose generalinę aibę.

Kiekvienos generalinės aibės narys - potencialus duomenų šaltinis. Tačiau kaip jau buvo minėta, vykdyti **ištisinį tyrimą**, rinkti duomenis apie kiekvieną objektą ar individą dažnai yra neįmanoma arba tai reikalauja didelių laiko ir materialinių sąnaudų. Todėl dažniausiai renkami duomenys tik iš dalies visumos narių, vykdomas **pasirinktinis tyrimas.**

Dalis generalinės aibės objektų arba individų, apie kuriuos renkame mus dominančius duomenis, vadinama **imtimi** (praba).

Imčių pavyzdžiai: 50 atsitiktinai pasirinktų kolegijos studentų, penkios Vilniaus miesto mokesčių inspekcijos patikrintos įmonės, tūkstantis per mėnesį pagamintų gaminių ir t.t. Imties elementų skaičius vadinamas imties dydžiu arba tūriu, imties elementų tiriamo požymio reikšmės vadinamas **duomenimis** arba **duomenų aibe**.

Esminė statistinio stebėjimo problema - **parinkimas imties**, kuri atstovautų visai generalinei aibei, t.y. būtų **reprezentatyvi.**

Pagrindinė imties reprezentatyvumo užtikrinimo sąlyga yra jos **atsitiktinis** parinkimas iš generalinės aibės. Užtikrindami tokį imties parinkimą, mes galėsime, remdamiesi imties tyrimo rezultatais, daryti išvadas apie visą generalinę aibę.

Pagrindinės atrankinio stebėjimo sąvokos:

1. Imties koeficientas $k = \frac{n}{N}$, $k = \frac{n}{N} \cdot 100\%$

Apibrėžiamas tik baigtinėmis populiacijomis.

N - gen. aibės elementų skaičius,
n - imties elementų skaičius,
k - imties ir generalinės aibės elementų skaičiaus santykis.

2. **Parametras** - dydis, apibūdinantis visą generalinę aibę (Tai bus ištisinio tyrimo eigoje gauta skaitinė charakteristika, žymėsime - **P**).

3. **Statistika** - parametro įvertinimas, imties elementams apskaičiuota analogiška skaitinė charakteristika, žymėsime - **S**).

4. **Imties paklaida** - parametro ir statistikos skirtumas. Išskiriama atsitiktinė paklaida, kuri gaunama dėl dalinės (imties) informacijos ir sisteminė paklaida, kurią nulemia imties iškreiptis (jos netinkamas parinkimas).

Imties paklaida sumažinama, gaunamas patikimesnės išvados, kai didinamas imties tūris, bet taip būna ne visada. Labai didelės imtys naudojamos retai, nes panašios patikimumo informaciją galima gauti ir iš mažų imčių, pritaikius tinkamą jos sudarymo metodą.

Savarankiško darbo užduotys

1. Apibūdinkite pagrindines atrankinio stebėjimo sąvokas konkrečiais pavyzdžiais.

2. Pateikite realių pavyzdžių iš JAV rinkimų praktikos (žr. 7 literatūros sąraše psl. 376-378), Lietuvos politinio gyvenimo apie pasitaikiusias prognozių paklaidas.

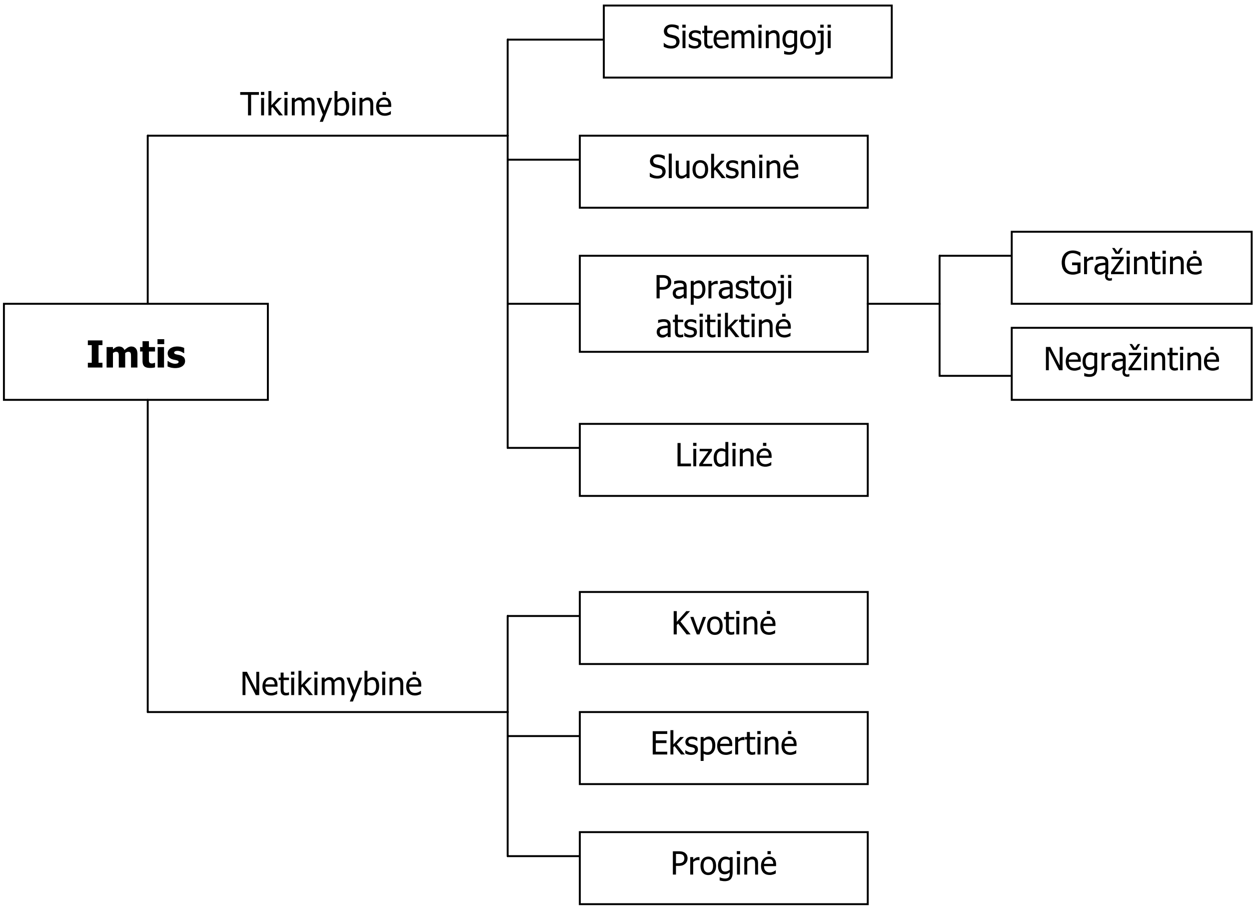
3. Viena iš labiausiai žinomų pasirinktinių tyrimų rūšių yra viešosios nuomonės apklausos, kurias vykdo pasaulyje gerai žinomos viešosios nuomonės tyrimo kompanijos: "Gallup", "Haris",

“Mai” ir kt. Lietuvos spauda dažnai spausdina “Baltijos tyrimų”, “Vilmorus” atliktų viešosios nuomonės apklausų rezultatus.

Pateikite tokių tyrimų pavyzdžių. Kaip šiais atvejais galėtų būti užtikrintas imties reprezentatyvumas?

Imties parinkimo būdai:

Statistinėje literatūroje dažnai vartojama sąvoka – imties tyrimas, kur aprašomas šiuolaikinis imčių parinkimo ir taikymo įvairiose gyvenimo srityse atvejai, taikomi kasdieninėje statistinių žinybų veikloje. Galimi imčių parinkimo atvejai pateikiami šioje schemoje:



Apibūdinsime trumpai kiekvieną imčių sudarymo atvejį.

Sudarant paprastąją atsitiktinę imtį, visų populiacijos elementų galimybės priklausyti imčiai yra vienodos. Tai užtikrinama naudojant atsitiktinių skaičių lenteles, burtų metodą (visi elementai sunumeruojami, numeriai užrašomi ant kortelių ir traukiama). Ėmimai gali būti grąžintini ir negrąžintini.

Sistemingosios imties sudarymo principas – atsižvelgiant į imties ir populiacijos didumą parenkamas išrinkimo žingsnis, elementai išrikiuojami į eilę iš pirmųjų parenkamas vienas, o toliau pasirinktu žingsniu atrenkami visi likę elementai.

Sluoksninės imties atveju visa populiacija suskirstoma į sluoksnius (stratus), kiekvienam sluoksniui taikomas paprastosios atsitiktinės grąžintinės imties sudarymo būdas. Tokiu būdu galim atlikti ir visos populiacijos ir atskirų sluoksnių tyrimą.

Lizdinės imties atveju visa populiacija suskirstoma pagal tam tikrą požymį į panašias grupes – lizdus (klasterius). Iš visų lizdų aibės paprastosios atsitiktinės imties būdu atrenkama dalis.

Visi aptarti tikimybių imčių sudarymo atvejai sudaro galimybę surinktų statistinių duomenų tolesnei analizei taikyti tikimybių teoriją.

Ekspertinės imties atveju elementai į imtį traukiami atsižvelgiant į ekspertų nuomonę. Šiuo atveju gali pasireikšti daug subjektyvumo ir gaunamos imtys yra mažai reprezentatyvios.

Sudarant kvotinę imtį atsižvelgiama į populiacijos sandarą, iš anksto numatomos populiacijos dalių kvotos. Pavyzdžiui, tiriant kolegijos studentų nuomonę apie studijų sąlygas mokymo įstaigoje ir sudarant 100 studentų imtį, joje turėtų būti išlaikytos visos kolegijos studentų populiacijos proporcijos: dieninio ir neakivaizdinio skyriaus, vyrų ir merginų, pirmo, antro, trečio, ketvirto kurso ir t.t. Toliau kiekvienoje kvotoje atsitiktinai pasirenkant elementus yra užtikrinamas pakankamas imties reprezentatyvumas.

Proginės imties atveju į imtį įtraukiami pirmi pasitaikę populiacijos elementai. Šiuo atveju daug lemia atsitiktinumas ir imtis dažniausiai yra nereprezentatyvi. Pavyzdžiui, apklausus atsitiktinai sutiktų praeivių nuomonė apie vieną ar kitą reiškinį, negalima daryti išvadų ką galvoja apie tai dauguma gyventojų.

Imtys neapima visos populiacijos, todėl jos elementais apskaičiuotas parametras skiriasi nuo visos populiacijos atitinkamo parametro. Gaunama jau anksčiau minėta imties paklaida, kuri gali būti atsitiktinė (priklauso nuo imties didumo) ir sisteminga (nulemia “matavimo instrumento” netobulumas).

Sistemingosios paklaidos dažnai daromos prognozuojant rinkimų rezultatus. Imties paklaidai didelį poveikį turi ir atsakymo lygmuo – atsakiusiųjų ir visų parinktų respondentų santykis.

Praktikoje dažnai naudojamos taip vadinamos porinės imtys: dvi imtys, kurių elementai nesusiję, bet kiekvienas pirmos imties elementas turi savo “porininką” antrojoje imtyje. Pavyzdžiui, sudaromos vyrų ir žmonų imtys iš tų pačių šeimų, studentų imtys iki pradedant mokytis kolegijoje ir ją baigus, žmonių dešinės ir kairės rankų imtys. Porinių imčių atveju mėginama nustatyti atitinkamo faktoriaus įtaką tiriamam požymiui.

Savarankiško darbo užduotis

Pateikite pavyzdžių iš realios tyrimų praktikos arba pamėginkite modeliuoti tokius tyrimus patys, iliustruodami įvairius imties parinkimo būdus.

IV tema. Statistinės medžiagos sisteminimas

Statistinio stebėjimo eigoje surinkti duomenys apie kiekvieną objekto vienetą - didelis kiekis medžiagos, kuri dažnai neteikia išsamesnės informacijos apie patį objektą. Šią **medžiagą** būtina **susisteminti, susumuoti** ir **apdoroti**. Tik tuomet bus galima išsiaiškinti būdingus statistinės visumos bruožus, nustatyti dėsningumus. Todėl statistinė medžiaga grupuojama, parenkama rodiklių sistema, skaičiuojami grupių ir pogrupių vienetai ir bendros jų sumos, rezultatai išdėstomi lentelėse. Duomenų sisteminimo ir grafinio vaizdavimo metodus nagrinėja statistikos mokslo skyrius, taip vadinama **aprašomoji statistika**.

Statistinis grupavimas - stebimo objekto vienetų suskirstymas pagal esminius požymius į kokybiškas vienarūšes grupes.

Tai mokslinis statistinių duomenų apdorojimo pagrindas, statistikos siela, galimybė priversti duomenis "kalbėti".

Grupavimo etapai

1. Esminių grupavimo požymių parinkimas. Kintamieji ir jų matavimo skalės.

Požymiai - grupavimo pagrindas duomenų visumai suskirstyti į pogrupius. Jų parinkimas priklauso nuo grupavimo tikslo ir preliminarinės analizės. Išskiriami kokybiniai (atributiniai) ir kiekybiniai požymiai. Kiekybiniai požymiai gali būti **diskretiieji** (reikšmės - konkretūs fiksuoti skaičiai) ir **tolydieji**, arba nepertraukiami (skirtumas tarp kintamojo reikšmių gali būti kiek norima mažas). Pavyzdžiui, darbuotojų skaičius, įsigytų kompiuterių skaičius, finansinės veiklos patikrinimų skaičius - diskretiniai požymiai, o veiklos apimtis (apyvarta), pelnas, išlaidos - tolydiniai požymiai. Pagal tarpusavio ryšį požymiai skirstomi į **faktorinius** (turinčius įtakos kitiems požymiams) ir **rezultatinius** (jiems įtakos turi kiti požymiai). Priklausomai nuo esamų sąlygų požymiai gali keistis vaidmenimis. Pavyzdžiui, apyvarta, pelnas, išlaidos vienais atvejais yra faktoriniai, kitais – rezultatiniai požymiai.

Parinkus populiacijos ir tuo pačiu imties nariams grupavimo požymius juos tenka matuoti. Matuodami požymius gauname tam tikrus dydžius, kurie kinta kartu su imties nariais. Šiuos dydžius vadinsime **kintamaisiais**. Populiacijos arba imties duomenų aibė – tai atitinkamų kintamųjų reikšmių aibė. Kintamieji kaip ir požymiai klasifikuojami į kokybinius ir kiekybinius, iš kurių išskiriami diskretieji ir tolydieji.

<u>Išskiriamos keturios kintamųjų matavimo skalės:</u>

1. **Pavadinimų (nominalioji, klasifikacinė) skalė.**

Ši skalė taikoma tada, kai imties objektus galima tik klasifikuoti, t.y. priskirti vienai ar kitai grupei. Imties nariams arba jų grupėms priskiriami kodai arba kiti simboliai. Kintamieji, kurie matuojami pavadinimų skalėje, vadinami **nominaliaisiais kintamaisiais**. Šių kintamųjų pavyzdžiai: lytis, socialinis statusas, tautybė, kraujo grupė, studentų numeris mokomųjų dalykų žurnale, komandos žaidėjo numeris, telefono numeris, akademinės grupės numeris ir t.t.

Nominalieji kintamieji tarpusavyje nepalyginami, jų reikšmėms aritmetinis vidurkis neturi prasmės.

2. **Rangų (tvarkos) skalė.**

Ši skalė taikoma tada, kai yra galimybė nustatyti objektų tiriamojo požymio skirtumus ir pagal tai objektus išrikiuoti į eilę. Kintamieji, kurie matuojami rangų skalėje, yra vadinami **ranginiais kintamaisiais**. Šių kintamųjų pavyzdžiai: konkurso dalyviams pagal parodytus rezultatus skiriamos vietos: pirma, antra, trečia ir t.t.; pedagoginiai ir moksliniai vardai: dėstytojas, vyr. dėstytojas, docentas, daktaras, habilituotas daktaras; mokymosi lygiai: bendras, sustiprintas ir t.t.

Rangų skalėje dydžiai gali būti lyginami tik eiliškumui nustatyti, tai nėra kiekybinės charakteristikos (pirmą vietą krose užėmęs studentas nenubėga tris kartus greičiau už trečią vietą užėmusį).

Ranginiai ir nominalieji kintamieji dar vadinami **kategoriniais**.

3. **Intervalų skalė.**

Ši skalė naudojama, kai imties objektai yra skaitiniai, juos galima įvertinti kiekybiškai. Nulis ir intervalo ilgis parenkami laisvai; dviejų šios skalės intervalų santykis nepriklauso nei nuo numatomų vienetų, nei nuo nulinio taško.

Intervalinių kintamųjų pavyzdžiai: temperatūra, kalendorinis laikas, gabumų, intelekto testų rezultatai. Pavyzdžiui, pasaulyje naudojamos įvairios metų skaičiavimo skalės: nuliniu tašku pasirenkama Kristaus gimimas, Romos įkūrimas ir kt., laiko intervalai skaičiuojami pagal Saulę, Mėnulį ir kt.

Su intervaliniais duomenimis atliekami įvairūs aritmetiniai veiksniai.

4. Santykių skalė.

Ši skalė skiriasi nuo intervalų skalės tik tuo, kad joje yra apibrėžta absoliuti atskaitos pradžia (absoliutusis nulis).

Santykių skalės kintamieji: kaina, laikas, svoris, amžius ir kt. Skaičių, gautų matuojant požymius, santykis parodo kiekybinį matuojamo požymio santykį, kuris nepriklauso nuo matavimo vienetų.

Savarankiško darbo užduotys

1. Pateikite savo siūlymus, pagal kokius požymius būtų galima klasifikuoti Jūsų grupės, specialybės, mokyklos studentų visumą.
2. Suraskite Jums įdomių statistinių duomenų, pamėginkite juos sugrupuoti pagal jus dominančius požymius, kokias matavimo skales jūs galėtumėte pritaikyti šiuos požymius atitinkančių kintamųjų dydžių matavimui.
3. Abstraktūs dydžiai: protiniai gabumai, psichologinis tipas, įsitikinimai ir kiti neišmatuojami tiesiogiai. Šiuo atveju galima taikyti testus, anketas ir jų rezultatus (taškus, reikšmes) naudoti grupavimui. Pateikite tokių pavyzdžių.
4. Pateikite pavyzdžių teiginių, pagrįstų aprašomosios statistikos, o taip pat statistinių išvadų metodais.

2. Grupių skaičiaus ir intervalo dydžio nustatymas

Grupuojant pagal kokybinį požymį, grupių skaičius nustatomas savaime (pvz., pagal lytį, išsilavinimą, gyvenamąją sritį ir t.t.). Esant didesniam požymio pavadinimų skaičiui, nustatyti grupių skaičių yra sudėtingiau, dalį reikšmių tenka sujuosti ir pavadinti “kiti”, įvairūs ir t.t.

Grupuojant pagal kiekybinius požymius, t.y. požymius, kurių duomenys išreiškiami skaitiniais kintamaisiais, svarbu tinkamai parinkti grupių skaičių, kuris dažniausiai priklauso nuo grupavimo tikslo bei pažymio variacijos. Didesnis grupių skaičius sudaro galimybę išsamiau nagrinėti statistinę visumą. Parenkant grupių skaičių laikomasi šių nuostatų:

1. į kiekvieną grupę turi patekti pakankamai didelis grupuojamos statistinės visumos vienetų skaičius;
2. grupių neturi būti per daug, nes bus sunku pastebėti reiškinio vystymosi dėsningumą;

3. grupių neturi būti per mažai, nes į tą pačią grupę paklius labai skirtingi variantai ir bus sunku nustatyti svarbiausias objektyvias statistinės visumos savybes.

Grupių skaičių lemia ir grupuojamo požymio pasiskirstymo sklaida (variacija); t.y. kokios yra požymio kitimo ribos.

Grupuojant pagal kiekybinį požymį, reikšmės skirstomos intervalais. Galimi atvejai: apibrėžti ir neapibrėžti (uždari ir atviri) intervalai, lygūs ir nelygūs intervalai, sudaryti skiriamuoju metodu (intervalų galinės reikšmės nesutampa) ir jungiamuoju metodu (gretimų intervalų viršutinė ir apatinė ribos sutampa). Skiriamuoju metodu intervalai sudaromi diskretiesiems, jungiamuoju - tolydiesiems požymiams, jų reikšmes dažniausiai grupuojant "nuo iki".

Pavyzdžiui, reikia sugrupuoti esančių auditorijoje studentų aibę pagal ūgį. Priklausomai nuo studentų skaičiaus, jų visumos ūgio vienarūšiškumo bus parenkamas intervalų ilgis, jų tipas, grupavimo metodas (jungiamasis arba skiriamasis).

PASTABA. Galima iš anksto paprašyti studentų siunčiamame lapelyje surašyti savo ūgio duomenis ir šiuo konkrečiu pavyzdžiu pamėginti padiskutuoti grupavimo tema, atlikti praktiškai užduotis dabar ir vėliau, išsiaiškinus intervalų nustatymo būdus.

Praktikoje naudojami įvairūs lygių intervalų nustatymo būdai:

1 atvejis. **d** – intervalo ilgis, $\mathbf{x_{max}}$ – didž. požymio reikšmė, $\mathbf{x_{min}}$ – maž. požymio reikšmė, **n** - intervalų skaičius, parenkamas savarankiškai

$$\mathbf{d} = \frac{\mathbf{x_{max} - x_{min}}}{\mathbf{n}}$$

2 atvejis. Sterdžeso formulė

Pirmo atvejo formulėje imamas **n = 1 + 3,322 lgN**

N - tiriamų objektų skaičius

$$\mathbf{d} = \frac{\mathbf{x_{max} - x_{min}}}{\mathbf{1 + 3{,}322\ lg\ N}}$$

Analizuojant sugrupuotus intervalais statistinius duomenis, dažnai reikalinga apskaičiuoti intervalo vidutines reikšmes. Jos gaunamos kaip atitinkamo intervalo apatinės ribos (intervalo pradinės reikšmės) ir viršutinės ribos (intervalo pabaigos reikšmės) aritmetinis vidurkis:

$$\overline{X}_j = \frac{x'_j + x''_j}{2}$$

čia x'_j - j - tojo intervalo apatinė riba

x''_j - j - tojo intervalo viršutinė riba

$\overline{X}_j$ - j - tojo intervalo vidutinė reikšmė

Praktikoje, kaip vėliau įsitikinsime, panaudojant intervalo vidutines reikšmes gali būti pergrupuojami statistikos duomenys.

Statistikos tyrimuose grupavimas dažnai atliekamas kelis kartus, t.y. sugrupuota statistinė medžiaga pergrupuojama. Toks pergrupavimas vadinamas **antriniu grupavimu**.

Duomenys suskirstomi į naujas grupes pagal tą patį požymį, pagal kurį buvo atliktas pirminis grupavimas: pirminiai intervalai arba sustambinami, arba išskaidomi.

3. Gautų rezultatų apibūdinimas statistikos rodikliais

Parinkus esminius grupavimo požymius, nustačius grupių skaičių ir grupavimo intervalus, gauta statistikos medžiaga toliau analizuojama ją apibūdinant įvairiais statistikos rodikliais.

Jų parinkimas ir konkretūs skaičiavimo atvejai bus nagrinėjami atskiroje temoje.

Savarankiško darbo užduotis:

Įvairiuose statistiniuose leidiniuose suraskite jums įdomius statistinius duomenis.

Sugrupuokite šiuos duomenis intervalais, taikydami įvairius jų nustatymo būdus. Palyginkite atskirus atvejus informatyvumo prasme.

V tema. Statistinės eilutės

Vykdant statistinį stebėjimą, gauti pirminiai duomenys surašomi į eilutę, kuri vadinama **statistine eilute.** Duomenys šioje eilutėje gali būti užrašomi eilės tvarka, kaip buvo gauti, arba išrūšiuoti pagal dydį didėjančia arba mažėjančia tvarka. Tokiu būdu gauta eilutė vadinama **ranžiruota (ūgine)**.

Pavyzdžiai:

1. Studentai laikydami ekonomikos dalyko egzaminą gavo šiuos pažymius: 9 8 7 5 6 10 10 8 7 4 9 3 8 9 7 9 8 10 9 5 5 7 6 6 9. Tai pažymių statistinė eilutė.

PASTABA. Galima paimti konkrečius rezultatus iš mokomųjų dalykų žurnalo.

Ranžiruota šių duomenų eilutė:

3 4 5 5 5 6 6 6 7 7 7 7 8 8 8 8 9 9 9 9 9 9 10 10 10

2. Oficialus Vokietijos markės santykis su nacionaline valiuta - litu 2001 m. atitinkamais mėnesiais buvo: 2,1; 2,05; 1,9; 1,85; 1,83; 1,8; 1,79; 1,7.

Šiuo atveju užfiksuoti duomenys iš karto sudaro ranžiruotą eilutę.

3. Vaikai gimę nesantuokoje Lietuvoje 2000 m. pagal motinos amžių

Motinos amžius	16-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
Gimusių vaikų sk.	1418	2523	1691	1195	651	181
% nuo visų gimusių	25,2	22,5	16,3	19,6	24,8	30,8

Pagal turinį statistinės eilutės skirstomos į **pasiskirstymo** ir **dinamikos eilutes**.

Pasiskirstymo eilutėmis vadinamos tokios skaitmeninių rodiklių eilutės, kurios apibūdina visumos vienetų pasiskirstymą pagal kokį nors požymį.

Dinamikos eilutėmis vadinamos statistinių dydžių eilutės, parodančios visuomeninių reiškinių rodiklių pasikeitimą laiko atžvilgiu.

Pasiskirstymo eilutės gali būti sudarytos pagal atributinį (kokybinį) požymį arba kiekybinį požymį. Priklausomai nuo to jos atitinkamai vadinamos **atributinėmis** arba **variacinėmis** eilutėmis.

Pateikti temos pradžioje 1-3 pavyzdžiai yra variacinės paskirstymo eilutės.

Atributinės paskirstymo eilutės pavyzdžiai gali būti aukštesniųjų mokyklų studentų pasiskirstymas pagal lytį, tautybę, gyvenamąją vietą ir t.t.

Dinamikos eilutės pavyzdžiu gali būti aukštųjų mokyklų pagrindinių studijų studentų, mokančių už studijas procentas šių studentų tarpe per paskutinius 5 mokslo metus:

Mokslo metai	1995-1996	1996-1997	1997-1998	1998-1999	1999-2000
%	7,6	9,5	13,4	21	25,2

Bendruoju atveju bet kokią variacinę eilutę galima užrašyti:

Požymiai (variantai)

x_i $\quad$ $x_1, x_2, x_3, \ldots.. x_n$

Svorio koeficientai

(dažniai) f_i $\quad$ $f_1, f_2, f_3, \ldots.. f_n$

Variacinė eilutė, kurioje požymio reikšmės viena nuo kitos skiriasi tik tam tikru apibrėžtu dydžiu, paprastai sveikuoju skaičiumi, vadinama **diskretine variacine eilute** (1 pvz.).

Diskretinės variacinės eilutės gali būti paprastos (x_i - fiksuoti atskiri kiekybinio požymio variantai) ir intervalinės (x_i - išreikšti intervalais). Pvz., 1 pvz. eilutę galėtume užrašyti:

x_i	3-5	6-8	9-10
f_i	5	11	9

Intervalinė diskretinė eilutė

x_i	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	1	1	3	3	4	4	6	3

Paprasta diskretinė eilutė

Variacinė eilutė vadinama **tolydine (nenutrūkstama)**, jeigu grupavimo požymis, sudarantis grupavimo pagrindą, tam tikrame intervale gali turėti bet kurias reikšmes (3 pvz. temos pradžioje). Nenutrūkstamos variacijos atveju variantai paprastai grupuojami intervalais, o dažniai priskiriami visam intervalui.

Kartais pasiskirstymo eilutės pertvarkomos pagal sukauptus (sumuojamus) dažnius.

Pvz. Sudaryti diskretinę ekonomikos egzamino pažymių variacinę paprastą eilutę, naudodami sukauptus dažnius, galėtume, užrašę:

x_i	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	1	2	5	8	12	16	22	25

Sukaupti dažniai rodo, kiek visumos vienetų arba kuri jų dalis neviršija konkrečios požymio reikšmės. Šios eilutės dar vadinamos **kumuliatyvinėmis eilutėmis.**

Savarankiško darbo užduotis

1. Pateikite statistikos eilučių pavyzdžių: pasiskirstymo (variacinių ir atributinių) dinamikos, kumuliatyvinių. Pamėginkite, suradę konkrečius Jums įdomius statistikos duomenis, juos užrašyti statistine eilute.

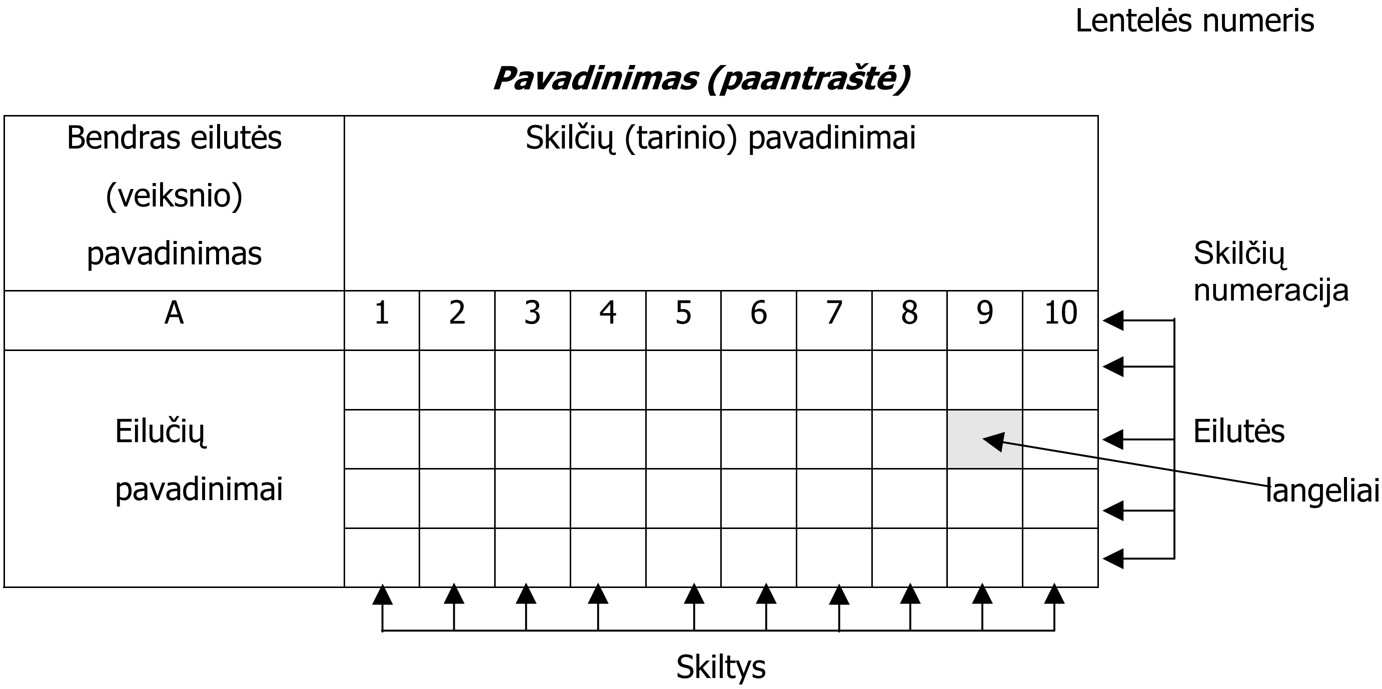
2. Sudarykite duomenų apie savo kurso studentus pasiskirstymo eilutes pagal įvairius atributinius ir kokybinius požymius, pavyzdžiui, gautą mikroekonomikos pažymį rudens semestro sesijos egzamino metu, turimą mokymosi vidurkį semestre, vietoves, iš kurių atvyko mokytis ir t.t. Apibendrinkite gautus grupavimo rezultatus.

VI tema. Statistinės lentelės

Gauta statistinė informacija, ją suvedus ir sugrupavus, paprastai išdėstoma statistinėse lentelėse.

Statistinė lentelė - tai pagal tam tikrą eilučių ir stulpelių sistemą išdėstyta statistikos informacija apie mus dominančius objektus, reiškinius arba procesus.

Statistinės lentelės maketas pateiktas šioje schemoje:



- Išnašos
- Duomenų šaltiniai

Informacijos išdėstymas statistinėje lentelėje yra gerokai aiškesnis ir vaizdingesnis negu žodinis tekstas. Svarbu išmokti tai atlikti logiškai, nuosekliai, glaustai.

Statistinės lentelės elementai: pagrindinė lentelės dalis - **skiltys** (vertikalios linijos), **eilutės** (horizontaliosios linijos), **langeliai** (horizontalių ir vertikalių linijų susikirtimas), **lentelės numeris** (rašomas dešiniajame lapo krašte), **lentelės pavadinimas** (trumpai, aiškiai ir tiksliai apibūdinama, pateiktų duomenų prasmė, laikas, vieta).

Išskiriamos lentelės **veiksnio** ir **tarinio** sąvokos. Lentelės **veiksnys** kaip ir sakinyje parodo apie ką lentelėje kalbama, jame pateikiami apibūdinamo reiškinio tam tikrų elementų arba grupių pavadinimas. Lentelės **tarinys** parodo, kokiais rodikliais apibūdinamas veiksnys, jame atvaizduojama konkretaus reiškinio elementų arba grupių, parodytų veiksnyje, skaitmeniniai dydžiai.

Po lentele gali būti pateiktos **išnašos** – vieno ar kito skaičiaus patikslinimai.

Jei lentelė neatspindi paties autoriaus surinktų duomenų, būtina po lentele nurodyti šaltinį. Statistiniai duomenys gali būti paimti iš spaudos, knygų, biuletenių, interneto.

Pavyzdžiai:

1. Gyventojai ir tankumas Lietuvoje. (1 priedas)
2. Mirtingumas pagal amžių ir lytį Lietuvoje. (2 priedas)
3. Valstybinės ir nevalstybinės mokymo įstaigos. (3 priedas)
4. Gimusieji nesantuokoje. (4 priedas)

Statistinių lentelių sudarymo taisyklės

Statistinės lentelės turi teikti vaizdžią ir lengvai suprantamą informaciją. Todėl jas sudarant būtina laikytis tam tikrų taisyklių:

1. Lentelę reikia sudaryti nedidelę, lengvai apžvelgiamą. Kartais tikslinga vietoje vienos didelės sudaryti keletą mažų lentelių.
2. Jeigu tekste pateikiama keletas lentelių, jos numeruojamos. Lentelės numeris rašomas prieš pavadinimą dešinėje pusėje taip: 1 lentelė, 2 lentelė ir t.t.
3. Jeigu lentelėje daug stulpelių, juos būtina numeruoti. Veiksnio skiltys numeruojamos didžiosiomis raidėmis (A, B, C ir t.t.), o tarinio - skaitmenimis (1, 2, 3, ir t.t.). Tarpusavyje susiję duomenys rašomi šalia esančiuose stulpeliuose.
4. Lentelėje žodžiai rašomi pilni, be sutrumpinimų. Kai nėra bendro matavimo vieneto, kiekvienoje skiltyje rašomas atskiras matavimo vienetas.
5. Rodikliai, išreiškiami ne tik sveikais skaičiais, bet ir jų dalimis, į lentelę įrašomi vienodo tikslumo, dažniausiai į lentelę įrašomus skaičius apvaliname.
6. Užpildant lenteles negalima palikti tuščių lentelių, reikia vartoti šiuos sutartinius žymėjimus:

   "-" - duomenų nėra,

   "..." - nėra informacijos apie reiškinį,

   "( )" – nepakankamas reiškinio vertinimo tikslumas,

   " / " – duomenys nepateikiami, nes įverčio paklaida viršija leistiną lygį, "0,0" - nagrinėjamo reiškinio skaitmeninė reikšmė yra mažesnė nei pasirinktas tikslumas lentelėje,

"X" - eilutės pildyti nereikia, nes tokie rodikliai neskaičiuojami,

"0" - toks rodiklis yra, bet neskelbiamas, nes parodo konfidencialius duomenis.

7. Statistikos lentelės analizę logiška pradėti nuo bendro rezultato, kuris įgalina gauti bendrąją visumos charakteristiką, o toliau pereiti prie kiekvienos eilutės ir stulpelio nagrinėjimo.

Statistinių lentelių rūšys

	V	→	**Paprastos**	(veiksnį sudaro stebėjimo chronologinių datų
P	E		pavyzdys: 1 priede	arba teritorinių padalinių sąrašas)
A	I			
G	K	→	**Grupinės**	(veiksnį sudaro sugrupuoti stebėjimo vienetai pagal
A	S		pavyzdys.: 3 priede	vieną esminį požymį)
L	N			
	Į	→	**Kombinuotos**	(veiksnį sudaro sugrupuoti stebėjimo vienetai pagal
			pavyzdžiai: 4 priede	keletą esminių požymių)

Visų schemoje paminėtų lentelių tipų tarinys gali būti paprastas (rodikliai išdėstomi lygiagrečiai) arba sudėtingas (rodikliai išdėstomi kombinuotai). Tarinys negali būti perpildytas nereikalinga informacija, smulkmenomis, ypač tų lentelių, kurios publikuojamos plačiam visuomenės ratui. Rodiklių lentelėse išdėstymas logiška, griežta seka užtikrina tam tikrą minčių sistemą, išreikštą skaičių kalba. Esant didesniam rodiklių skaičiui, rekomenduojama sudaryti ne vieną lentelę, o jų sistemą.

Savarankiško darbo užduotis

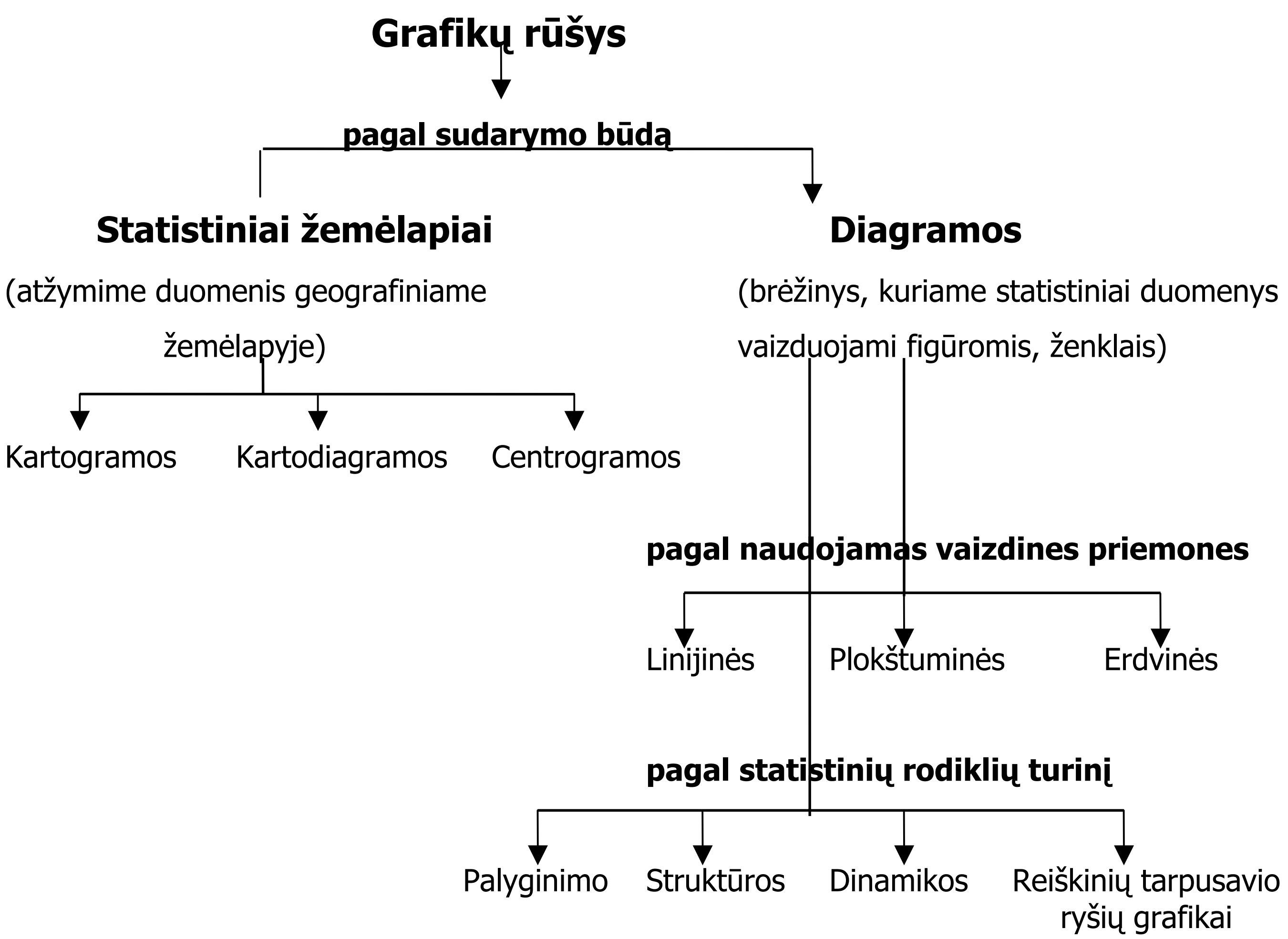
1. Pateikite statistikos lentelių pavyzdžių su Jums įdomia informacija. Apibūdinkite pateiktas statistikos lenteles, atkreipdami dėmesį, kaip yra laikomasi šių lentelių sudarymo taisyklių. Pateikite savo siūlymus, kaip būtų galima sudaryti statistikos lenteles konkretiems duomenims analizuoti.

2. Pasirinkite įdomius statistinius duomenis, sudarykite įvairių statistinių lentelių rūšis laikydamiesi visų statistinių lentelių sudarymo taisyklių.

VII tema. Grafinis statistikos duomenų vaizdavimas

Statistinių eilučių bei lentelių duomenys yra vaizduojami grafiškai. Statistikos grafikais vadinamas statistikos duomenų sąlyginis vaizdavimas geometrinėmis figūromis, linijomis ir schemomis geografiniuose žemėlapiuose. Grafikas – užkoduota informacija apie duomenis. Grafikas vaizdingai ir kompaktiškai aprašo duomenis, suteikia dar didesnes galimybes nei eilutės ar lentelės juos analizuoti. Ypač plačiai ir efektyviai grafikas kaip analizės ir informacijos apibendrinimo priemonė, gali būti taikomas naudojant jam nubrėžti kompiuterius. Naudojant įvairius taikomųjų programų produktus, pvz., teksto redaktorių WORD, elektronikos lentelių paketą EXCEL, statistines programas SPSS, SAS ir kt., galima lanksčiai keisti duomenų parametrus ir operatyviai, neįdedant daug darbo, gauti įvairius grafikus.

Grafiko kokybė priklauso nuo mūsų gebėjimų vizualiai informaciją dekoduoti. Tam reikalinga patirtis, loginis mąstymas, vaizduotė. Sudarant grafikus, būtina siekti: aiškumo (grafikai turi būti sudaromi be papildomų aprašymų), skiriamosios galios (visi elementai grafike turi būti lengvai įžiūrimi), kopijuojamumo (nespalvota grafiko kopija turi būti informatyvi).



Linijinės diagramos naudojamos reiškinių kitimui tam tikru laiku, jų palyginimui bei tarpusavio ryšiams koordinuoti. Vaizduojant reiškinių kitimą, braižoma stačiakampė koordinačių sistema, kurios abscisių ašyje pagal pasirinktą nuotolį, atidedamas laikas, o ordinačių ašyje – reiškinio rodikliai. Ašių susikirtimo vietų taškus sujungus tiesėmis, gaunama linijinė diagrama.

Linijinių diagramų pavyzdžiai pateikti 5 priede. Linijinės diagramos yra pranašesnės tuo, kad jose iš karto galima pavaizduoti daugelio rodiklių dinamiką.

Plokštuminės diagramos

Duomenų grafiniam vaizdavimui plokštumoje yra braižoma stulpelinė, juostinė, kvadratinė ir apskritiminė bei sektoriaus diagramos.

Stulpelinės diagramos naudojamos duomenų kitimui per atitinkamą laikotarpį, jų palyginimui bei struktūrai vaizduoti.

Sudarant stulpelinę diagramą ant abscisių ašies pagal pasirinktą mastelį atidedamas laikas, o stulpelių aukštis vaizduoja duomenis atitinkantį kintamųjų dydį. Stulpelinėje diagramoje stulpelių plotis turi būti vienodas, jie turi būti išdėstyti vienodais atstumais, gali būti ir suglausti arba sunerti. Nepatariama naudoti nutrauktų skalių, tarpai tarp stulpelių turi būti ne mažesni kaip ½ stulpelio pločio ir ne didesni kaip stulpelio plotis. Stulpelinių diagramų pavyzdžiai pateikti 6 priede.

Vienoje stulpelinėje diagramoje galima pavaizduoti ir kelių kintamųjų dinamiką. Naudojamos grupuotos stulpelių diagramos. Tuomet kiekvienam kintamajam parenkama spalva arba štrichuotė. (žr. 6 priedo 1 pavyzdį)

Stulpelinės diagramos dažnai sudaromos ir reiškinių palyginimui, šiuo atveju abscisių ašyje žymimas ne laikas, o objektai. (žr. 6 priedo 2 pavyzdį)

Analogiškai kaip stulpelinėmis diagramomis kintamuosius galima vaizduoti ir juostinėmis diagramomis. Šiuo atveju skalė išdėstoma ant horizontalios linijos, o stulpeliai (juostos) – ant vertikalios (žr. 6 priedo 3 pavyzdį). Dažnai juostinėmis diagramomis vaizduojami kintamųjų pokyčiai, jų nukrypimai nuo tam tikrų pastovių dydžių. Tokiais atvejais sudarom dviejų krypčių juostinės arba stulpelinės diagramos (žr. 6 priedo 4 pavyzdį).

Vaizduojant reiškinio struktūrą, stulpelių aukštis (juostų plotis) prilyginamas 100% ir dalijamas į dalis, proporcingas to reiškinio struktūrai. (žr. 6 priedo 5 pavyzdį)

Praktikoje kartais iš dvimačių plokštinių grafikų naudojamos ir kvadratinės bei apskritiminės diagramos. Kvadratinėse ir apskritiminėse diagramose vaizduojamas dydis išreiškiamas plotu, t.y. sudaromo kvadrato ar apskritimo plotas priklauso nuo vaizduojamą dydį atitinkančio kintamojo reikšmės.

Sektorinėmis diagramomis vaizduojama reiškinių struktūra. Šiuo atveju apskritimo ilgis prilyginamas 100%, o struktūros santykiniai dydžiai perskaičiuojami į laipsnius (1% = $3{,}6^0$). (žr. 7 priedo pavyzdžius)

Sudarant apskritimines ir sektorines diagramas, svarbu įvertinti tai, kad:

1) šios diagramos yra mažiau tikslios už stulpelius;
2) išpjovos diagramose yra išdėstomos mažėjimo tvarka pagal laikrodžio rodyklę, pradedant 12-ąja pozicija. Apskritime rašoma absoliutiniai arba struktūros santykiniai dydžiai.
3) vienoje diagramoje patartina pavaizduoti ne daugiau kaip 4-5 sudėtines statistinės visumos dalis, išpjova turi būti nemažesnė už 3%.

Plokštuminių diagramų atveju gali būti naudojamos ir įvairios figūros, paveikslai.

Erdvinės diagramos

Erdvinių diagramų atveju yra naudojami vertikalūs arba horizontalūs stačiakampiai, gretasieniai kūbai, skrituliai, sferinės išpjovos. Visi plokštuminėmis diagramomis aptarti reikalavimai ir jų pritaikoma metodika yra būdingi ir erdvinėms diagramoms. Erdvinės diagramos dažniau naudojamos interjero apipavidalinimui, reklaminiams tikslams.

Erdvinių diagramų pavyzdžiai pateikti 8 priede.

Palyginimo diagramos grafiškai apibūdina statistinių visumų santykius pagal besikeičiantį požymį. Plačiausiai taikomos **stulpelinės** ir **juostinės** diagramos. (žr. 6 priedo 1-3 pav., 8 priedo 1 pav.)

Struktūrinės diagramos sudaro galimybę palyginti visumos sudėtį, apibūdinti jos dalių santykį su visa visuma. Šiuo atveju dažniausiai pasirenkamos stulpelinės arba sektorinės diagramos. (žr. 6 priedo 5 pav., 7 priedo pavyzdžius)

Dinamikos diagramos apibūdina reiškinių pasikeitimą laiko atžvilgiu. Jos dažniausiai vaizduojamos stulpelinėmis arba juostinėmis ir linijinėmis diagramomis (8 priedas).

Šiose diagramose kiekvienas stulpelis arba juosta vaizduoja tam tikro laikotarpio reiškinio dydį, paprastai išdėstomą chronologine tvarka. Tarpai tarp atskirų laikotarpių diagramoje turi atitikti vaizduojamus laikotarpius. (žr. 6 priedo 5 pavyzdį, 8 priedo 1-2 pavyzdžius)

Plano vykdymo grafikai yra atskiras dinamikos diagramų atvejis. Naudojant stačiakampę koordinačių sistemą, horizontaliojoje ašyje atidedamas laikas, o vertikaliojoje - nagrinėjamo rodiklio dydis. Dažniausiai braižomos trys statistikos kreivės: planinių duomenų, faktinių duomenų, praėjusio laikotarpio duomenų.

Statistiniai žemėlapiai

Kartograma - dažniausiai naudojamas statistikos žemėlapio atvejis.

Kartograma geografiniame žemėlapyje arba jo schemoje sutartiniais ženklais (taškais, štrichais ir t.t.) arba spalvomis vaizduoja reiškinio paplitimą teritorijoje. Sudarant šio tipo grafiką, parenkamas teritorinis vienetas (pvz., apskritis, valsčius, seniūnija ir t.t.), vėliau šie vienetai gali būti grupuojami pagal vaizduojamo rodiklio dydį (9-10 priedai). Kartogramos skirstomos į fonines ir taškines. Foninėje kartogramoje štrichuoti arba spalvos intensyvumas lemia vaizduojamo reiškinio paplitimą teritorijoje. Taškinėje kartogramoje kiekvienam taškui suteikiama tam tikra skaitmeninė reikšmė, vaizduojamo reiškinio paplitimą atitinkamoje vietovėje parodo taškų skaičius.

Kartodiagrama - scheminio geografinio žemėlapio ir įvairių diagramų derinys. Pavyzdžiui, Lietuvos schemoje gali būti sutartiniais ženklais pavaizduota kolegijų, universitetų ir kitų mokymo įstaigų išsidėstymas. Atitinkamoje šalies dalyje bus kuriamos stulpelinės arba kitos diagramos.

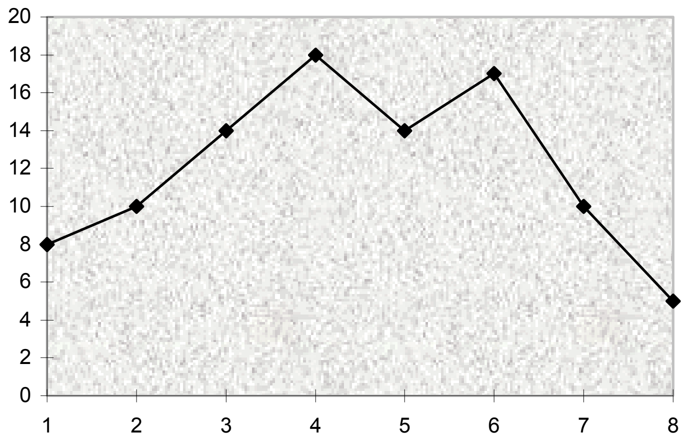
Centrograma - išsamus statistinis geografinis aprašymas. Šiuo atveju dinamikos eilučių duomenys pateikiami ne lentelėse, o kontūriniuose - geografiniuose žemėlapiuose. Centrogramos taikomos tiriant gyventojų migraciją, įvairių pramonės gaminių gamybos centrų perkėlimą.

VARIACINIŲ EILUČIŲ GRAFIKAI

Pasiskirstymo variacinės eilutės grafiškai vaizduojamos poligonu, histograma ir kumuliate.

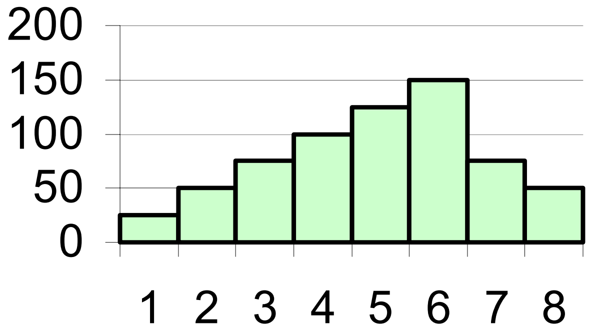
Poligonas (daugiakampis) naudojamas diskretinėms pasiskirstymo eilutėms pavaizduoti. Jam sudaryti naudojama stačiakampė koordinačių sistema. Ant abscisių ašies atidedamos požymio reikšmės (variantai), o ant ordinačių - atskirų variantų dažniai. Ant abscisių ir ordinačių susikirtimo atidedami taškai, atitinkantys konkrečią pasiskirstymo eilutę.

Juos sujungus tiesėmis, gaunama laužtinė kreivė, vadinama **poligonu**.



1 pav. Studentų pasiskirstymas pagal surinktų taškų skaičių LIK konkurse

Histograma vaizduojamos intervalinės pasiskirstymo eilutės. Ji sudaroma taip: ant abscisių ašies atidedami pasiskirstymo eilutės intervalai, ant kurių braižomi stačiakampiai, o ant ordinačių - intervalų dažniai arba santykiniai dažniai. Gautas laiptuotas daugiakampis ir vadinamas histograma.



2 pav. Histograma. Studentų pasiskirstymas pagal sugaištamą laiką kelionei į namus.

Histograma gali būti pertvarkyta į poligoną, stačiakampių viršūnių pagrindų vidurį sujungus tiesiomis linijomis.

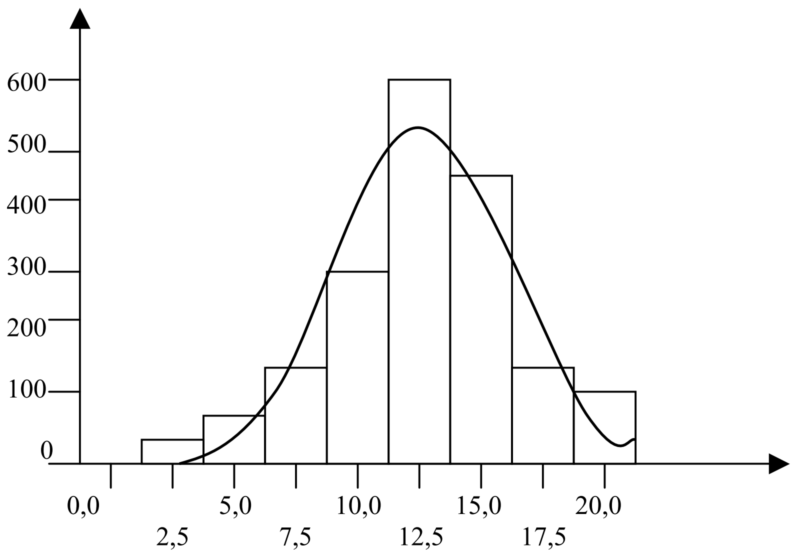
Kumuliate vaizduojamos kumuliatyvinės pasiskirstymo eilutės.

5 pvz. Kumuliate. Nubrėžkite studentų pasiskirstymą pagal taškų sk. LIK konkurse.

Intervalinių variacinių eilučių variantų pasiskirstymo įvertinimas

Empiriškai nustatyta, kad daugelis histogramų yra panašios į funkcijas $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)$ grafiką – normalinę kreivę (žr. brėžinį). Teorinis ir praktinis šios kreivės vaidmuo yra labai didelis. Pavyzdžiui, galima suformuluoti empirines taisykles:

1. Jeigu duomenų histograma yra varpo formos, tai:
   - apytiksliai 68% visų duomenų patenka į intervalą ($\bar{x} - \bar{\sigma}$, $\bar{x} + \sigma$);
   - apytiksliai 95% visų duomenų patenka į intervalą ($\bar{x} - 2\sigma$, $\bar{x} + 2\sigma$);
   - beveik visi duomenys patenka į intervalą ($\bar{x} - 3\sigma$, $\bar{x} + 3\sigma$).



3 pav. Histograma ir normalioji kreivė

Savarankiško darbo užduotis

Pasirinkite Jums įdomių statistinių duomenų lenteles, pasiskirstymo arba dinamikos eilutes. Parinkę patį efektyviausią šių duomenų grafinio vaizdavimo būdą, prisilaikydami pateiktų šioje temoje rekomendacijų ir nurodymų, nubrėžkite atitinkamus grafikus.

Parašykite referatus viena iš temų: "Grafinis statistinių duomenų vaizdavimas n-tųjų metų Statistiko metraštyje", "2001-ųjų metų gyventojų surašymo duomenų grafinis vaizdavimas", "Duomenų apie kolegijos veiklą grafinis vaizdavimas" ir kt.

VIII tema. Vidurkiai

Analizuojant ekonominę veiklą, dažnai naudojami statistiniai rodikliai, apibūdinantys vidutines analizuojamų požymių reikšmes. Šie apibendrinamieji rodikliai vadinami **vidutiniais dydžiais**. Jie išreiškia atitinkamus ekonominės veiklos dėsningumus. Konkreti vidutinės reikšmės išraiška yra įvairių rūšių vidurkiai.

Vidurkis yra kiekybinis rodiklis, kuris apibendrina ir išreiškia vienarūšių reiškinių tam tikro varijuojančio požymio tipišką lygį, konkrečiomis vietos ir laiko sąlygomis.

Dažniausiai statistinio vidurkio pagalba nustatomi įvairios ekonominės veiklos normos standartai, vidutinės pajamos, išlaidos, laiko sąnaudos reiškiniui planuoti bei prognozuoti.

Panaudojant statistinius vidurkius galima palyginti dvi ir daugiau skirtingas visumas, kuriose tam tikrų socialinių ekonominių reiškinių požymiai varijuoja ir turint tik jų reikšmes neįmanoma įvertinti visumos. Pavyzdžiui, turint dviejų akademinių grupių studentų žiemos sesijoje gautus įvertinimus negalime palyginti vienos ir kitos grupės mokymosi rezultatų. Tai galėsime atlikti paskaičiavę kiekvieno studento gautų įvertinimų vidurkį (gautų požymių sumą dalijame iš jų skaičiaus) ir bendrą kiekvienos grupės vidurkį (studentų vidurkių sumą dalijame iš studentų skaičiaus).

Vidurkius reiškinių analizei reikia naudoti atsargiai, nes dažnai vidurkis slepia varijuojančio požymio atskirų vienetų nuokrypius. Praktikoje vidurkių apskaičiavimas derinamas su grupavimu. Gaunama visapusiškesnė reiškinių analizė, nes jie analizuojami ne pagal vieną bendrą vidurkį, o pagal atskirų grupių vidurkių sistemą.

Skaičiuojant vidurkius, būtina laikytis šių reikalavimų:

- vidurkius skaičiuoti tik kokybiškai vienarūšei visumai;
- vidurkį skaičiuoti iš pakankamai didelio vienetų skaičiaus;
- parinkti tinkamą vidurkio rūšį.

Pateiksime dažniausiai naudojamų vidurkių apskaičiavimo būdus:

1. Aritmetinis vidurkis

Tegu tam tikrą objektų visumą tiriame pagal mus dominantį požymį **X**, o šio požymio galimos reikšmės (variantai) visumos objektams yra $\mathbf{x_1 \;\; x_2 \;\; x_3 \;\; \ldots \;\; x_n}$. Padalijęę variantų reikšmių sumą iš jų skaičiaus, gauname šių reikšmių **paprastą aritmetinį vidurkį** (žymima $\overline{\mathbf{x}_P}$).

$$\overline{X}_p = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\Sigma x_i}{n}$$

Tuo atveju, kai variantų reikšmės kartojasi, skaičiuojamas **svertinis aritmetinis vidurkis** (žymimas $\mathbf{x_s}$).

$$\overline{X}_S = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n} = \frac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i}$$

$\mathbf{f_i}$ yra reikšmės $\mathbf{x_i}$ pasikartojimų skaičius – dažniai

Pavyzdys. Paprastą arba svertinį gautų pažymių vidurkį studentai skaičiuoja pasibaigus sesijai.

Tuo atveju, kai požymio reikšmės yra duotos intervalais, variantų reikšmėmis imama intervalo vidurio reikšmė

$$x_i = \frac{x_{i1} + x_{i2}}{2}$$

$\mathbf{x_{i1}}$ – apatinė intervalo reikšmė

$\mathbf{x_{i2}}$ –viršutinė intervalo reikšmė

Duota I kurso studentų kelionės iš namų iki kolegijos sugaišto laiko pasiskirstymo eilutė

Laikas	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
Studentų sk.	12	4	3	15	10	6

Apskaičiuosime kiek vidutiniškai užtrunka I kurso studentai kelionei iš namų iki kolegijos.

Pertvarkome duotų intervalų pasiskirstymo eilutę į diskrečiąją, variantų reikšmėmis imdami intervalo vidurio taškus.

x_i	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
f_i	12	4	3	15	10	6

Skaičiuojame šios eilutės svertinį aritmetinį vidurkį:

$$\overline{X}_S = \frac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i} = \frac{2{,}5 \cdot 12 + 7{,}5 \cdot 4 + 12{,}5 \cdot 3 + 17{,}5 \cdot 15 + 22{,}5 \cdot 10 + 27{,}5 \cdot 6}{12 + 4 + 3 + 15 + 10 + 6} = \text{ 15 min.}$$

2. Harmoninis vidurkis

Harmoninis paprastas vidurkis skaičiuojamas eilutės narių skaičių **n** dalijant iš atvirkštinių dydžių $\mathbf{x_i}$ bendros sumos:

$$\overline{X_{hp}} = \frac{n}{\Sigma 1/x_i}$$

Pavyzdys. Automobilis su kroviniu iš įmonės iki sandėlio važiavo 40 km/h, o atgal 60 km/h greičiu. Koks vidutinis automobilio greitis?

$$\overline{X_{hp}} = \frac{2}{1/60 + 1/40} = \frac{2 \cdot 120}{5} = 48\, km/h$$

PASTABA. Patikrinkite skaičiavimo teisingumą, kai atstumas – 96 km, paaiškinkite, kodėl šiuo atveju negalima skaičiuoti paprasto aritmetinio vidurkio.

3. Kvadratinis vidurkis

Šis vidurkis skaičiuojamas, kai duomenys yra išreikšti kvadratine funkcija: pvz., vamzdžių, medžių kamienų vidutiniai skersmenys, kvadrato formos sklypo vidutinis plotas ir t.t.

$$\overline{X_k} = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n}}$$

Pavyzdys. Turime 3 kvadrato formos žemės sklypus, kurių kraštinės atitinkamai lygios 100, 200, 300 metrų. Apskaičiuoti, kokia turi būti kraštinė žemės sklypo, kurio plotas būtų lygus šių trijų sklypų plotų vidurkiui.

$$\overline{X_k} = \sqrt{\frac{100^2 + 200^2 + 300^2 x_i}{3}} = 216\ m$$

4. Geometrinis vidurkis

Naudojamas reiškinio pokyčio vidutiniams tempams skaičiuoti.

$$\overline{X_g} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

x_1 – požymio reikšmės

PASTABA. Apskaičiavę visus minėtus vidurkius, gausime šią priklausomybę:

$$\overline{x_h} < \overline{x_g} < \overline{x_a} < \overline{x_k}$$

5. Chronologinis vidurkis

Tegu yra duotas požymio reikšmės atitinkamais laiko momentais:

$$t_1 - x_1, \quad t_2 - x_2, \quad t_3 - x_3, \quad \ldots \quad t_n - x_n$$

Požymio **x** chronologiniu vidurkiu vadiname šio požymio reikšmių atitinkamuose laiko intervaluose aritmetinių vidurkių vidurkį.

$$\overline{X}_{chr} = \frac{\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{x_2 + x_3}{2} + \ldots + \frac{x_{n-1} - x_n}{2}}{n-1} = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \ldots + \frac{x_n}{2}}{n-1}$$

Šis vidurkis naudojamas dinamikos eilučių analizei, pagrindinių verslo charakteristikų - apyvartos greičio ir kitoms apskaičiuoti.

6. Progresinis vidurkis

Apskaičiavus nagrinėjamo požymio reikšmių aritmetinį vidurkį, išrenkamos geresnės reikšmės: **didesnės už aritmetinį vidurkį** (pvz., derlingumas, pelnas ir t.t.) arba **mažesnės** (išlaidos, nuostoliai ir t.t.) ir iš pastarųjų reikšmių apskaičiuojamas naujas aritmetinis vidurkis, kuris ir vadinamas **progresiniu vidurkiu**.

7. Struktūriniai vidurkiai

Visumos sudėčiai (struktūrai) apibūdinti naudojami rodikliai, kuriuos vadiname struktūriniais vidurkiais.

7.1. Moda – tai požymio reikšmė, dažniausiai pasikartojanti statistinėje eilutėje. Galima skaičiuoti kiekybinių, tiek ir kokybinių duomenų modą.

Diskretinėje variacinėje eilutėje moda – tai didžiausią dažnį turinti jo reikšmė.

$$M_0 = x_i \qquad x_i \sim f_i$$

$$f_i = \max (f_j)$$

$$j = 1,2 \ldots i \ldots n$$

Pavyzdžiui, tiriant avalynės paklausą, parduotos avalynės dydžio moda bus dažniausiai perkamų batų dydis.

Intervalinėje pasiskirstymo eilutėje, kai intervalai lygūs, moda skaičiuojama pagal formulę:

$$M_0 = x_0' + h\frac{f_i - f_i - 1}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})}$$

Čia x_0 – modalinio intervalo (turinčio didžiausią dažnį) žemutinė riba (rėžis),

h – modalinio intervalo dydis,

f_i – modalinio intervalo dažnis,

f_{i-1} – priešmodalinio intervalo dažnis,

f_{i+1} – pomodalinio intervalo dažnis.

PASTABA. Kai intervalai nelygūs modalusis intervalas nustatomas pagal didžiausią tankį $\left(\frac{f_i}{h_i}\right)$ ir formulėje vietoje dažnio imami atitinkami tankio rodikliai.

Pavyzdys. Apskaičiuoti studentų sugaišto laiko kelionei iš namų iki mokyklos pasiskirstymo eilutės modą:

$$M_0 = 15 + 5\frac{15-3}{(15-3) + (15-10)} = 18{,}53 \approx 19 \text{ min.}$$

Išvada: dažniausiai studentai kelionei sugaišta 19 minučių.

PASTABOS:

1. Jeigu visos reikšmės variacinėje eilutėje pasikartoja vienodai dažnai, sakoma, kad pasiskirstymas modos neturi.
2. Jeigu kelių gretimų variacinės eilutės reikšmių dažnis vienodas ir yra didesnis negu bet kurių kitų reikšmių dažnis, tai moda yra šių reikšmių vidurkis.
3. Jeigu dvi negretimos variacinės eilutės reikšmės pasikartoja vienodu dažniu ir jis didesnis negu bet kurių kitų reikšmių, tai egzistuoja dvi modos ir sakoma, kad eilutė yra bimodinė (atveju kai daugiau negu dvi – multimodinė).

7.2. Mediana

Mediana – vidurinis ranžiruotosios (požymio reikšmės išdėstytos didėjančia arba mažėjančia tvarka) statistinės eilutės narys, dalijantis ją į dvi lygias dalis. Esant ranžiruotosios eilutės lyginiam narių skaičiui, mediana apskaičiuojama kaip dviejų vidurinių narių aritmetinis vidurkis. Kurių narių vidurkį imti, nustatome pagal formulę $\frac{N+1}{2}$.

Pvz., jei

a) N = 10

$\frac{11}{2}$ = 5,5, t.y. M_e bus 5 ir 6 narių x reikšmių vidurkis;

b) N = 11

$\frac{12}{2}$ = 6

M_e bus 6-asis narys, t.y. vidurinioji eilutės reikšmė.

Intervalinėje pasiskirstymo eilutėje mediana apskaičiuojama pagal formulę:

$$M_e = x_0 + h\frac{\frac{\Sigma f_i}{2} - S_{m-1}}{f_i}$$

Čia f_i – medianinio intervalo dažnis

h – medianinio intervalo dydis

x_0 – apatinė medianinio intervalo riba (rėžis)

S_{m-1} – dažnių iki medianinio intervalo suma

Σf_i – eilutės dažnių suma

Pavyzdžiai.

1. Apskaičiuoti 6.1. skyrelyje pateiktame pavyzdyje duomenų medianą.

Σf_i – 50, medianinis intervalas - 15-25

$$M_e = 15 + 5\frac{\frac{50}{2} - 19}{15} = 17$$

Išvada: Pusė studentų atvyksta į mokyklą mažiau kaip per 17 minučių, o kita pusė daugiau kaip per 17 minučių.

2. Sudaryta pažymių, gautų per matematikos įskaitą, diskrečioji variacinė eilutė.

x_i	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	4	3	8	9	2	1	1	2

Apskaičiuokite modą ir medianą. $M_0 = 6$

$$M_e = \frac{5+6}{2} = 5{,}5$$

Mediana dalija eilutę į dvi lygias dalis. Atliekant išsamesnę duomenų analizę, surandamos požymio reikšmės, dalijančios eilutę į keturias dalis – **kvartilis**, į dešimt dalių – **decilis**. Jų vartojimas padeda smulkiau apibūdinti tiriamą visumą.

Moda ir mediana padeda spręsti įvairius statistinius uždavinius. Pavyzdžiui, nustatant prekių kainų lygį prekybos įmonėse, tiriant gyventojų paklausą dažnai skaičiuojami mūsų aptarti struktūriniai vidurkiai. Vidurkis, moda, mediana yra duomenų centro charakteristikos. Tuo atveju, kai $\overline{X}$ = M_0 = M_e duomenų pasiskirstymas laikomas simetrišku.

Savarankiško darbo užduotys

1. Pasirinkite konkrečių statistinių duomenų iš pateiktų prieduose pavyzdžių, parinkite Jūsų nuomone tinkamiausią vidurkio rūšį ir jį apskaičiuokite.
2. Suraskite Jums įdomius statistinius duomenis, apskaičiuokite įvairių rūšių vidurkius. Paaiškinkite, ar šie vidurkiai apibūdina esamas duomenų savybes: bendrumą, dėsningumus, nepastebimus pavieniuose reiškiniuose.
3. Nustatykite galimas priklausomybes (daugiau, mažiau ir kt.) tarp $\overline{x}$, M_0, M_e ir kt. vidurkių.

IX tema. Sklaidos rodikliai

Požymio atskirų reikšmių skirtumai tam tikros visumos viduje, statistikoje vadinami **požymio sklaida**. Visumos elementai apibūdinami kiekybinėmis ir kokybinėmis požymių reikšmėmis. **Sklaida** statistikoje suprantama nagrinėjamą reiškinį apibūdinančio požymio dydžio **kiekybiniai pokyčiai**, kurie gaunasi dėl skirtingų veiksnių neprognozuojamos įtakos.

Kaip jau aptarėme praėjusioje temoje, būdingiausius visumos bruožus apibūdina vidurkis. Dažnai svarbu įvertinti požymio reikšmių išsisklaidymo apie vidurkį dydį ir amplitudę. Tai nustato sklaidos rodikliai.

Panagrinėsime pagrindinius iš jų:

1. **Sklaidos plotis** (žymimas **R**)

   x_{max} – didžiausia požymio reikšmė,

   x_{min} – mažiausia požymio reikšmė

$$\mathbf{R = x_{max} - x_{min}}$$

Sklaidos plotis – tai maksimalios ir minimalios požymio reikšmės skirtumas.

Pateikti duomenys apie įvairių duonos rūšių kainas už 1 kg skirtingose Vilniaus miesto parduotuvėse.

Duonos 1 kg kaina	**1**	**1,2**	**1,4**	**1,8**	**2**
Dažniai	**3**	**5**	**4**	**3**	**5**

$$\mathbf{R = 2\text{-}1 = 1}$$

2. **Vidutinis tiesinis nuokrypis** (žymimas **d**)

$$d = \frac{\Sigma\left|x_i - \bar{x}\right|}{n} \quad - \quad \text{paprastasis}$$

$$d = \frac{\Sigma\left|x_i - \bar{x}\right| f_i}{\Sigma f_i} \quad - \quad \text{svertinis}$$

Čia:

x_i – požymio reikšmės

$\overline{x}$ – reikšmių aritmetinis vidurkis

f_i – reikšmių dažniai

Pateiktame 1 punkte pavyzdyje gausime:

$$\overline{\mathbf{x}} = 1{,}5$$

$$d = \frac{|1 - 1{,}5|\,3 + |1{,}2 - 1{,}5|\,5 + |1{,}4 - 1{,}5|\,4 + |1{,}8 - 1{,}5|\,3 + |2 - 1{,}5|\,5}{20} = 0{,}34$$

3. Dispersija (žymima σ^2)

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i - \overline{x})^2}{n} \qquad \sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i - \overline{x})^2 f_i}{\Sigma f_i}$$ - sugrupuotiems duomenims

Dispersija – tai požymio reikšmių nuokrypių nuo aritmetinio vidurkio kvadratų aritmetinis vidurkis.

Pritaikę dviejų narių skirtumo kėlimo kvadratu formulę, gauname supaprastintą būdą dispersijai apskaičiuoti:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2$$ Dispersija yra dydis be dimensijos.

Nagrinėtame pavyzdyje

$$\sigma^2 = \frac{(1 - 1{,}5)^2\,3 + (1{,}2 - 1{,}5)^2\,5 + (1{,}4 - 1{,}5)^2\,4 + (1{,}8 - 1{,}5)^2\,3 + (2 - 1{,}5)^2\,5}{20} =$$

$$= \frac{2{,}76}{20} = 0{,}138.$$

4. Standartinis nuokrypis (žymimas σ)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Šis sklaidos rodiklis parodo, kiek vidutiniškai požymio reikšmės yra nutolusios nuo vidurio ir apibūdina, kaip aritmetinis vidurkis išreiškia visą nagrinėjamą visumą. Kuo σ mažesnis, tuo vidurkis geriau išreiškia visą visumą. Vidutinis (standartinis) kvadratinis nuokrypis išreiškiamas tais pačiais matavimo vienetais kaip ir pats variacijos požymis.

Nagrinėtame pavyzdyje $\sigma = \sqrt{0{,}138}$ **=** 0,37.

5. Sklaidos koeficientas (žymimas **V**)

$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$ Šis rodiklis nustato sklaidos laipsnį.

Vertinamas taip:

- iki 10% sklaida maža
- 10-20% sklaida vidutinė
- 20-30% sklaida didelė
- 30% ir daugiau – labai didelė

Nagrinėjamame pavyzdyje

$$V = \frac{0{,}37}{1{,}5} \cdot 100\% = 24{,}7\%$$

Sklaida didelė.

Galima tvirtinti, kad kuo V mažesnis, tuo visuma vienarūšiškesnė.

6. Alternatyviojo požymio sklaidos rodikliai

Tuo atveju, kai visuma objektų yra tiriama pagal kokybinį požymį ir šis požymis turi dvi alternatyvias reikšmes, yra skaičiuojama jų variacijos rodikliai.

Pažymime požymio buvimą nagrinėjamam visumos objektui – 1, jo nebuvimą – 0. Tą dalį objektų, kurie turi nagrinėjamą požymį, žymėsime – p, o tą, kuri neturi, pažymėsime – q.

Gauname variacinę eilutę

1	0
p	q

$$\mathbf{x_{alt}} = \frac{\mathbf{1 \cdot p + 0 \cdot q}}{\mathbf{p+q}} = \mathbf{p}$$

$$\sigma_p^2 = \frac{\mathbf{(1-p)^2\, p + (0-p)^2\, q}}{\mathbf{p+q}} = \mathbf{p \cdot q}$$

Pavyzdys: Brokuotų gaminių dalis sudaro 5%, o gerų gaminių – 95%. Apskaičiuoti alternatyviojo požymio – brokuotų detalių skaičiaus vidurkį ir dispersiją.

p = 0,05 q = 0,95 $\overline{x_p} = 0{,}05$

$\sigma_p^2 = 0{,}05 \cdot 0{,}95 = 0{,}0475$

$\sigma_p = 0{,}2179$

7. Tarpgrupinė, vidurkinė ir bendroji dispersijos

Bendroji dispersija – σ^2 apibūdina požymio variaciją, kuri priklauso nuo įvairių sąlygų tiriamam dydžiui.

Tuo atveju, kai statistinė visuma suskirstyta grupėmis pagal atitinkamus požymius (veiksnius) tai galima nustatyti, kokią įtaką tiriamam dydžiui turi vienas iš požymių. Atliekame pagal jį grupavimą ir skaičiuojame **tarpgrupinę dispersiją** (δ - delta).

$$\delta_X = \frac{\Sigma\left(\overline{x_j} - \bar{x}\right)^2 f_j}{\Sigma f_j}$$

čia: $\overline{x_j}$ – j-tosios grupės vidurkis

$\bar{x}$ – bendrosios visumos vidurkis

f_j – j-tosios grupės požymių dažnis

Apskaičiavus dispersijas, atskirose grupėse (σ_j^2), skaičiuojama vidutinė grupinė dispersija $\overline{\sigma^2}$.

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\Sigma \sigma_j^2 f_j}{\Sigma f_j}$$

σ_j^2 – j-tosios grupės dispersija

f_j – j-tosios grupės požymių dažnis

Įrodoma, kad visos minėtos dispersijos yra susijusios priklausomybe:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2$$ (galime pasitikrinti, ar teisingai suskaičiavome)

Rezultatų priklausomumui nuo atitinkamų veiksnių nustatyti skaičiuojamas determinacijos koeficientas:

$$\eta 2 = \frac{\delta_x^2}{\sigma_x^2}$$

Koeficientas rodo, kokią dalį visos požymio variacijos nulemia konkretus požymis: $\eta \to 1$ faktorinio požymio įtaka galutinam rezultatui didėja.

Pavyzdys: Duota grupės studentų pasiskirstymo pagal gautą matematikos semestrinį pažymį ir gyvenimo sąlygas.

Matematikos pažymiai	4	5	6	7	8	9	10	Iš viso
Gyvena bendrabutyje	3	3	4	2	4	2	2	20
Negyvena bendrabutyje	1	5	8	7	10	5	4	40
	4	8	12	9	14	7	6	60

Nustatyti ar turi lemiamą įtaką mokymosi rezultatams studentų gyvenimo sąlygoms.

8. Variacinių eilučių asimetrijos nustatymas

Požymio reikšmių **pasiskirstymo asimetriškumą**, jų dažnių nevienodą išsidėstymą į abi puses nuo aritmetinio vidurkio, apibūdina asimetrijos rodikliai. Vienas iš paprasčiausių rodiklių yra asimetrijos koeficientas – A_s, kuris apskaičiuojamas taip:

$$A_S = \frac{\bar{x} - M_0}{\sigma} \quad \text{arba} \quad A_S = \frac{\bar{x} - M_e}{\sigma}$$

Galime skaičiuoti Fišerio asimetrijos koeficientą.

$$A_S = \frac{M_3}{\sigma^3}$$

Apskaičiavę A_s darome išvadas:

1. $A_s = 0$ – pasiskirstymas simetrinis
2. $A_s > 0$ – teigiama asimetrija: požymio reikšmės yra susikaupę daugiau į kairę nuo vidurkio, t.y. gausiau atstovaujamos reikšmės mažesnės už x_a.
3. $A_s < 0$ - neigiama asimetrija: požymio reikšmės yra susikaupę daugiau į dešinę nuo vidurkio, t.y. gausiau atstovaujamos reikšmės didesnės už vidurkį.

9. Imties elementų skaičiaus nustatymas

Svarbiausias atrankinio stebėjimo organizacinis klausimas yra imties elementų skaičiaus nustatymas. Atrenkamų objektų skaičių paprastai sąlygoja tyrimo tikslas, atrankos būdas, visos tiriamos visumos apimtis, norimų gauti rezultatų tikslumas.

Esant vidutinei paklaidai, imties elementų skaičiaus **n** gali būti nustatomas:

1) atv. $\mathbf{n} = \frac{\sigma^2}{\mathbf{t}}$, kai atranka kartotinė;

2) atv. $\mathbf{n} = \frac{\sigma^2 \mathbf{N}}{\mathbf{t\,N} + \sigma^2}$, kai atranka nekartotinė.

σ^2 – generalinės aibės dispersija, jeigu ji nežinoma, tai atveju, kai atrenkama pakankamai didelė imtis (**n** > 20), ji pakeičiama imties dispersija

N – generalinės aibės elementų skaičius

t – pasirenka tyrinėtojas atsižvelgdamas į nagrinėjamo reiškinio esmę ir norimą gauti reiškinių patikimumą, jų reprezentatyvumą. Tiriant socialinės ekonomikos reiškinius, tikimybinis daugiklis paprastai imamas nuo 2 iki 3. Tai atitinka tikimybės laipsnį nuo 0,954 iki 0,997.

Savarankiško darbo užduotys

1. Sugrupuokite grupės studentų paskutinio semestro mokymosi rezultatus pagal jų bendrą išsidėstymą suvestinėje ir pergrupuokite atsižvelgdami į konkretų požymį, pvz., jų brandos atestato vidurkius. Apskaičiuokite bendrąją ir tarpgrupinę dispersijas, determinacijos koeficientą. Padarykite išvadas apie konkretaus požymio įtaką mokymosi rezultatams šioje mokykloje.
2. Pasirinkite Jums įdomius statistinius duomenis, apskaičiuokite jų sklaidos rodiklius, padarykite išvadas.
3. Parašykite vieną referatą iš šių temų: "x faktoriaus įtaka studentų mokymosi rezultatams", "x faktoriaus įtaka studentų buityje", "x faktoriaus įtaka prekybos įmonės apyvartai" ir kt.

X tema. Dinamikos eilutės

1. Dinamikos eilučių samprata

Dinamikos eilutės – atskiras statistinių eilučių tipas. Jos apibūdina visuomeninių reiškinių statistinių rodiklių kitimą laiko atžvilgiu. Statistiniai rodikliai išdėstomi chronologine tvarka ir tai sąlygoja turimos statistinės medžiagos sisteminimą, analizę.

Dinamikos eilutę sudaro du pagrindiniai elementai:

- **laiko (t) charakteristika** (dienos, savaitės ir t.t.)
- **eilutės lygiai (y_i)** (rodiklio reikšmės atskirais laikotarpiais arba laiko momentais)

Bendruoju atveju dinamikos eilutės užrašomos:

$$\begin{array}{cccccc} t_1 & t_2 & \ldots & t_i & \ldots & t_n \\ y_1 & y_2 & \ldots & y_i & \ldots & y_n \end{array}$$

Pavyzdžiai:

1 pvz. Besimokančio jaunimo skaičiaus kitimas visose mokymo įstaigose (mokslo metų pradžioje).

Mokslo metai	1995-1996	1996-1997	1997-1998	1998-1999	1999-2000	2000-2001
Besimokančiųjų skaičius (tūkst.)	665	686	713	739	767	787

2 pvz. Merginų dalies procentais Lietuvos aukštosiose mokyklose.

Mokslo metai	1995-1996	1996-1997	1997-1998	1998-1999	1999-2000
Merginų dal. %	56,2	56,3	57,7	57,8	57,9

3 pvz. Prekių likutis tūkst. Lt T-Market prekybos įmonėje 2000 m.

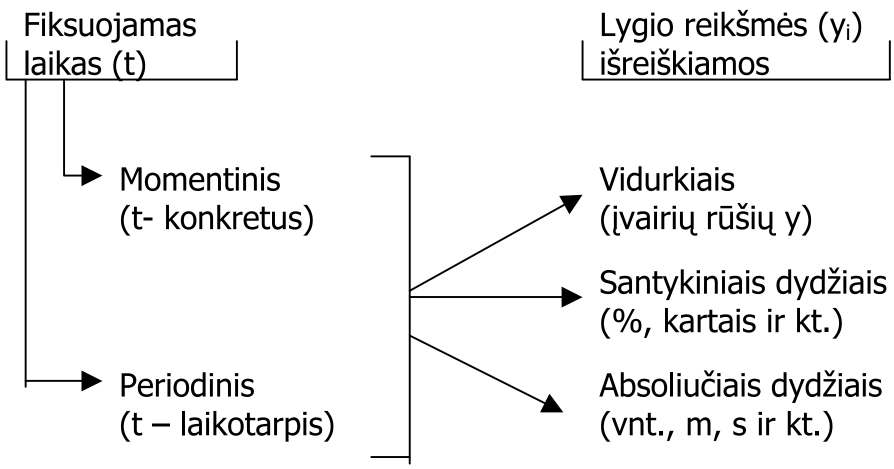
Data	01 01	04 01	07 01	10 01	01 01 (2001)
Prekių likutis tūkst. Lt	73,4	81,5	84,6	90,7	76,8

2. Dinamikos eilučių sudarymo taisyklės, eilučių rūšys.

Norint užtikrinti tolesnę statistinės medžiagos analizę, sudarant dinamikos eilutes, **būtina** laikytis šių taisyklių:

- lygių reikšmės turi būti fiksuojamos tais pačiais laikotarpiais,
- lygių reikšmės turi būti išreikštos tais pačiais matavimo vienetais,
- vertiniai rodikliai turi būti išreiškiami to paties tipo kainomis,
- lygių reikšmės turi būti apskaitomos pagal vienodą metodiką ir turi atitikti tą pačią teritoriją.

Laikantis šių taisyklių, gali būti sudaromos įvairių rūšių dinamikos eilutės.



Sudarius vienos ar kitos rūšies dinamikos eilutę, yra nagrinėjami jose užfiksuotų socialinių-ekonominių reiškinių dėsningumai: reiškinio raidos lygių charakteristika laiko atžvilgiu, reiškinio dinamika, kitimo tendencija (trendas), prognozės ateičiai.

Savarankiško darbo užduotys

1. Apibūdinkite 1-4 pavyzdžiuose pateiktas dinamikos eilučių rūšis.
2. Pateikite Jums įdomių statinių duomenų, išdėstytų viena iš dinamikos eilučių: momentine absoliučių dydžių, momentine santykinių dydžių, intervaline vidurkių, intervaline absoliučių dydžių ir kt., pavyzdžių.

3. Analitinių dinamikos eilučių rodikliai

Analizuodami pateiktus dinamikos eilutėse socialinių-ekonominių reiškinių rodiklius, juos galime palyginti, sugretinti laiko atžvilgiu. Dažniausiai tenka atlikti kur kas išsamesnę analizę, skaičiuoti įvairius **analitinius rodiklius** (indikatorius) duotai dinamikos eilutei:

t_i	t_1	t_2	$t_3 \dots t_i$	$\dots\ t_n$
y_i	y_1	y_2	$y_3 \dots y_i$	$\dots\ y_n$

Panagrinėsime, kaip skaičiuojami šie rodikliai.

Teorija

1. Absoliutaus lygio padidėjimas (Δy)

Šis dydis rodo keliais vienetais pasikeičia gretimų laikotarpių reiškinio lygis.

1.1. Grandininis absoliutaus lygio padidėjimas:

$$\Delta y^i_g = y_i - y_{i-1}$$

1.2. Bazinis absoliutaus lygio padidėjimas:

$$\Delta y^i_b = y_i - y_1$$

PASTABA. Jei du eilutės lygiai išreikšti procentais, tai Δy gauname punktais.

2. **Didėjimo tempas (T^d)** rodo, kiek kartų pasikeitė reiškinio lygis šiuo laikotarpiu praėjusio laikotarpio atžvilgiu. **Lygių santykis** išreiškiamas procentais arba koeficientu.

2.1. Grandininis didėjimo tempas:

$$T_g^{di} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%$$

2.2. Bazinis didėjimo tempas:

$$T_b^{di} = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100\%$$

Didėjimo tempas bus išreiškiamas koeficientais K_g^{di}, K_b^{di}, jeigu formulės dešiniąsias puses nedauginsime iš 100.

$K^d > 1$ – lygis didėja, $K^d < 1$ - lygis mažėja

Pavyzdžiai

1. Apskaičiuoti prekių likučio tūkst. Lt prekybos įmonėje T-Market 2000 m. atitinkamuose laikotarpiuose absoliutaus lygio padidėjimą:

Laikas	01 01	04 01	07 01	10 01	01 01 2001
Prekių likutis	73,4	81,5	84,6	90,7	76,8
Δy_g	-	8,1	3,1	6,1	-13,9
Δy_b	-	8,1	11,2	17,3	3,4

Nagrinėjamame pavyzdyje gausime:

$$T_g^{d1} = \frac{81,5}{73,4} \cdot 100 = 111\% \quad k_g^{d1} = 1,11$$

$$T_g^{d2} = \frac{84,6}{81,5} \cdot 100 = 103,8\% \quad k_g^{d2} = 1,038$$

$$T_g^{d3} = \frac{90,7}{84,6} \cdot 100 = 107,2\% \quad k_g^{d3} = 1,072$$

$$T_g^{d4} = \frac{76,8}{90,7} \cdot 100 = 84,7\% \quad k_g^{d4} = 0,8467$$

$$T_b^{d1} = T_g^{d1} = 111\% \qquad k_b^{d1} = k_b^{d1} = 1,11$$

$$T_b^{d2} = \frac{84,6}{73,4} \cdot 100 = 115,2\% \quad k_b^{d2} = 1,152$$

$$T_b^{d3} = \frac{90,7}{73,4} \cdot 100 = 123,5\% \quad k_b^{d3} = 1,235$$

$$T_b^{d4} = \frac{76,8}{73,4} \cdot 100 = 104,6\% \quad k_b^{d4} = 1,046$$

3. **Padidėjimo tempas (T^p)** rodo keliais procentais pasikeičia reiškinio lygis per nagrinėjamą laikotarpį.

$$\mathbf{T^p = k^d - 1}$$

$$\mathbf{T^p = T^d - 100}$$

Padidėjimo tempai išreiškiami **procentais**

Nagrinėjamame pavyzdyje gausime, kad per pirmąjį ir antrąjį 2000 m. ketvirtį parduotuvėje T-Market prekių likutis padidėjo atitinkamai 11 ir 4 procentais.

$$T^{p1} = T_g^{d1} - 100 = 11$$

$$T^{p2} = T_g^{d2} - 100 = 3{,}8$$

Atitinkamai galime skaičiuoti ir kitus T^{pi} .

Atlikdami nuodugnesnę dinamikos eilučių analizę, apskaičiuojame **pagreičio koeficientą**, kuris rodo lygio didėjimo arba mažėjimo greičio laipsnį:

$$\mathbf{K_{pagreičio} = \frac{T^{di}}{T^{di-1}}}$$

Nagrinėjamame pavyzdyje

$$K^1_{pagreičio} = \frac{T^{d2}_g}{T^{d1}_g} = 0{,}94$$

$$K^2_{pagreičio} = \frac{T^{d3}_g}{T^{d2}_g} = 1{,}02$$

Analogiškai galime apskaičiuoti ir kitus koeficientus grandininiams ir baziniams didėjimo tempams.

Atliekant skaičiavimus didesniam duomenų masyvui, naudojami kompiuteriai ir įvedamos skaičiavimo savikontrolės tikrinimo priklausomybės:

1. $\mathbf{\Sigma \ \Delta y^i_g = \Delta y^n_b = y_n - y_1}$
2. $\mathbf{\bigcap \ k_g^{di} = k_b^{dn} = \frac{y_n}{y_1}}$

Savarankiško darbo užduotis

Patikrinkite, ar teisingai apskaičiavome atitinkamus rodiklius nagrinėtame pavyzdyje, pritaikydami pateiktas 1, 2 priklausomybes, įrodykite šių priklausomybių teisingumą bendruoju atveju.

4. Vidutiniai dinamikos eilučių kitimo rodikliai

Tai viso laikotarpio, kurį apima dinamikos eilutės duomenys, apibūdinimui naudojami rodikliai – vidutinės reikšmės visų lygių arba anksčiau nagrinėtų indikatorių.

4.1. Vidutinis lygis (y):

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y_i}{n}$$ - intervalinėms dinamikos eilutėms,

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_i}{2} + y_2 + y_3 + \ldots + \frac{y_{2n}}{2}}{n-1}$$ - momentinėms dinamikos eilutėms.

(kai laikotarpiai tarp datų lygūs)

4.2. Vidutinis absoliutusis padidėjimas (sumažėjimas) ($\overline{\Delta y}$) rodo, keliais vienetais pasikeičia reiškinio lygis vidutiniškai per laiko vienetą.

$$\Delta y = \frac{\Sigma \Delta y^i_g}{m}$$ - $m - \Delta y_g$ - skaičius

arba $$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_i}{n-1}$$

4.3. Vidutinis didėjimo (mažėjimo) tempas (T_d) – apibendrinamasis dinamikos eilutės kitimo tempų rodiklis, parodantis, kiek vidutiniškai didėja reiškinio lygis per laiko vienetą.

$$k_d = \sqrt[n-1]{k_g^{d1}\ k_g^{d2}\ k_g^{dn-1}}$$

T_{di} – vienodų laiko tarpų grandininiai didėjimo tempai:

$$T_d = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}100$$ n- dinamikos eilutėslygių (narių) skaičius

$$T_d = k_d 100$$

Pateikiame nagrinėtos dinamikos eilutės apie T-Market parduotuvės prekių likučius rodiklių suvestinę lentelę.

Laikas	01 01	04 01	07 01	10 01	01 01 (99)
y_i	73,4	81,5	84,6	90,7	76,8
Δy_g	-	8,1	3,1	6,1	-13,9
Δy_b	-	8,1	11,2	17,3	3,4
T_g^d	-	111	103,8	107,2	84,7
T_b^d	-	111	115,2	123,5	104,6
T_g^P	-	11	3,8	7,2	-15,3
T_b^P	-	11	15,2	23,5	4,6

Apskaičiuosime vidutinius kitimo rodiklius

4.1.

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_i}{2} + y_2 + y_3 + y_4 + \frac{y_5}{2}}{4} =$$

$$= \frac{\frac{73,4}{2} + 81,5 + 84,6 + 90,7 + \frac{76,8}{2}}{4} = 82,98$$

4.2. $$\overline{\Delta y} = \frac{8,1 + 3,1 + 6,1 - 13,9}{4} = \frac{3,4}{4} = 0,85$$

arba $$\overline{\Delta y} = \frac{76,8 - 73,4}{4} = 0,85$$

4.3.

$$k_d = \sqrt[4]{1,11\ \ 1,038\ \ 1,072\ \ 0,847} = 1,0105$$

(101,05%)

4.4. Vidutinis padidėjimo tempas (T^P) rodo, kiek vidutiniškai padidėja reiškinio lygis per laiko vienetą.

4.4.

$T^P = 101,05 - 100 = 1,05\%$

$$\mathbf{T^P = T^d - 1}$$

$$\mathbf{T^P = T^d - 100}$$

Dinamikos eilučių analitiniai rodikliai naudojami planavime, moksliniuose tyrimuose. Jie atskleidžia kiekvieno reiškinio kitimo greitį bei intensyvumą. Praktikoje socialiniai-ekonominiai reiškiniai yra tarpusavyje susiję, todėl būtina nagrinėti ir sudėtingesnes dinamikos eilučių charakteristikas, parodančias rodiklių kitimo tendencijas, svyravimus bei ryšius.

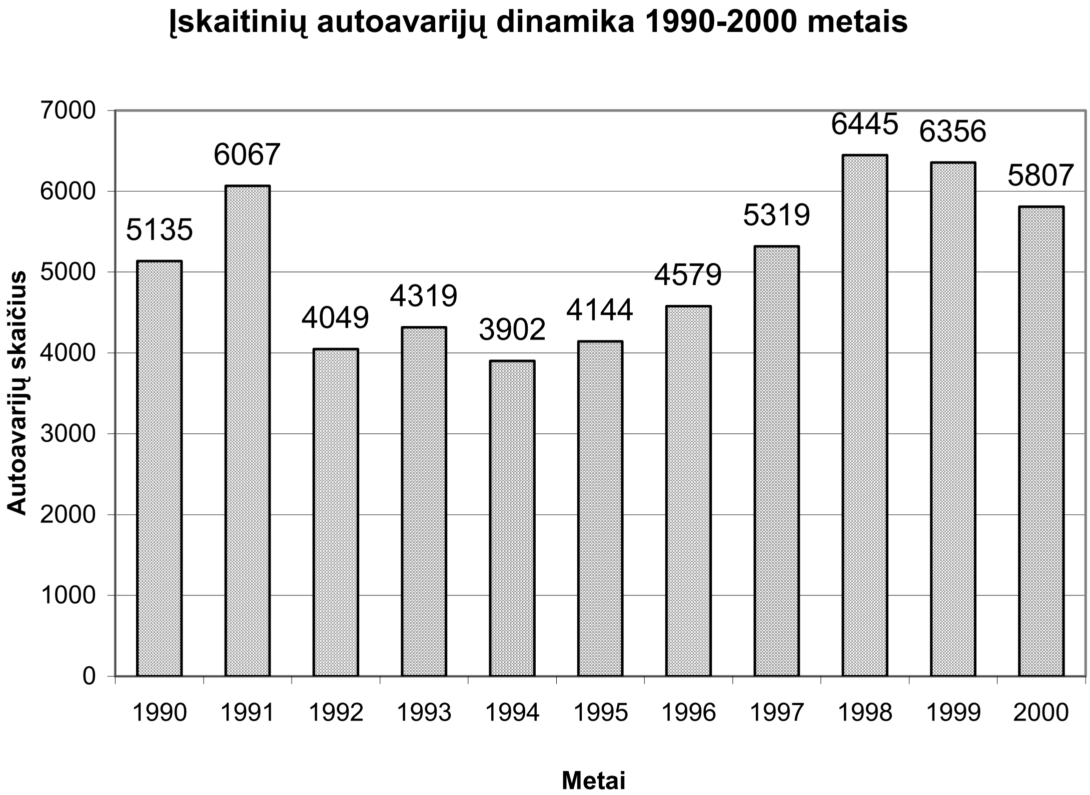
Pateiksime išsamesnį dinamikos eilutės rodiklių skaičiavimo, jų įvertinimo, duomenų analizės ir išvadų formulavimo pavyzdį.

Pirmiausiai mums yra reikalingi duomenys, kuriuos nagrinėtume. Pasirinkome duomenis apie Lietuvoje 1990-2000 metais įvykusias autoavarijas. Iš pirmo žvilgsnio šie skaičiai atrodo nedideli, tačiau vertėtų prisiminti, jog čia pateikti duomenys tik apie tas autoavarijas, į kurias buvo iškviesta kelių policija, ir kurios buvo oficialiai įformintos. Duomenys paimti iš oficialaus "Policijos departamento prie Vidaus reikalų ministerijos viešosios kelių policijos tarnybos" Interneto puslapio, adresu: http://www.policija.lt/keliu/2000/statistika.htm

Puslapyje buvo pateikta informacija apie įvykusias autoavarijas 1990-2000 metais:

T_i	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
y_i	5135	6067	4049	4319	3902	4144	4579	5319	6445	6356	5807

Šiuos duomenis pavaizdavome grafiškai:



Apskaičiuosime mums žinomus dinamikos eilutės rodiklius:

1. <u>Absoliutaus lygio padidėjimas</u> (Δy)

Grandininis absoliutaus lygio padidėjimas rodo, keliais vienetais pasikeičia 2-iejų gretimų laikotarpių reiškinių lygis, o bazinis – lyginant su pastovia baze (pradiniu lygiu)

Grandininis absoliutaus lygio padidėjimas:	Bazinis absoliutaus lygio padidėjimas:
$\boxed{\Delta y^i{}_g = y_i - y_{i-1}}$	$\boxed{\Delta y^i{}_b = y_i - y_1}$
$\Delta y^1{}_g = y_2 - y_1 = 6067 - 5135 = 932$	$\Delta y^1{}_b = y_2 - y_1 = 6067 - 5135 = 932$
$\Delta y^2{}_g = y_3 - y_2 = 4049 - 6067 = -2018$	$\Delta y^2{}_b = y_3 - y_1 = 4049 - 5135 = -1086$
$\Delta y^3{}_g = y_4 - y_3 = 4319 - 4049 = 270$	$\Delta y^3{}_b = y_4 - y_1 = 4319 - 5135 = -816$
$\Delta y^4{}_g = y_5 - y_4 = 3902 - 4319 = -417$	$\Delta y^4{}_b = y_5 - y_1 = 3902 - 5135 = -1233$
$\Delta y^5{}_g = y_6 - y_5 = 4144 - 3902 = 242$	$\Delta y^5{}_b = y_6 - y_1 = 4144 - 5135 = -991$
$\Delta y^6{}_g = y_7 - y_6 = 4579 - 4144 = 435$	$\Delta y^6{}_b = y_7 - y_1 = 4579 - 5135 = -556$
$\Delta y^7{}_g = y_8 - y_7 = 5319 - 4579 = 740$	$\Delta y^7{}_b = y_8 - y_1 = 5319 - 5135 = 184$
$\Delta y^8{}_g = y_9 - y_8 = 6445 - 5319 = 1126$	$\Delta y^8{}_b = y_9 - y_1 = 6445 - 5135 = 1310$
$\Delta y^9{}_g = y_{10} - y_9 = 6356 - 6445 = -89$	$\Delta y^9{}_b = y_{10} - y_1 = 6356 - 5135 = 1221$
$\Delta y^{10}{}_g = y_{11} - y_{10} = 5807 - 6356 = -549$	$\Delta y^{10}{}_b = y_{11} - y_1 = 5807 - 5135 = 672$

2. Didėjimo tempas (T^d)

Didėjimo tempas rodo, kiek kartų pasikeitė reiškinio lygis šiuo laikotarpiu praėjusio laikotarpio atžvilgiu. Lygių santykis išreiškiamas procentais arba koeficientu.

Grandininis didėjimo tempas:	Bazinis didėjimo tempas:
$\boxed{T_g^{di} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%}$ $\boxed{k_g^{di} = \frac{y_i}{y_{i-1}}}$	$\boxed{T_b^{di} = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100\%}$ $\boxed{k_b^{di} = \frac{y_i}{y_1}}$
$T_g^{d1} = \frac{6067}{5135} \cdot 100\% = 118{,}1\%$ $k_g^{d1} = 1{,}181$	$T_b^{d1} = \frac{6067}{5135} \cdot 100\% = 118{,}1\%$ $k_b^{d1} = 1{,}181$
$T_g^{d2} = \frac{4049}{6067} \cdot 100\% = 66{,}7\%$ $k_g^{d2} = 0{,}667$	$T_b^{d2} = \frac{4049}{5135} \cdot 100\% = 78{,}9\%$ $k_b^{d2} = 0{,}789$
$T_g^{d3} = \frac{4319}{4049} \cdot 100\% = 106{,}7\%$ $k_g^{d3} = 1{,}067$	$T_b^{d3} = \frac{4319}{5135} \cdot 100\% = 84{,}1\%$ $k_b^{d3} = 0{,}841$
$T_g^{d4} = \frac{3902}{4319} \cdot 100\% = 90{,}3\%$ $k_g^{d4} = 0{,}903$	$T_b^{d4} = \frac{3902}{5135} \cdot 100\% = 76\%$ $k_b^{d4} = 0{,}76$
$T_g^{d5} = \frac{4144}{3902} \cdot 100\% = 106{,}2\%$ $k_g^{d5} = 1{,}062$	$T_b^{d5} = \frac{4144}{5135} \cdot 100\% = 80{,}7\%$ $k_b^{d5} = 0{,}807$
$T_g^{d6} = \frac{4579}{4144} \cdot 100\% = 110{,}5\%$ $k_g^{d6} = 1{,}105$	$T_b^{d6} = \frac{4579}{5135} \cdot 100\% = 89{,}2\%$ $k_b^{d6} = 0{,}892$
$T_g^{d7} = \frac{5319}{4579} \cdot 100\% = 116{,}2\%$ $k_g^{d7} = 1{,}162$	$T_b^{d7} = \frac{5319}{5135} \cdot 100\% = 103{,}6\%$ $k_b^{d7} = 1{,}036$
$T_g^{d8} = \frac{6445}{5319} \cdot 100\% = 121{,}2\%$ $k_g^{d8} = 1{,}212$	$T_b^{d8} = \frac{6445}{5135} \cdot 100\% = 125{,}5\%$ $k_b^{d8} = 1{,}255$
$T_g^{d9} = \frac{6356}{6445} \cdot 100\% = 98{,}6\%$ $k_g^{d9} = 0{,}986$	$T_b^{d9} = \frac{6356}{5135} \cdot 100\% = 123{,}8\%$ $k_b^{d9} = 1{,}238$
$T_g^{d10} = \frac{5807}{6356} \cdot 100\% = 91{,}4\%$ $k_g^{d10} = 0{,}914$	$T_b^{d10} = \frac{5807}{5135} \cdot 100\% = 113{,}1\%$ $k_b^{d10} = 1{,}131$

Jei koeficientas $k^d > 1$ - lygis didėja, o jei $k^d < 1$ - lygis mažėja.

3. Padidėjimo tempas (T^p)

Padidėjimo tempas rodo keliais procentais pasikeičia reiškinio lygis per nagrinėjamą laikotarpį.

Grandininis padidėjimo tempas %:	Bazinis padidėjimo tempas %:
$\boxed{T_g^p = T_g^d - 100}$	$\boxed{T_b^p = T_b^d - 100}$
$T_g^{p1} = 118{,}1 - 100 = 18{,}1$	$T_b^{p1} = 118{,}1 - 100 = 18{,}1$
$T_g^{p2} = 66{,}7 - 100 = -33{,}3$	$T_b^{p2} = 78{,}9 - 100 = -21{,}1$
$T_g^{p3} = 106{,}7 - 100 = 6{,}7$	$T_b^{p3} = 84{,}1 - 100 = -15{,}9$
$T_g^{p4} = 90{,}3 - 100 = -9{,}7$	$T_b^{p4} = 76 - 100 = -24$
$T_g^{p5} = 106{,}2 - 100 = 6{,}2$	$T_b^{p5} = 80{,}7 - 100 = -19{,}3$
$T_g^{p6} = 110{,}5 - 100 = 10{,}5$	$T_b^{p6} = 89{,}2 - 100 = -10{,}8$
$T_g^{p7} = 116{,}2 - 100 = 16{,}2$	$T_b^{p7} = 103{,}6 - 100 = 3{,}6$
$T_g^{p8} = 121{,}2 - 100 = 21{,}2$	$T_b^{p8} = 125{,}5 - 100 = 25{,}5$
$T_g^{p9} = 98{,}6 - 100 = -1{,}4$	$T_b^{p9} = 123{,}8 - 100 = 23{,}8$
$T_g^{p10} = 91{,}4 - 100 = -8{,}6$	$T_b^{p10} = 113{,}1 - 100 = 13{,}1$

4. Pagreičio koeficientas (K $_{pagreičio}$)

Pagreičio koeficientas rodo lygio didėjimo ar mažėjimo greitį.

$\boxed{K_{pagreičio} = \frac{T^{di}}{T^{di-1}}}$	$K^5_{pagreičio} = \frac{T^{d6}{}_g}{T^{d5}{}_g} = \frac{110,5}{106,2} = 1,04$
$K^1_{pagreičio} = \frac{T^{d2}{}_g}{T^{d1}{}_g} = \frac{66,7}{118,1} = 0,56$	$K^6_{pagreičio} = \frac{T^{d7}{}_g}{T^{d6}{}_g} = \frac{116,2}{110,5} = 1,05$
$K^2_{pagreičio} = \frac{T^{d3}{}_g}{T^{d2}{}_g} = \frac{106,7}{66,7} = 1,6$	$K^7_{pagreičio} = \frac{T^{d8}{}_g}{T^{d7}{}_g} = \frac{121,2}{116,2} = 1,04$
$K^3_{pagreičio} = \frac{T^{d4}{}_g}{T^{d3}{}_g} = \frac{90,3}{106,7} = 0,85$	$K^8_{pagreičio} = \frac{T^{d9}{}_g}{T^{d8}{}_g} = \frac{98,6}{121,2} = 0,81$
$K^4_{pagreičio} = \frac{T^{d5}{}_g}{T^{d4}{}_g} = \frac{106,2}{90,3} = 1,18$	$K^9_{pagreičio} = \frac{T^{d10}{}_g}{T^{d9}{}_g} = \frac{91,4}{98,6} = 0,93$

Apskaičiavę absoliutaus lygio padidėjimą, didėjimo tempą, padidėjimo tempą ir pagreičio koeficientą atliekame patikrinimą, norėdami išsiaiškinti ar nepadarėme skaičiavime kokios nors klaidos.

Patikrinimui gali būti naudojamos dvi formulės. Atlikus patikrinimą paaiškėjo, jog klaidų skaičiavime nėra.

PATIKRINIMAS

1	$\boxed{\sum \Delta y^i{}_g = \Delta y^n{}_b = y_n - y_1}$ $672 = 672 = 672$, nes: $\sum \Delta y^i{}_g = 932 - 2018 + 270 - 417 + 242 + 435 + 740 + 1126 - 89 - 549 = 672$ $\Delta y^n{}_b = 672 \qquad y_n - y_1 = 5807 - 5135 = 672$
2	$\boxed{\cap k_g^{di} = k_b^{dn} = \frac{y_n}{y_1}}$ $1,131 = 1,131 = 1,131$, nes: $\cap k_g^{di} = 1,181 \cdot 0,667 \cdot 1,067 \cdot 0,903 \cdot 1,062 \cdot 1,105 \cdot 1,162 \cdot 1,212 \cdot 0,986 \cdot 0,914 = 1,131$ $k_b^{dn} = 1,131 \qquad \frac{y_n}{y_1} = \frac{5807}{5135} = 1,131$

5. Vidutinis lygis $(\bar{y})$

Intervalinei dinamikos eilutei yra naudojama formulė: $\boxed{\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}}$

$$\bar{y} = \frac{5135 + 6067 + 4049 + 4319 + 3902 + 4144 + 4579 + 5319 + 6445 + 6356 + 5807}{11} = 5102$$

6. Vidutinis absoliutusis padidėjimas (sumažėjimas) $(\overline{\Delta y})$

Vidutinis absoliutusis padidėjimas (sumažėjimas) rodo, keliais vienetais pasikeičia reiškinio lygis vidutiniškai per laiko vienetą.

$\boxed{\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y^{i}{}_{g}}{n}}$	$\overline{\Delta y} = \frac{932 - 2018 + 270 - 417 + 242 + 435 + 740 + 1126 - 89 - 549}{10} = 67{,}2$	
arba	$\boxed{\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_i}{n - 1}}$	$\overline{\Delta y} = \frac{5807 - 5135}{10} = 67{,}2$

7. Vidutinis didėjimo (mažėjimo) tempas $(\overline{T_d})$

Vidutinis didėjimo (mažėjimo) tempas, tai apibendrinamasis dinamikos eilutės kitimo tempų rodiklis, parodantis, kiek vidutiniškai didėja reiškinio lygis per laiko vienetą.

$$\boxed{\overline{T_d} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100} \qquad \overline{T_d} = \sqrt[10]{\frac{5807}{5135}} \cdot 100 = \sqrt[10]{1{,}13} \cdot 100 = 1{,}012 \cdot 100 = 101{,}2$$

8. Vidutinis padidėjimo tempas $(\overline{T^p})$

Vidutinis padidėjimo tempas rodo, kiek vidutiniškai padidėja reiškinio lygis per laiko vienetą.

$$\boxed{\overline{T^p} = \overline{T_d} - 100} \qquad \overline{T^p} = 101{,}2 - 100 = 1{,}2\%$$

GALIMŲ IŠVADŲ PAVYZDŽIAI:

1. Apskaičiavę gavome, jog kiekvienais metais vidutiniškai Lietuvos keliuose yra padaromos 5102 autoavarijos.
2. Vidutiniškai kiekvienais metais nuo 1990 iki 2000 metų autoavarijų skaičius padidėdavo 67 autoavarijomis, arba 1,2% kasmet.

3. Mažiausiai autoavarijų buvo 1994 metais - 3902, o daugiausia 1998 metais – 6445 (padidėjo beveik dvigubai).
4. 1992 metais buvo didžiausias autoavarijų skaičiaus sumažėjimas, palyginus su prieš tai ėjusiais 1991 metais. Autoavarijų skaičius sumažėjo nuo 6067 iki 4049 (-2018).
5. Didžiausias autoavarijų skaičiaus padidėjimas palyginus su prieš tai ėjusiais metais buvo 1998 metais, palyginus su 1997 m. padaryta net 1126 autoavarijom daugiau.
6. Grafike matyti, jog nuo 1994 m. iki 1998 m., t.y. keturis metus iš eilės, autoavarijų skaičius Lietuvoje pastoviai augo, o paskutiniuosius du metus nuo 1998 m. iki 2000m. mažėjo.
7. Galime numanyti, jog tokį didelį autoavarijų skaičiaus padidėjimą lyginant su dešimtmečio viduriu sąlygojo automobilių skaičiaus Lietuvoje padidėjimas.
8. Galime spėti, kad iš eilės du metus mažėjančiam autoavarijų skaičiui įtakos turėjo sugriežtintos baudos už greičio viršijimą, vairavimą esant neblaiviam, maksimalaus greičio sumažinimas vietovėse, kuriose dažnai pasitaiko autoavarijų.

Savarankiško darbo užduotys

1. Papildykite pateiktas išnagrinėto pavyzdžio išvadas savomis. Pateikite pasiūlymą, kaip pritaikydami turimas statistikos kurso žinias, galėtume analizuoti šį pavyzdį.
2. Apskaičiuokite analitinius rodiklius, vidutinius dinamikos eilučių kitimo rodiklius pateiktiems pavyzdžiams, padarykite išvadas:

a) priimtų mokytis Lietuvos aukštosiose mokyklose skaičiaus kitimas 1995-2000 m. (tūkst. besimokančių)

1995-1996	1996-1997	1997-1998	1998-1999	1999-2000
19,3	20,4	24,6	26,6	30,1

b) nedarbo lygio darbo jėgos tyrimo duomenimis %

Metai	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Nedarbo lygis %	17,1	16,4	14,1	13,3	14,2	15,4

3. Pasirinkite Jums įdomius statistinius duomenis, atlikite analogiškus skaičiavimus, padarykite išvadas.

5. Reiškinių vystymosi pagrindinės tendencijos (trendo) nustatymo būdai

Nagrinėjamo reiškinio lygių kitimas priklauso nuo daugelio jį sąlygojančių veiksnių. Analizuojant konkrečią statistinę informaciją, svarbu eliminuoti atsitiktinius faktorius, pastebėti **bendrus kitimo bruožus**, kuriuos įtakoja pagrindiniai veiksniai, nustatantys **pagrindinę reiškinio vystymosi tendenciją** (trendą).

Tai galima atlikti taikant šiuos dinamikos eilučių pertvarkymo metodus:

1. Intervalų sustambinimo

Trumpesnių laikotarpių reiškinio lygiai labiau veikiami atsitiktinių faktorių negu ilgesnių. Todėl sustambinus laiko intervalus, išryškėja nuolatinių faktorių tiriamo lygio kitimui įtaka, aiškiau pastebimos kitimo tendencijos. Šis metodas taikomas tik absoliučių dydžių intervalinėms eilutėms; nes tik šiuo atveju galima susumuoti eilutės lygius.

Pavyzdys

Apyvarta mokyklos bufete atitinkamais 2000 m. mėnesiais

<table>
<tr><th></th><th>Apyvarta, tūkst. Lt</th><th>Realizuota per ketvirtį tūkst. Lt</th></tr>
<tr><td>Sausis</td><td>12,2</td><td rowspan="3">I ketv. 34,5</td></tr>
<tr><td>Vasaris</td><td>10,8</td></tr>
<tr><td>Kovas</td><td>11,5</td></tr>
<tr><td>Balandis</td><td>11,3</td><td rowspan="3">II ketv. 31,1</td></tr>
<tr><td>Gegužė</td><td>9,5</td></tr>
<tr><td>Birželis</td><td>10,3</td></tr>
<tr><td>Liepa</td><td>5,7</td><td rowspan="3">III ketv. 29</td></tr>
<tr><td>Rugpjūtis</td><td>6,8</td></tr>
<tr><td>Rugsėjis</td><td>16,5</td></tr>
<tr><td>Spalis</td><td>10,5</td><td rowspan="3">IV ketv. 28,5</td></tr>
<tr><td>Lapkritis</td><td>11,3</td></tr>
<tr><td>Gruodis</td><td>7,1</td></tr>
</table>

Sustambinus intervalus, prekių apyvartos tendencija yra akivaizdi – apyvarta mažėjo.

2. Slenkamųjų vidurkių metodas

Stambinant intervalus, dinamikos eilutėse prarandama dalis informacijos, t.y. nesimato tiriamo reiškinio lygio dinamikos intervaluose. Ši trūkumo išvengiama išlyginant eilutes slenkamųjų vidurkių metodu. Jo esmė ta, kad dinamikos eilutės lygiai pakeičiami vidurkiais, apskaičiuotais iš tam tikro jų skaičiaus, kuriuo parenkamas nelyginis skaičius 3, 5, 7 ir t.t.

Slenkamieji vidurkiai iš 3 narių skaičiuojami pagal formulę:

$$\mathbf{y_i = \frac{y_{i-1} + y_i + y_{i+1}}{3}}$$

Slenkamieji vidurkiai iš 5 narių skaičiuojami pagal formulę:

$$\mathbf{y_i = \frac{y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + y_{i+2}}{5}}$$

Pastebėjus dinamikos eilutėje periodinius svyravimus, slenkamieji vidurkiai yra skaičiuojami iš tokio lygių skaičiaus, kuris atitinka svyravimų ciklo trukmę.

Pavyzdys.

Nagrinėtame pavyzdyje apie mokyklos bufeto prekių apyvartą jos kitimo tendencijų slenkančiųjų vidurkių metodu, gautume:

Pasirenkame grupes po tris:

$$y_2 = \frac{10{,}8 + 11{,}5 + 11{,}3}{3} = 11{,}2$$

$$y_3 = \frac{11{,}53 + 11{,}3 + 9{,}5}{3} = 10{,}76$$

$$y_4 = \frac{11{,}3 + 9{,}5 + 10{,}3}{3} = 10{,}36$$

$$y_5 = \frac{9{,}5 + 10{,}3 + 5{,}7}{3} = 8{,}5$$

$$y_6 = \frac{10{,}3 + 5{,}7 + 6{,}8}{3} = 7{,}6$$

Slenkančiųjų vidurkių metodu išlyginta dinaminė eilutė trumpesnė už ___ duomenų eilutę n-1 nariu (mūsų atveju: 3-1 = 2)

3. Analitinis dinamikos eilučių išlyginimas

Tai sudėtingesnis, reikalaujantis didesnio matematinio pasiruošimo metodas. Jo esmė – pagrindinė raidos tendencija, išreiškiama kaip laiko funkcija $\mathbf{y_t = f(t)}$. Turėdami konkrečius statistinius duomenis, užrašytus dinamikos eilute, privalome nustatyti funkcinės priklausomybės tipą, t.y. parinkti matematinę funkciją $\mathbf{f}$ ir surasti jos parametrus - išraiškos koeficientus ir kt.

Dažniausiai statistinės trendo analizės praktikoje naudojamos šios funkcinės priklausomybės:

1. Tiesinė

$\mathbf{y_t = a_0 + a_1 t}$ a_1 – tiesinio trendo koeficientas

Kai $a_1 > 0$, dinamikos eilučių lygiai tolydžiai didėja; kai $a_2 < 0$ – tolydžiai mažėja. Absoliutieji prieaugiai šiuo atveju yra pastovūs $\Delta y \approx const$.

2. Parabolinė

$$\mathbf{y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2}$$

Šiuo atveju gaunamas pastovus greičio (a_2) prieaugio tempas. Kitimo tendencija (didėjimas arba mažėjimas) priklauso nuo koeficiento ženklo.

Galimi ir kiti funkcijų pritaikymo atvejai.

Funkcijų parametrai visais atvejais parenkami taip vadinamu mažiausių kvadratų metodu, kurio esmė – koeficientus funkcinėje priklausomybėje reikia parinkti taip, kad būtų kuo mažesni nukrypimai tarp parinktos teorinės kreivės (funkcijos grafiko) ir statistinių duomenų:

$$\mathbf{\Sigma (y_i - y_t)^2 = min}$$

y_i – empirinis tam tikro laikotarpio dinamikos eilutės lygis,

y_t – teorinė reikšmė lygio apskaičiuota iš parinktos funkcijos, kai argumento reikšmė - tas pats laiko momentas ar laikotarpis, kuriuo buvo paimtas y_i.

Konkrečios formulės parametrų apskaičiavimui yra pateikiamos išsamesniuose statistikos dalyko vadovėliuose.

Naudojantis galutinai gauta funkcijos išraiška, yra atliekama dinamikos eilučių **ekstrapoliacija** – būsimų reiškinio lygių įvertinimas, juos paskaičiuojant kaip funkcijos reikšmes būsimo laiko argumentams, bei **interpoliacija** – nežinomų dinamikos eilutės lygių įvertinimas nagrinėjamu laikotarpiu.

Savarankiško darbo užduotys

1. Pasirinkite Jums įdomius statistinius duomenis, užrašykite dinamikos eilutėmis, apskaičiuokite Jums žinomus šių eilučių statistikos rodiklius, padarykite išvadas.
2. Parašykite referatą viena iš šių temų: "Studentų kiekybinės sudėties kitimo dinamika per paskutinį dešimtmetį", "Lietuvos gyventojų gyvenimo sąlygų kitimo dinamika", "Lietuvos "x" ūkio šakos vystymosi tendencijų dinamika" ir kt., taikydami dinamikos eilučių rodiklių skaičiavimo teoriją.

XI tema. Indeksai

1. Indeksų esmė, rūšys

Indeksas (lot. "*index*") reiškia rodiklį. Statistikoje **indeksas** – vieno ir to paties reiškinio dviejų būsenų - laiko arba teritorijos aspektais palyginimo rodiklis.

Lyginant laiko atžvilgiu gaunami dinamikos, o teritorijos atžvilgiu – teritoriniai indeksai.

Indeksų metodas – vienas iš seniausių ir plačiausiai taikomų statistikos metodų. Jo pagalba galima kiekybiškai charakterizuoti tiek paprastus, tiek ir sudėtingus, susidedančius iš palyginamų (bendramačių) arba nepalyginamų elementų, reiškinius.

Pavyzdžiai:

1. Lyginame, kiek vienas Lietuvos gyventojas 2000 metais suvartojo pieno produktų palyginti su praėjusiais, analogiškai galime šį rodiklį lyginti su kitų šalių rodikliais. Gausime santykinius dydžius, kuriuos vadinsime dinamikos arba teritoriniais vartojimo indeksais. Tai bus paprasto reiškinio palyginimo charakteristika.
2. Nagrinėjome gyventojų išlaidų pagrindiniams maisto produktams pirkti pokyčius per paskutinius 3 metus. Norint atsakyti į šį klausimą, reikia žinoti vidutines produktų kainas, jų parduotus kiekius atitinkamais metais, apskaičiuoti išlaidų sumas, jas palyginti, išreiškiant santykiniais dydžiais, kuriuos ir vadinsime indeksais. Tai bus sudėtingų reiškinių palyginimo charakteristika.
3. 2001 m. Lietuvos statistikos metraštyje pateikta ši kainų lentelė:

Vidutiniai metiniai vartojimo prekių ir paslaugų pagrindinių grupių kainų indeksai

(palyginti su ankstesniais metais)

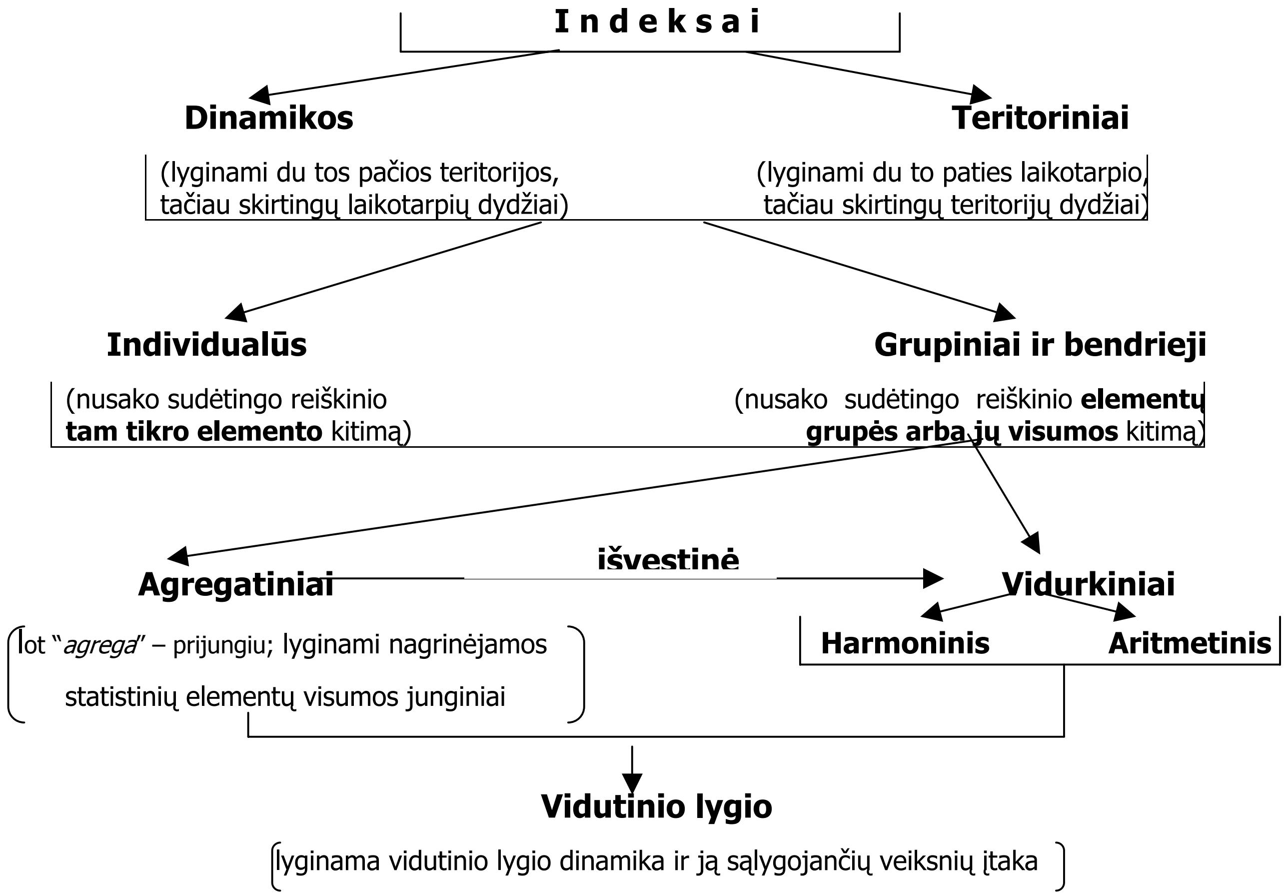
	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Vartojimo prekės ir paslaugos	**139.6**	**124.6**	**108.9**	**105.1**	**100.8**	**101.0**
Maisto produktai ir nealkoholiniai gėrimai	140.2	127.7	106.1	99.9	96.1	97.6
Alkoholiniai gėrimai ir tabako gaminiai	130.1	119.1	113.5	116.2	102.6	90.4
Drabužiai ir avalynė	132.1	120.0	107.7	103.9	102.2	99.2
Būstas, vanduo, elektra, dujos, kitas kuras	161.8	126.5	117.2	116.0	106.1	112.4
Būsto apstatymas, namų apyvokos įranga ir kasdienė būsto priežiūra	124.2	115.8	104.3	101.4	100.0	97.9
Sveikatos apsauga	119.9	111.6	107.9	102.0	97.8	96.5

Transportas	136.5	118.6	112.3	104.3	108.1	109.4
Ryšiai	161.1	133.1	129.4	131.4	115.7	116.8
Poilsis ir kultūra	143.3	116.7	105.0	102.7	101.8	98.4
Švietimas	132.0	130.4	117.4	111.1	105.2	110.6
Viešbučiai, kavinės ir restoranai	137.4	111.7	111.8	105.6	102.5	100.0
Įvairios prekės ir paslaugos	126.4	123.0	103.0	103.5	103.9	100.3

Indeksų rūšys

BENDROS PASTABOS. Tarptautinėje praktikoje žymimi "i" – individualus indeksas,"I" – bendrasis indeksas. Einamojo laikotarpio duomenimis pridedamas ženklas "1", bazinio laikotarpio (su kuriuo lyginame) – "0". Kiekis žymimas "q", kaina – "p". Pvz., p_1, q_1 gali būti pažymėta einamojo laikotarpio produkcijos kiekis ir jos kaina, p_0, q_0 – tie patys bazinio laikotarpio dydžiai.

Indeksų klasifikacijos schema



2. Indeksų ypatumai, tyrimų kryptys

1. Indeksai neatspindi reiškinio dydžio, o pateikia jo lyginamąją charakteristiką, t.y. **išmatuoja reiškinio kitimą** laiko arba teritorijos atžvilgiu.
2. Indeksai – tai ypatingos rūšies santykiniai dydžiai, kurie atspindi sudėtingų socialinių ekonominių reiškinių arba atskirų jų elementų kitimą laiko ar teritorijos atžvilgiu. Jie sudaro tarpusavyje susijusių rodiklių sistemas ir tuo skiriasi nuo dinamikos santykinių dydžių (didėjimo arba padidėjimo tempų, koeficientų ir t.t.). Šie dydžiai dar vadinami individualiais indeksais. Pavyzdžiui, pieno , sviesto, aliejaus atitinkamų laikotarpių kainos ar parduoto kiekio kitimas šalyje bus individualus indeksas, o visų maisto prekių – bendrasis indeksas.
3. Indeksų teorijoje lyginami to paties ekonominio turinio reiškiniai. Indeksuojamų rodiklių ekonominis turinys – jų kokybinė pusė: rodiklio kategorija, vietos ir laiko charakteristika, statistinė charakteristika. Pavyzdžiui, indeksuojamo rodiklio ekonominis turinys gali būti žemės ūkio produkcija (rodiklio kategorija), Lietuvoje 1998 m. (vietos ir laiko charakteristika) bendras pagamintas kiekis, dalis atskirų žemės ūkio kultūrų bendroje apimtyje, vidutinis šių kultūrų derlingumas (statistinės charakteristikos).

Indeksų metodu tyrimai vykdomi dviem kryptimis:

1. Atliekama socialinių-ekonominių reiškinių lygių lyginamoji charakteristika laiko, teritorijos ir kitais atžvilgiais (sintetinė indeksų koncepcija).
2. Sudėtingo reiškinio absoliutaus ir santykinio pokyčių išskaidymas į sudedamąsias dalis: atskirų sąlygojančių veiksnių įtakos nustatymas esamam pokyčiui (analitinė indeksų koncepcija). Pavyzdžiui, pirmąja kryptimi (pagal sintetinę koncepciją) tiriamos žemės ūkio produkcijos apimties indeksais yra atskirų jos rūšių visumos kitimo rodiklis, t.y. dvejų metų ar kitų laikotarpių lygio palyginamoji charakteristika; antrąja kryptimi (pagal analitinę koncepciją) tiriamas tas pats indeksas yra atskirų produkcijos rūšių bendrai žemės ūkio produkcijos apimčiai rodiklis; t.y. nustatoma sudėtingo reiškinio - žemės ūkio produkcijos apimties pokytis dėl kiekvieno jį sąlygojančio veiksnio – atskiros žemės ūkio produkcijos rūšies.

Statistikos mokslo pritaikymo praktikoje yra būtina abiejų tyrimo krypčių vienybė, nes indeksų metodo pagalba kartu sprendžiama sintetinio ir analitinio pobūdžio uždaviniai.

3. Indeksų skaičiavimo metodika ir praktika verslininko veikloje

Teorija

Sudėtinga situacija šalies pasaulinėje verslo praktikoje verčia didelių ir netgi mažų įmonių savininkus, vadybininkus pastoviai sekti pateikiamą statistinę informaciją apie vykstančius socialinius-ekonominius reiškinius: jų apimtį, kokybinius ir kiekybinius rodiklius egzogeninėje ir endogeninėje plotmėje. Vienas iš statistinės informacijos pateikimo būdų – indeksinė reiškinių analizė. Kiekvienas verslo dalyvis turi sugebėti skaityti, suprasti įvairias indeksų rūšis, mokėti pats juos skaičiuoti.

3.1. Individualiųjų indeksų skaičiavimas

$$\mathbf{i_p = \frac{p_i}{p_o}} \qquad \mathbf{i_q = \frac{q_i}{q_o}}$$

$$\mathbf{i_x = \frac{x_i}{x_o}}$$

x- gali būti bet koks ekonominis rodiklis: savikaina, pajamos, pelnas ir t.t.

Skaičiuojant individualius ir kitus indeksus, svarbu bazinio laikotarpio parinkimas. Jis argumentuojamas užduotimi, kuriai sudaromas indeksas.

Pavyzdžiai

1 pavyzdys. Pateikti duomenys apie prekybos įmonės dviejų laikotarpių prekių realizaciją ir kainas.

1 lentelė

Prekė	Vienetai	I laikotarpis		II laikotarpis	
		kaina (Lt) p_0	kiekis q_0	kaina (Lt) p_1	kiekis q_1
A	kg	5	10000	7	12000
B	m^2	20	5000	20	7000
C	vnt.	10	7500	8	10000

1. Apskaičiuosime individualius (prekių A, B, C) kai kuriuos indeksus:

$$i^A_p = \frac{7}{5} = 1{,}4 \qquad i^A_q = \frac{12000}{10000} = 1{,}2$$

$$i^B_p = \frac{20}{20} = 1 \qquad i^C_p = \frac{8}{10} = 0{,}8$$

Individualieji indeksai rodo, kad II laikotarpiu (ataskaitiniu) A prekės kaina pakilo 40 procentų, jos kiekis padidėjo 20 procentų, prekės B kaina nekito, prekės C kaina sumažėjo 20 procentų.

3.2. Bendrųjų indeksų skaičiavimas

Dažniausiai sudėtinga statistinė visuma yra išreiškiama skirtingais vienetais. Todėl, skaičiuojant indeksus, įtraukiami specialūs indeksuojamų dydžių bendramatikliai daugikliai. Jais dažnai parenkami ekonominiai rodikliai: kaina, kiekis ir kt.

3.2.1. Agregatinių indeksų skaičiavimas:

$$\mathbf{I^P_x = \frac{\Sigma\, x_1\, d_1}{\Sigma\, x_0\, d_1}}$$

arba $\mathbf{I^L_x = \frac{\Sigma\, x_1\, d_0}{\Sigma\, x_0\, d_0}}$

x – indeksuojamas dydis

d – bendramatiklis daugiklis

Konkretūs atvejai gaunami vietoje x ir d reikšmių imant dydžius p – prekių kaina, q – prekių kiekį. Juos nagrinėjo žymūs pasaulio teoretikai ir jie yra pavadinti jų vardais:

Paaše indeksas (1874 m.) $\mathbf{I^P_p = \frac{\Sigma\, p_1\, q_1}{\Sigma\, p_0\, q_1}}$

(svoriai –ataskaitinio laikotarpio kiekis arba kaina) $\mathbf{I^P_q = \frac{\Sigma\, q_1\, p_1}{\Sigma\, q_0\, p_1}}$

Laspeireso indeksas (1871 m.) $\mathbf{I^L_q = \frac{\Sigma\, p_1\, q_0}{\Sigma\, p_0\, q_0}}$

(svoriai bazinio laikotarpio kaina arba kiekis) $\mathbf{I^L_q = \frac{\Sigma\, q_1\, p_0}{\Sigma\, q_0\, p_0}}$

Pavyzdžiui, 2000 m. gruodžio mėn. palyginus su 1999 m. gruodžio mėn.: maisto produktų ir gėrimų gamybos kainų indeksai buvo 100,5%, tabako gaminių gamybos - 102,8%, įstaigų įrangos ir kompiuterių gamybos – 92,2%.

3.2.1. Apskaičiuokime 1 lentelėje pateikto pavyzdžio agregatinius indeksus.

$\mathbf{I^P_p = \frac{\Sigma\, p_1\, q_1}{\Sigma\, p_0\, q_1}}$ agregatinis kainų indeksas (Paaše indeksas)

$$I^P_p = \frac{7\ \ 12000 + 20\ \ 7000 + 8\ \ 10000}{5\ \ 12000 + 20\ \ 7000 + 10\ 10000} =$$

$$= \frac{304000}{300000} = 1{,}013$$

arba 101,3%

Prekių kainos, esant einamojo laikotarpio kiekiams, pakilo 1,3 procento. Prekių apyvarta ataskaitiniu laikotarpiu pakėlus kainas 1,3 procento padidėjo 4000 Lt (304000 – 300000).

$I^L_q = \frac{\Sigma\, q_1\, p_0}{\Sigma\, q_0\, p_0}$ agregatinis prekių kiekio indeksas bazinio laikotarpio kainomis (E.Laspeireso indeksas)

$$I^L_q = \frac{12000\ \ 5 + 7000\ \ 20 + 10000\ \ 10}{10000\ \ 5 + 5000\ \ 20 + 7500\ \ 10} =$$

$$= \frac{300000}{225000} = 1{,}33 \quad \text{arba } 33\%$$

Prekių realizavimo fizinė apimtis, esant praėjusio laikotarpio kainoms, padidėjo 33 procentais, dėl to prekių apyvarta išaugo 75000 Lt.

3.2.2. Vidurkinių indeksų skaičiavimas

Skaičiuojant agregatinius indeksus, buvo reikalingi duomenys apie įvairių prekių kiekį natūriniais vienetais. Tokie duomenys gaunami tik vedant kiekinę apskaitą (tai dažniausiai atliekama tik didmeninėje prekyboje, viešajame maitinime).

Tuo atveju, kai prekių realizavimas apskaitomas vertine (pinigine) išraiška (tai dažniausiai mūsų šalies sąlygomis atliekama mažmeninėse prekybos įmonėse), vartojami svertiniai ir vidurkiniai indeksai – ir vidurkinis harmoninis, ir vidurkinis aritmetinis.

Šių vidurkinių indeksų skaičiavimo formulės gaunamos pertvarkant agregatinius indeksus:

a) vidurkinis harmoninis indeksas

$$\mathbf{i_p = \frac{p_1}{p_0} \longrightarrow p_0 = \frac{p_1}{i_p}}$$

$$\mathbf{I^p_p = \frac{\Sigma\, p_1\, q_1}{\Sigma\, p_0\, q_1} = \frac{\Sigma\, p_1\, q_1}{\Sigma\, \frac{p_1\, q_1}{i_p}}}$$

$$\mathbf{I^L_q = \frac{\Sigma\, q_1\, p_0}{\Sigma\, q_0\, p_0} = \frac{\Sigma\, \frac{q_1\, p_1}{i_p}}{\Sigma\, q_0\, p_0}}$$

b) *vidurkinis aritmetinis indeksas:*

$$\mathbf{I^L_q = \frac{\Sigma\, q_1\, p_0}{\Sigma\, q_0\, p_0} = \frac{\Sigma\, i_q q_0\, p_0}{\Sigma\, q_0\, p_0}}$$

2 pavyzdys

Duota mokyklos bufeto pirktinių prekių apyvarta pagal atskiras prekių grupes:

Prekės	Prekių apyvarta tūkst.Lt 1999 I ketv. $q_0 \; p_0$	2000 I ketv. $q_1 \; p_1$	Kainų indeksai i_p	Atask. laik. prekių apyv bazinėmis kainomis $\left(\frac{q_1 p_1}{i_p}\right)$
Gaivin. gėrimai	8300	8500	0,95	8947,7
Saldainiai, kramtoma guma	2500	2600	1,05	2476,19
Vaisiai	9200	11900	0,9	13222,22
Iš viso:	20000	23000		24646,11

$$I^p_p = \frac{23000}{24646{,}11} = 0{,}933 \text{ arba } 93{,}3\%$$

t.y. pagal pateiktų prekių asortimentą kainos 2000 m. I ketv., palyginus su 1999 m. I ketv., sumažėjo 6,7 procento ir tai sudaro 1646 Lt.

$$I^L_q = \frac{24646{,}11}{20000} = 1{,}23, \text{ arba 23 procentai,}$$

t.y. pagal pateiktą prekių asortimentą jų fizinė apimtis padidėjo 23 procentais ir tai sudarė 4646 Lt.

c) bendrasis prekių apyvartos indeksas.

$$I_{pq} = I_p^p \cdot I_q^L =$$

Bendras prekių apyvartos indeksas bus

$$I_{pq} = \frac{\Sigma\, p_1\, q}{\Sigma\, p_0\, q_0} = \frac{23000}{20000} = 1{,}15, \text{ arba 115 procentų}$$

Iš viso prekių apyvartos apimtys padidėjo 3000 Lt (4646 – 1646) arba 15%.

Statistikos praktikoje dažnai susiduriame su reiškinių vidutinio lygio rodikliais. Tai palyginamų (vienarūšių) kokybinių rodiklių svertiniai vidurkiai (pvz., produkcijos vidutinė kaina, vidutinis darbo užmokestis, vidutinis grupės studentų pažangumas ir t.t.)

Reiškinių vidutinio lygio rodiklių palyginamajai analizei atlikti įvedami vidutinio lygio indeksai.

Tegul kokybinį rodiklį (pvz., prekių kainą, darbo užmokestį, derlingumą ir t.t.) pažymėsime *x*, kiekybinį rodiklį (prekių kiekį, darbuotojų sk., pasėlių plotą) – *f* ir apimties rodiklį (prekių vertę, darbo užmokesčio fondą, bendrąjį derlių) – *M*. Tuomet galėsime skaičiuoti šį vidutinio lygio indeksą:

$$\mathrm{I}_{\bar{x}} = \frac{\sum M_i^1}{\sum f_i^1} : \frac{\sum M_i^0}{\sum f_i^0} = \frac{\sum x_i^1 f_i^1}{\sum f_i^1} : \frac{\sum x_i^0 f_i^0}{\sum f_i^0} = \frac{\overline{x_1}}{\overline{\overline{x_0}}}$$

7

$\overline{x_i}$ ir $\overline{x_0}$ - atitinkamai ataskaitinio ir bazinio laikotarpio vidutinis lygis. $\mathrm{I}_{\bar{x}}$ - vadinamas kintamos sudėties vidutinio lygio indeksu.

Platesniuose statistikos kursuose nagrinėjami ir kiti vidutinių lygių indeksų skaičiavimo atvejai.

Atskirų indeksų rūšis yra teritoriniai indeksai. Jie išreiškia sudėtingų socialinių-ekonominių reiškinių santykinį kitimą atitinkamų administracinių vienetų ar teritorijų apimtyje (pvz., įmonių, miestų, apskričių, šalių ir t.t.). Sudarant bendruosius teritorinius indeksus, svarbu teisingai parinkti lyginimo bazę ir atitinkamus svorius.

Skaičiuojami individualieji indeksai ir bendrieji teritoriniai indeksai. Pavyzdžiui, lygindami maisto produktų kainas Lietuvoje ir Estijoje (**p_L** ir **p_E**), galėsime skaičiuoti individualiuosius indeksus pagal kiekvieną prekių grupę – **x** $\mathbf{i^x_p} = \frac{p_L}{P_E}$ arba bendruosius indeksus, atitinkamai pasirinkus prekių kiekius q_L, q_E, $q_L + q_E$. Priklausomai nuo to galimi tokie bendrų teritorinių kainų indeksų variantai:

$$I_p = \frac{\Sigma\, p_L\, q_L}{\Sigma\, p_E\, q_L} \qquad I_p = \frac{\Sigma\, p_E\, q_E}{\Sigma\, p_L\, q_E}$$

$$I_p = \frac{\Sigma\, p_L(q_L + q_E)}{\Sigma\, p_E\,(q_L + q_E)} \qquad I_p = \frac{\Sigma\, q_L\, p}{\Sigma\, q_E\, p}$$

p – atitinkamos prekės vidutinė kaina abiejose šalyse

Konkrečių teritorinių indeksų pavyzdžių galima rasti įvairiuose statistiniuose leidiniuose.

Plačiau apie vidutinio lygio ir teritorinius indeksus galima paskaityti šios mokymo priemonės pabaigoje nurodytoje literatūroje [2] [5].

Savarankiško darbo užduotys

1. Pateikite indeksų pavyzdžių, kurie skelbiami įvairiuose statistiniuose leidiniuose, paaiškinkite jų esmę, apibūdinkite rūšį, komentuokite I skirsnio 3 pvz. pateiktą lentelę.
2. Apskaičiuokite individualiuosius, bendruosius-agregatinius bei vidurkinius pasirinktos Jums įdomios statistinės medžiagos indeksus, padarykite išvadas.
3. Įvertinkite konkrečios verslo įmonės arba savo mokymo įstaigos ūkinę-finansinę veiklą, taikydami indeksinę analizę. Parenkite šia tema referatus.
4. Parašykite šios temos referatą: “Gyvenimo ir buities, verslo sąlygos mieste (x – šalyje), vertinant jas teritorinių indeksų būdu”.

XII tema. Reiškinių tarpusavio ryšio tyrimas

1. Reiškinių ryšių rūšys ir formos

Ankstesnėse temose buvo nagrinėjami atskirų ekonomikos reiškinių analizės būdai: kiekybinių rodiklių skaičiavimas, dinamikos rodiklių nustatymas, ypatingų santykinių dydžių (indeksų) radimas. Išsamesnei šių reiškinių analizei atlikti būtina nustatyti tam tikrą tvarką, dėsningumus tarp atskirų pavienių jų reikšmių. **Ryšių tarp reiškinių tyrimas – vienas iš svarbiausių statistikos uždavinių**. Tiriant ryšius, tenka nustatyti požymių tarpusavio priklausomybę, tyrimo metodus, ryšio matus, kurie charakterizuotų kiekybinį ryšio įvertinimą, t.y. jo stiprumą, kryptį ir t.t.

Tiriant ryšius, išskiriami **faktoriniai** (žymėsime **x**) ir **rezultatiniai** (žymėsime **y**) požymiai. Tie požymiai, kurie sąlygoja kitų požymių reikšmes, vadinami **faktoriniais**, o priklausantys nuo pirmųjų – **rezultatiniais**.

Pavyzdžiui, prekės kaina, transportavimo, prekybos išlaidos yra faktoriniai požymiai rezultatiniam požymiui – prekybos įmonės pelnui, tačiau kitu atveju tie patys požymiai gali būti ir rezultatiniai kitų požymių kaip faktorinių atžvilgiu.

Nagrinėjant reiškinių ryšius, išskiriami du jų tipai:

1. **Funkcinis** (determinuotas) – kiekvieną rezultatinio požymio reikšmę apibrėžia faktorinio dydžio (x_1, x_2, … x_n) reikšmė:

$$\mathbf{y = f\,(x_1,\ x_2,\ \ldots\ x_n)}$$

Pavyzdžiui, ankstesnėse temose pateiktos įvairios požymių charakteristikos: vidurkiai, variacijos matai, dinamikos rodikliai, indeksai yra apibrėžiami funkciniu ryšiu tarp nagrinėjamų reiškinių kiekybinių reikšmių.

2. **Koreliacinis** (statistinis) ryšys – kiekvienai rezultatinio požymio (y) reikšmei atitinka tam tikras faktorinio požymio pasiskirstymas (statistinė eilutė). Keičiantis faktorinio požymio reikšmėms, kinta ir rezultatinio požymio vidutinė jo reikšmė. Tai galima susieti priklausomybe $\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(x_i)$.

Pavyzdžiui, y – studentų ūgis, x – jų amžius. Surinkę duomenis kiekvienai y reikšmei, galėsime parašyti požymio x reikšmių statistinę eilutę.

Esant koreliacinei požymių priklausomybei, tyrimo metu nustatomas pats šio ryšio buvimo faktas, ryšio pobūdis (tiesinis, atvirkštinis, parabolinis ir kitas), kiekybinė jo išraiška (ryšio lygtis), jo stiprumas (priklausomybės laipsnis).

Tiriant koreliacinį ryšį, yra svarbu visumos, kurios požymių tarpusavio ryšiai yra tiriami, kokybinis vienarūšiškumas, kuo didesnis imties tūris, esminio faktorinio požymio nustatymas, tiriamų požymių tarpusavio ekonominė prasmė.

2. Koreliacinio ryšio stiprumo ir formos nustatymas

2.1. Ryšio stiprumo nustatymo tiesinės koreliacijos atveju

Panagrinėsime, kaip įvertinamas koreliacinio ryšio stiprumas tarp faktorinio požymio x ir rezultatinio požymio y vidurkio y tiesinės koreliacijos atveju, t.y., kai šis ryšys išreiškiamas priklausomybe $\bar{y}$ **= a x + b**.

Teorijoje įrodoma, kad šiuo atveju įvertinti ryšio stiprumą galima apskaičiavus koreliacijos koeficientą – r_{yx}.

$$\mathbf{r}_{yx} = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Ryšio stiprumas įvertinamas remiantis šio koeficiento savybėmis: $|r| \leq 1$, kuo $|r| \to 1$, tuo koreliacinis ryšys yra stipresnis. Ženklas "+" rodo tiesioginį ryšį, "-" - atvirkštinį.

Koreliacijos koeficiento įvertinimui naudojama tokia skalė:

r - reikšmė	*0,1-0,3*	*0,31-0,5*	*0,51-0,7*	*0,71-0,9*	*0,9-0,99*
ryšio stiprumo charakteristika	*silpnas*	*vidutinis*	*pastebimas*	*stiprus*	*labai stiprus*

Kai r_{yx} lygus 0 arba artimas jam – nėra tiesinio koreliacinio ryšio (gali būti kreivinis).

Tiriant koreliacinio ryšio stiprumą, turi būti patenkinta keletas svarbių sąlygų:

1. Turi būti pakankamai didelis nepriklausomų stebėjimų skaičius, nes dėsningumų atskleidimas pagrįstas didžiųjų skaičių dėsniu.
2. Visuma, kurios požymių tarpusavio ryšiai yra tiriami, turi būti kokybiškai vienarūšė.
3. Būtina nustatyti pagrindinius faktorinius veiksnius tiriamam rezultatiniam požymiui, išvados logiškai pagrįsti, nustatyti ar jos turi ekonominę prasmę.

Teorija

Porinės koreliacijos atveju, kai turime paprastą koreliacinę duomenų lentelę:

x_i	x_1	x_2	x_3 ... x_n
y_i	y_1	y_2	y_3 ... y_n

$$\bar{x} = \frac{\Sigma\,(x_i)}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma\, y_i}{n}$$

$$\sigma^2_x = \frac{\Sigma\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$$

$$\sigma^2_y = \frac{\Sigma\left(y_i - \bar{y}\right)^2}{n}$$

Pavyzdžiai

Surinkti duomenys apie grupės studentų savo pastangų mokytis aukštesniojoje mokykloje vertinimą (požymys x) 1-10 balų sistema ir jų semestro rezultatus (mokymosi vidurkį). Nustatyti koreliacinio ryšio tarp šių dydžių stiprumą.

x_i	4	4	5	5	5	6	6	6	7
y_i	6,5	5	5,5	6,5	5,3	6,8	7,5	7	6,8

7	7	7	7	7	7	7	8	8	9	9
7,5	8,2	8,1	8,5	8,5	8,8	7	8,5	9	9,5	9,5

$$\bar{x} = \frac{4\ \ 2 + 5\ \ 3 + 6\ \ 3 + 7\ \ 8 + 8\ \ 2 + 9\ \ 2}{20} =$$

$$= \frac{130}{20} = 6,5$$

$$\bar{y} = \frac{6,5 + 5 + 5,5 + \ldots + 9,5}{20} = \frac{150}{20} = 7,5$$

$$\sigma^2_x = \frac{(4-6,5)^2\ 2 + (5-6,5)^2\ 3 + (6-6,5)^2\ 3}{20} +$$

$$\frac{(7-6,5)^2\ 8 + (8-6,5)^2\ 2 + (9-6,5)^2\ 2}{20} = \frac{39}{20} = 1,95$$

$$\sigma^2_y = \frac{(6,5-7,5)^2 + (5-7,5)^2 + \ldots + (9,5-7,5)^2}{20} =$$

$$= \frac{34,36}{20} = 1,718$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}$$

$$\overline{\mathbf{xy}} = \frac{\mathbf{\Sigma\,\Sigma\, x_i\, y_j}}{\mathbf{n}}$$

$$\mathbf{r}_{xy} = \frac{\overline{\mathbf{xy}} - \bar{\mathbf{x}}\bar{\mathbf{y}}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$\sigma_x = \sqrt{1{,}95} = 1{,}396$$

$$\sigma_y = \sqrt{1{,}718} = 1{,}31$$

$$\overline{xy} = \frac{4\ 6{,}5 + 4\ 5 + 5\ 5{,}5 + \ldots + 9\ 9{,}5\ 2}{20} = 50{,}355$$

$$r = \frac{50{,}355 - 6{,}5\ \ 7{,}5}{1{,}396\ \ 1{,}31} = \frac{1{,}6}{1{,}828} = 0{,}87$$

Išvada: tarp studentų pastangų mokytis ir jų rezultatų egzistuoja stipri koreliacinė priklausomybė.

Bendresniu atveju, nagrinėdami dviejų požymių koreliacinį ryšį, duomenis užrašome koreliacinėje lentelėje. Pavyzdžiui, nagrinėdami duomenis apie 100 studentų tėvų gyvenamosios vietos atstumą iki aukštosios mokyklos (požymis x) ir studentų praleistų per semestrą paskaitų skaičių (požymis y) surinktus duomenis užrašysime į šią koreliacinę lentelę:

x \ y	9-11	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	Iš viso:
0-20	9	4	1	-	-	-	14
20-40	1	10	9	3	-	-	23
40-60	-	2	6	14	6	-	28
60-80	-	-	1	10	18	6	35
Iš viso:	10	16	17	27	24	6	100

Koreliacinio ryšio stiprumą tarp nagrinėjamų dydžių nagrinėsime pertvarkę užrašytą koreliacinę lentelę tokiu būdu:

y / x	10	12	14	16	18	20	Iš viso
10	9	4	1	-	-	-	14
30	1	10	9	3	-	-	23
50	-	2	6	14	6	-	28
70	-	-	1	10	18	6	35
Iš viso:	10	16	17	27	24	6	100

Skaičiuojame reikiamus dydžius koreliacijos koeficientui rasti:

$$x = \frac{10\ \ 14 + 30\ \ 23 + 50\ \ 28 + 70\ \ 35}{100} = 46{,}8$$

$$\sigma^2_x = \frac{(10 - 46{,}8)^2\ 14 + (30\text{-}46{,}8)^2\ 23 + (50\text{-}46{,}8)^2\ 28 + (75\text{-}46{,}8)^2\ 35}{100} = 445{,}76$$

$$\sigma_x = \sqrt{445{,}76} = 21{,}11$$

$$y = \frac{10\ \ 10 + 12\ \ 16 + 14\ \ 17 + 16\ \ 27 + 18\ \ 24 + 20\ \ 6}{100} = 15{,}14$$

$$\sigma^2_y = \frac{(10 - 15{,}14)^2\ 10 + (12\text{-}15{,}14)^2\ 16 + (14\text{-}15{,}14)^2\ 17 + (16\text{-}15{,}14)^2\ 27\ (18\text{-}15{,}14)^2\ 24}{100}$$

$$\frac{(20\text{-}15{,}14)^2\ 6}{100} = 8{,}02$$

$$\sigma_y = \sqrt{8{,}02} = 2{,}83$$

$$xy = \frac{10\ \ 10\ \ 9 + 10\ \ 12\ \ 4 + 10\ \ 14\ \ 1 + 30\ \ 10\ \ 1 + \ldots + 70\ \ 20\ \ 6}{100} = 759$$

$$r_{yx} = \frac{759 - 46{,}8\ \ 15{,}14}{21{,}11\ \ 2{,}83} = 0{,}84$$

Koreliacijos koeficiento įvertinimas

Atveju, kai koreliuojamų variantų skaičius pakankamai didelis (n>50), tai koreliacijos koeficiento vidutinė paklaida apskaičiuojama pagal formulę: $\Delta_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n-1}}$, o patikimumo koeficientas *t* pagal formulę $t = \frac{|r|}{\Delta_r}$, r- koreliacijos koeficientas, n – koreliuojamų variantų sk.

Laikoma, kad koreliacijos koeficientas patikimas, o ryšiai tarp nagrinėjamų reiškinių realūs, kai t $\geq$3.

Kai variantų skaičius pakankamai mažas (n<50), koreliacijos koeficiento patikimumas nustatomas Stjudento kriterijumi, apskaičiuojant dydį *t* iš formulės $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$.

Gautą reikšmę lyginame su lentelėse pateiktu Stjudento kriterijumi ir darome išvadas, jei $t > t_{st}$, tai ryšio glaudumas duotu atveju įvertintas patikimai.

Nagrinėtame pavyzdyje

$$\Delta_r = \frac{1-0,84^2}{\sqrt{100-1}} = 0,0296$$

t= $\frac{0,84}{\sqrt{0,0296}} = 4,88$, t>3, todėl ryšiai tarp nagrinėjamų reiškinių įvertinti patikimai

Išvada: tarp nagrinėjamų požymių (studentų tėvų gyvenamosios vietos ir studentų paskaitų lankomumo) egzistuoja stiprus koreliacinis ryšys.

Patikrinti hipotezę apie ryšio nebuvimą galima ir pagal Fišerio sudarytą lentelę, kurioje pateikti koreliacijos koeficientai, esant tam tikrai stebėjimo imčiai ir laisvės laipsnių skaičiui, kuris lygus n-2, k-ai prie duotų sąlygų faktinis $r_{yx} \geq r_{lent.}$, reiškia yra esminis ryšys.

2.2. Teorinis regresijos lygčių radimas tiesinės koreliacijos atveju.

Koreliacinio ryšio priklausomybę tiesinės koreliacijos atveju tarp požymių x ir y galime išreikšti lygtimis $\overline{y} = ax + b$ arba $\overline{x} = cy + d$. Šio lygtys vadinamos teorinės regresijos lygtimis. Įrodoma, kad lygčių koeficientai gali būti apskaičiuojami tokiu būdu

$$a = r\frac{\sigma y}{\sigma x},\ b = \overline{y} - a\overline{x}; \qquad c = r\frac{\sigma x}{\sigma y},\ d = \overline{x} - c\overline{y}$$

Nagrinėtame pavyzdyje apie ryšį tarp studentų gyvenamosios vietos atstumo iki mokymo įstaigos ir praleistų užsiėmimų skaičiaus gausime

$$a = 0,84 \cdot \frac{2,83}{21,11} = 0,113 \qquad b = 15,14 - 0,113 \cdot 46,8 = 9,85$$

Teorinė regresijos lygtis požymiui y požymio x atžvilgiu bus:

$$\overline{y} = 0,113x + 9,85$$

Pasinaudodami šia lygtimi kiekvienai x reikšmei – studento tėvų gyvenamosios vietos atstumui iki mokymo įstaigos, galėsime apskaičiuoti teorinę vidutinę y reikšmę – kiek bus vidutiniškai praleista paskaitų per semestrą.

Pastaba. Kreivinio (parabolinio, hiperbolinio ir kt) koreliacinio ryšio atveju jo stiprumas nustatomas skaičiuojant empyrinį koreliacijos santykį R (kai žinoma regresijos lygtis):

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2 y_x}{\sigma_y^2}}, \qquad čia\,\sigma_y^2 = \frac{\sum \left(y_1 - \bar{y}\right)^2 f_i}{\sum f_i} - bendroji\ dispersija$$

$$\delta^2{}_{y\,x} = \frac{\sum \left(\overline{y_{x_i}} - \bar{y}\right)^2 fi}{\sum f_i} - tarpgrupinė\ dispersija$$

η parodo kokią dalį rezultato požymio sklaidai lėmė faktinė požymio sklaida. Kuo $\eta -> 1$, tuo įtaka didesnė.

R^2 - vadinamas determinacijos koeficientu ir išreikštas procentais parodo faktorinio požymio įtakos stiprumą. $\overline{y_{x_i}}$ - požymio vidurkis konkrečios kito požymio x reikšmės x_i atveju.

2.3. Kokybinių požymių koreliacija.

Tiriant tarpusavio ryšius kokybinių požymių atveju apsiribojama tik ryšio stiprumo nustatymu. Tai savaime suprantama, nes regresijos lyčių , išreiškiančių priklausomybę, kiekybiniams požymiams sudaryti, negalime. Ryšio stiprumui nustatyti skaičiuojami taip vadinami asociacijos (r_a) ir kontingencijos (r_K) koeficientai.

Teorija

Nagrinėjame ryšį tarp dviejų kokybinių (alternatyvių) požymių $P_1\ ir\ P_2$.

Duomenis įrašome į lentelę.

P¹ / P²	P_1^1 (taip)	P_1^2 (ne)	Suma
P_1^2 (taip)	a	b	a+b
P_2^2 (ne)	c	d	c+d
Suma	a+c	b+d	

$$r_a = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

$$r_K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)c+d)}}$$

Ryšiai tarp nagrinėjamų požymių laikomi esminiais, kai $r_a \geq 0{,}5,\ r_K \geq 0{,}3$.

Pavyzdys

Nagrinėjame ryšį tarp I kurso neakivaizdinių studijų skyriaus užimtumo darbe ir jų sesijos rezultatus.

Užimtumas / Sesijos rezultatai	Laikinai nedirba	Dirba
Išlaikė	90	32
Neišlaikė	30	60

$$r_a = \frac{90 \cdot 60 - 30 \cdot 32}{90 \cdot 60 + 32 \cdot 30} = 0{,}698$$

$$r_K = \frac{90 \cdot 60 - 32 \cdot 30}{\sqrt{(90+32)(30+60)(90+30)(32+60)}} = 0{,}403$$

Ryšys tarp studentų darbo ir sesijos rezultatų yra esminis.

Savarankiško darbo užduotys

1. Surinkite duomenis apie mokyklos studentus, bendrabutyje gyvenančius studentus pagal du požymius x ir y, tarp kurių, Jūsų nuomone, galėtų egzistuoti koreliacinė priklausomybė, išreikšta konkrečiais skaičiais. Nustatykite egzistuojančio tarp jų koreliacinio ryšio stiprumą.
2. Panagrinėkite mokyklos padalinių, Jums žinomų prekybos, kitų verslo sričių firmų veiklą, taikydami koreliacijos teoriją.

Literatūra

1. Aprašomoji statistika:mokomoji priemonė / Parengė S.Martišius ir kt.; red. J.Markelevičius. Vilnius: VU leidykla, 1994.
2. Bartosevičienė V. Ekonominė statistika. Mokomoji knyga.– K., "Technologija", 2001.
3. Berenson M.L., Levine D.M. Basic Business Statistics:Concepts and Aplications, 7th edn. Prentice Hall, 1999, 114 p.
4. Čekanavičius V., Murauskas G. Statistika ir jos taikymai. TEV, Vilnius, 2000.
5. Genienė G., Čiulevičienė V. Žemės ūkio statistika, ŽŪA, 1996.
6. Ekonomičeskaja statistika. Pod redakciji J.N.Ivanova, Moskva. INFRA – M, 2000.
7. Kelionės į šiuolaikinę matematiką. –V., 1995.
8. Lietuvos statistikos metraštis, 2001.
9. Martišius S., Vaičiūnas G. Taikomoji statistika ekonomistams ir vadybininkams, ŠU, 2000.
10. Martišius S. Statistinių išvadų teorijos pradmenys. V., 1997.
11. Rimka Al. Statistika. Teorija ir metodai. Kaunas, 1939.

1 priedas

Gyventojai ir tankumas [1]

Metai	Gyventojų skaičius, tūkst.			Palyginti su visu gyventojų skaičiumi, %		Vidutinis metinis gyventojų skaičius, tūkst.			Gyventojų skaičius 1 km^2
	Iš viso	Mieste	Kaime	Mieste	Kaime	Iš viso	Mieste	Kaime	
1939	3037.1	695.5	2341.6	22.9	77.1	3060.8	702.4	2358.4	46.6
1950	2573.4	729.5	1843.9	28.3	71.7	2567.4	760.8	1806.6	39.5
1959	2696.7	1025.9	1670.8	38.0	62.0	2718.4	1043.8	1674.6	41.3
1970	3118.9	1557.7	1561.2	49.9	50.1	3139.7	1579.8	1559.9	47.8
1979	3391.5	2034.9	1356.6	60.0	40.0	3397.7	2053.2	1344.5	51.9
1985	3528.7	2298.4	1230.3	65.1	34.9	3544.5	2320.0	1224.5	54.0
1989	3674.8	2486.8	1188.0	67.7	32.3	3691.2	2506.5	1184.7	56.3
1990	3708.2	2526.9	1181.3	68.1	31.9	3722.3	2542.2	1180.1	56.8
1991	3736.5	2557.5	1179.0	68.4	31.6	3741.7	2562.8	1178.9	57.2
1992	3746.9	2568.2	1178.7	68.5	31.5	3741.7	2558.2	1183.5	57.4
1993	3736.5	2549.0	1187.5	68.2	31.8	3730.2	2541.2	1189.0	57.2
1994	3724.0	2533.4	1190.6	68.0	32.0	3720.8	2529.9	1190.9	57.0
1995	3717.7	2526.4	1191.3	68.0	32.0	3714.8	2522.4	1192.4	56.9
1996	3711.9	2518.4	1193.5	67.8	32.2	3709.5	2526.4	1183.1	56.8
1997	3707.2	2534.5	1172.7	68.4	31.6	3705.6	2529.9	1175.7	56.8
1998	3704.0	2525.2	1178.8	68.2	31.8	3702.4	2524.2	1178.2	56.7
1999	3700.8	2523.2	1177.6	68.2	31.8	3699.7	2522.7	1177.0	56.7
2000	3698.5	2522.2	1176.3	68.2	31.8	3695.6	2519.1	1176.5	56.6
2001	3692.6	2515.9	1176.7	68.1	31.9				56.5

[1] Šioje ir kitose šio skyriaus lentelėse gyventojų skaičius pateiktas: 1959 m. sausio 15 d., 1970 m. sausio 15 d., 1979 m. sausio 17 d., 1989 m. sausio 12 d. - surašymų duomenys; kitais metais - apskaičiuotas metų pradžioje.

2 priedas

Mirtingumas pagal amžių ir lytį

(mirusių skaičius 1000-iui atitinkamo amžiaus ir lyties gyventojų)

Amžiaus grupės	Iš viso			Vyrai			Moterys		
	1995	1999	2000	1995	1999	2000	1995	1999	2000
Iki metų	12.40	8.66	8.40	13.76	8.83	8.14	10.98	8.47	8.69
1-4	0.76	0.60	0.68	0.77	0.71	0.81	0.75	0.49	0.53
5-9	0.35	0.30	0.26	0.41	0.35	0.34	0.29	0.25	0.18
10-14	0.35	0.33	0.25	0.42	0.42	0.30	0.28	0.24	0.20
15-19	0.96	0.90	0.85	1.41	1.26	1.26	0.50	0.52	0.43
20-24	1.52	1.44	1.41	2.45	2.35	2.32	0.55	0.53	0.49
25-29	2.03	1.79	1.54	3.21	2.82	2.46	0.80	0.72	0.58
30-34	2.85	2.11	2.23	4.63	3.24	3.45	1.05	0.94	0.97
35-39	4.41	3.04	2.72	6.91	4.75	4.24	1.99	1.36	1.21
40-44	7.02	4.50	4.20	11.14	6.93	6.56	3.18	2.21	1.97
45-49	9.66	6.72	6.69	15.23	10.56	10.20	4.77	3.30	3.54
50-54	12.95	9.52	9.45	20.75	14.79	15.24	6.34	5.10	4.60
55-59	15.93	12.38	12.38	24.86	19.60	19.30	8.89	6.64	6.87
60-64	21.14	17.77	16.89	32.88	28.11	26.92	12.64	10.26	9.59
65-69	28.96	24.63	23.88	46.05	38.45	37.25	18.68	15.63	15.15
70-74	42.76	36.69	36.18	61.56	56.50	55.70	32.95	26.59	25.91
75-79	62.62	62.13	56.30	84.18	85.42	77.51	52.65	51.43	46.69
80-84	96.36	89.88	91.91	115.96	107.01	111.76	88.71	82.89	83.88
85-89	154.46	139.76	128.74	159.34	136.60	136.13	152.16	141.02	126.07
90-94	218.44	191.55	179.82	222.81	203.26	152.17	216.79	185.90	194.86

95+	441.13	231.06	188.05	327.30	211.19	161.15	491.67	239.60	199.88
Iš viso	**12.20**	**10.81**	**10.53**	**13.84**	**12.02**	**11.71**	**10.73**	**9.73**	**9.48**
0-14	1.07	0.79	0.74	1.19	0.87	0.80	0.95	0.69	0.67
15-59	5.76	4.26	4.14	8.75	6.41	6.25	2.90	2.20	2.12
60+	49.18	43.75	41.92	60.40	54.15	51.79	42.71	37.73	36.20

3 priedas

Valstybinės ir nevalstybinės mokymo įstaigos

(mokslo metų pradžioje)

	Iš viso	Bendrojo	Profesinės	Aukštesniosios	Kolegijos	Universitetai
Valstybinių ir nevalstybinių mokyklų						
1990-1991	2339	2157	105	64	-	13
1995-1996	2549	2361	106	67	-	15
1996-1997	2561	2373	105	68	-	15
1997-1998	2578	2386	107	70	-	15
1998-1999	2564	2375	104	70	-	15
1999-2000	2548	2359	104	69	-	16
2000-2001	2521	2354	84	57	7	19
Jose moksleivių ir studentų, tūkst.						
1990-1991	686	525	48	46	-	67
1995-1996	665	538	49	24	-	54
1996-1997	688	551	52	26	-	59
1997-1998	717	566	54	30	-	67
1998-1999	746	581	56	34	-	75
1999-2000	774	599	52	39	-	84
2000-2001	787	604	47	37	3	96
Pedagogų						
1995-1996	65525	48164	4671	3941	-	8749
1996-1997	67324	49428	4760	4007	-	9129
1997-1998	68465	49915	5044	4292	-	9214
1998-1999	70506	50245	5078	4589	-	10594
1999-2000	71330	51955	5032	4274	-	10069
2000-2001	70450	51896	4922	4185	398	9049
Nevalstybinių mokyklų						
1995-1996	36	20	1	15	-	-
1996-1997	36	20	1	15	-	-
1997-1998	42	24	1	17	-	-
1998-1999	42	23	1	18	-	-
1999-2000	39	19	1	18	-	1

1999-2000	39	19	1	18	-	1
2000-2001	42	20	1	14	3	4
Jose moksleivių ir studentų						
1995-1996	3097	1092	145	1860	-	-
1996-1997	3470	1378	85	2007	-	-
1997-1998	4342	1620	75	2647	-	-
1998-1999	5235	1734	49	3452	-	-
1999-2000	6520	1660	57	4740	-	63
2000-2001	7105	1744	42	4022	575	722
Pedagogų						
1995-1996	583	244	19	320	-	-
1996-1997	736	368	18	350	-	-
1997-1998	948	448	15	485	-	-
1998-1999	1125	388	11	726	-	-
1999-2000	1123	355	10	720	-	38
2000-2001	1320	405	8	661	119	127

4 priedas