

# ANALIZINĖ GEOMETRIJA

## 1. Tiesė plokštumoje

1. Patikrinkite ar taškai  $A(3;14)$ ,  $B(4;13)$ ,  $C(-3;0)$  ir  $D(0;7)$  priklauso tiesei  $7x-3y+21=0$ .

2. Tiesė eina per tašką  $M$  ir yra statmena vektoriui  $\vec{n}$ . Parašykite jos lygtį, kai:

- 1)  $M(3;-5)$ ,  $\vec{n} = (4;2)$ ; 2)  $M(-2;-3)$ ,  $\vec{n} = (4;-5)$ ; 3)  $M(1;-1)$ ,  $\vec{n} = (-3;4)$ .

Ats.: 1)  $2x+y-1=0$ ; 2)  $4x-5y-7=0$ ; 3)  $3x-4y-7=0$ .

3. Tiesė eina per tašką  $M$  ir yra statmena vektoriui  $\vec{AB}$ . Parašykite jos lygtį, kai:

- 1)  $M(-2;-3)$ ,  $A(-5;2)$ ,  $B(-1;4)$ ; 2)  $M(2;2)$ ,  $A(1;-3)$ ,  $B(6;-5)$ ; 3)  $M(-2;-3)$ ,  $A(2;1)$ ,  $B(1;5)$ .

Ats.: 1)  $2x+y+7=0$ ; 2)  $5x-2y-6=0$ ; 3)  $x-4y-10=0$ .

4. Tiesė eina per koordinačių pradžią ir tašką  $A$ . Parašykite jos lygtį, kai: 1)  $A(-1;2)$ ;

- 2)  $A(-3;1)$ ; 3)  $A(4;-2)$ .

Ats.: 1)  $2x+y=0$ ; 2)  $x+3y=0$ ; 3)  $x+2y=0$ .

5. Raskite tiesių krypties koeficientus: 1)  $3x+2y+6=0$ ; 2)  $5x-y=0$ ; 3)  $x+3y-3=0$ .

Ats.: 1)  $-1,5$ ; 2)  $5$ ; 3)  $-\frac{1}{3}$ .

6. Raskite smailųjį kampą tarp tiesių: 1)  $5x-y=0$  ir  $2x-y=0$ ; 2)  $3x-y=0$  ir  $x+y=0$ ;

- 3)  $2x-3y+6=0$  ir  $3x-y-3=0$ .

Ats.: 1)  $15^\circ$ ; 2)  $63^\circ$ ; 3)  $38^\circ$ .

7. Kurios iš šių tiesių yra lygiagrečios: 1)  $2x-3y+4=0$  ir  $10x-15y-7=0$ ; 2)  $25x+20y-8=0$  ir  $5x+4y+4=0$ ; 3)  $2x+y-8=0$  ir  $2x+y+1=0$ ; 4)  $3x-y+4=0$  ir  $3x+y+2=0$ ?

Ats.: 1), 2) ir 3).

8. Parašykite lygtį tiesės, einančios per tašką  $M$  ir lygiagrečios duotajai tiesei:

- 1)  $M(-2;4)$ ,  $2x-3y-6=0$ ; 2)  $M(-3;2)$ ,  $5x-3y+21=0$ ; 3)  $M(-1;-4)$ ,  $3x+4y-12=0$ .

Ats.: 1)  $2x-3y+16=0$ ; 2)  $5x-3y+21=0$ ; 3)  $3x+4y+19=0$ .

9. Kurios iš šių tiesių yra statmenos: 1)  $3x-4y+12=0$  ir  $4x+3y-6=0$ ; 2)  $4x+5y-8=0$  ir

- $3x-2y+4=0$ ; 3)  $4x+3y+2=0$  ir  $3x-4y+14=0$ ; 4)  $x-y-7=0$  ir  $x-y+3=0$ ; 5)  $3x-10y+37=0$  ir  $9x+2y-17=0$ ?

Ats.: 1) ir 3).

10. Kokia turi būti parametro  $k$  reikšmė, kad tiesės būtų statmenos: 1)  $5x-y-4=0$  ir  $kx-y-2=0$ ;

- 2)  $3x-ky+28=0$  ir  $5x+4y+26=0$ ; 3)  $kx+2y-21=0$  ir  $8x-3y+7=0$ ; 4)  $3x+ky+21=0$  ir  $2x-y+5=0$ ?

Ats.: 1)  $-\frac{1}{5}$ ; 2)  $3\frac{3}{4}$ ; 3)  $\frac{3}{4}$ ; 4)  $6$ .

11. Parašykite lygtį tiesės, kuri eina per tašką  $M$  ir yra statmena duotajai tiesei:

- 1)  $M(4;-3)$ ,  $5x-2y+10=0$ ; 2)  $M(-4;1)$ ,  $6x-5y-30=0$ ; 3)  $M(0;0)$ ,  $2x+3y-12=0$ .

Ats.: 1)  $2x+5y+7=0$ ; 2)  $5x+6y+14=0$ ; 3)  $3x-2y=0$ .

12. Parašykite lygtį tiesės, einančios per du taškus:

- 1)  $A(-1;-1)$  ir  $B(-2;-2)$ ; 2)  $A(3;0)$  ir  $B(0;4)$ ; 3)  $A(-2;1)$  ir  $B(3;-1)$ ; 4)  $A(1;-2)$  ir  $B(0;2)$ .

Ats.: 1)  $x-y=0$ ; 2)  $4x+3y-12=0$ ; 3)  $2x+5y-1=0$ ; 4)  $4x+y-2=0$ .

13. Raskite atstumą nuo taško  $M$  iki duotosios tiesės: 1)  $M(6;8)$ ,  $4x+3y+2=0$ ; 2)  $M(-2;4)$ ,  $4x-3y-5=0$ ; 3)  $M(4;6)$ ,  $3x+4y+14=0$ ; 4)  $M(2;-1)$ ,  $4x+3y+10=0$ ; 5)  $M(0;-3)$ ,  $5x-12y-23=0$ .

Ats.: 1)  $10$ ; 2)  $5$ ; 3)  $10$ ; 4)  $3$ ; 5)  $1$ .

14. Raskite atstumą tarp lygiagrečių tiesių: 1)  $3x-4y-10=0$  ir  $6x-8y+5=0$ ; 2)  $5x-12y+26=0$  ir  $5x-12y-13=0$ ; 3)  $4x-3y+15=0$  ir  $8x-6y+25=0$ ; 4)  $24x-10y+39=0$  ir  $12x-5y-26=0$ .

Ats.: 1)  $2,5$ ; 2)  $3$ ; 3)  $0,5$ ; 4)  $3,5$ .

15. Raskite tiesių susikirtimo taško koordinates: 1)  $x+5y-35=0$  ir  $3x+2y-27=0$ ;

- 2)  $14x-9y-24=0$  ir  $7x-2y-17=0$ ; 3)  $12x+15y-8=0$  ir  $16x+9y-7=0$ .

Ats.: 1) (5;6); 2) (3;2); 3)  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$

## 2. Apskritimas

1. Parašykite apskritimo lygtį, kai:

- 1) apskritimo centras yra koordinatų pradžioje, o spindulys R53;
- 2) apskritimo centras yra taške C(2;-3), o spindulys R57;
- 3) apskritimas eina per koordinatų pradžią, o centras yra taške C(6;8);
- 4) apskritimas eina per tašką A(2;6), o jo centras yra taške C(-1;2)
- 5) taškai A(3;2) ir B(-1;6) yra skersmens galai;
- 6) apskritimo centras yra koordinatų pradžios taške, o tiesė  $3x-4y+2050$  liečia apskritimą;
- 7) apskritimo centras yra taške C(1;-1), o tiesė  $5x-12y+950$  liečia apskritimą;
- 8) apskritimas eina per taškus A(3;1) ir B(-1;3), o jo centras yra tiesėje  $3x-y-250$ ;
- 9) apskritimas eina per taškus A(1;1), B(1;-1) ir C(2;0);
- 10) apskritimas eina per taškus A(-1;5), B(-2;-2) ir C(5;5).

Ats.: 1)  $x^2+y^2=9$ ; 2)  $(x-2)^2+(y+3)^2=49$ ; 3)  $(x-6)^2+(y+8)^2=100$ ; 4)  $(x+1)^2+(y-2)^2=25$ ;  
 5)  $(x-1)^2+(y-4)^2=8$ ; 6)  $x^2+y^2=16$ ; 7)  $(x-1)^2+(y+1)^2=4$ ; 8)  $(x-2)^2+(y-4)^2=10$ ; 9)  $(x-1)^2+y^2=1$ ;  
 10)  $(x-2)^2+(y-1)^2=25$ .

2. Raskite apskritimo centro koordinates ir spindulį, kai duota apskritimo lygtis:

- 1)  $(x-5)^2+(y+2)^2=5$ ; 2)  $(x+2)^2+y^2=64$ ; 3)  $x^2+y^2-2x+4y-2050$ ; 4)  $x^2+y^2+4x-2y+550$ .

Ats.: 1) C(5;-2), R5  $\sqrt{5}$ ; 2) C(-2;0), R58; 3) C(1;-2), R55; 4) C(-2;1), R50.

3. Raskite atstumą nuo taško iki apskritimo, kai: 1) A(6;-8),  $x^2+y^2=9$ ; 2) A(3;9),  $x^2+y^2-26x+30y+31350$ ; 3) A(-7;2),  $x^2+y^2-10x-14y-15150$ .

Ats.: 1) 7; 2) 17; 3) 2.

4. Nustatykite tiesės ir apskritimo tarpusavio padėtį, kai: 1)  $7x-y+1250$  ir  $(x-2)^2+(y-1)^2=25$ ;  
 2)  $y50, 5x-0,5$  ir  $x^2+y^2-8x+2y+1250$ ; 3)  $x-y+1050$  ir  $x^2+y^2=150$ .

Ats.: 1) kertasi; 2) liečiasi; 3) neturi bendrų taškų.

5. Parašykite lygtį tiesės, kuri eina per apskritimų  $x^2+y^2+3x-y50$  ir  $3x^2+3y^2+2x+y50$  susikirtimo taškus.

Ats.:  $7x-4y50$ .

## 3. Elipsė

1. Parašykite elipsės lygtį, jei žinoma, kad jos židiny yra OX ašyje, kai : 1) jos pusašiai lygūs 2 ir 5; 2) didžioji ašis 10, o atstumas tarp židinių 8; 3) mažoji ašis 24, o atstumas tarp židinių 10; 4) atstumas tarp židinių 6, o ekscentricitetas 0,6; 5) didžioji ašis 20, o ekscentricitetas 0,6.

Ats.: 1)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ ; 2)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ; 3)  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ ; 4)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ; 5)  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ .

2. Raskite duotų elipsių ašis, atstumus tarp židinių ir ekscentricitetus: 1)  $9x^2+16y^2=144$ ;  
 2)  $x^2+4y^2=4$ ; 3)  $x^2+25y^2=25$ .

Ats.: 1) 8; 6;  $2\sqrt{7}$ ;  $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ; 2) 4; 2;  $2\sqrt{3}$ ;  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; 3) 10; 2;  $4\sqrt{6}$ ;  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ .

3. Apskaičiuokite keturkampio plotą, jei dvi jo viršūnės yra elipsės  $x^2+5y^2=20$  židinio taškuose, o kitos dvi sutampa su mažosios ašies galais.

Ats.: 16.

4. Ant elipsės  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ , raskite taškus, kurių abscisė lygi  $-3$ .

Ats.:  $(-3; \pm 1,6)$ .

5. Raskite elipsės  $7x^2 + 16y^2 = 112$  taškus, kurių atstumas iki kairiojo židinio lygus  $2,5$ .

Ats.:  $\left(-2; \pm \frac{\sqrt{21}}{2}\right)$ .

6. Parašykite elipsės, kurios židiniai yra Ox ašyje, lygtį, kai: 1) elipsė eina per tašką  $M(-2\sqrt{5}; 2)$ , o mažoji pusašis lygi  $3$ ; 2) elipsė eina per tašką  $M(2; -2)$ , o didžioji pusašis lygi  $4$ ; 3) elipsė eina per taškus  $A(4; -\sqrt{3})$  ir  $B(2\sqrt{2}; 3)$ ; 4) elipsė eina per tašką  $M(\sqrt{15}; -1)$ , o atstumas tarp židinių  $8$ ; 5) elipsė eina per tašką  $M\left(2; -\frac{5}{3}\right)$ , o ekscentricitetas  $e = \frac{2}{3}$ .

Ats.: 1)  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ ; 2)  $\frac{x^2}{16} + \frac{3y^2}{16} = 1$ ; 3)  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$ ; 4)  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$ ; 5)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ .

7. Raskite elipsės ir tiesės susikirtimo taškus: 1)  $9x^2 + 16y^2 = 144$ ,  $3x + 4y = 12$ ;  
2)  $4x^2 + 9y^2 = 36$ ,  $x + y = 5$ ; 3)  $3x + 2y = 20$ ,  $x^2 + 4y^2 = 40$ .

Ats.: 1)  $(0; 3)$ ,  $(4; 0)$ ; 2)  $\emptyset$ ; 3)  $(6; 1)$ .

#### 4. Hiperbolė

1. Parašykite lygtį hiperbolės, kurios židiniai yra Ox ašyje, grafikas simetriškas koordinačių pradžios taško atžvilgiu, ir: 1) ašys yra lygios  $10$  ir  $8$ ; 2) atstumas tarp židinių  $10$ , o menamoji ašis lygi  $8$ ; 3) atstumas tarp židinių  $6$ , o ekscentricitetas  $e = 1,5$ ; 4) realioji ašis lygi  $16$ , o ekscentricitetas  $e = 1,25$ .

Ats.: 1)  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ ; 2)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ ; 3)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ ; 4)  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ .

2. Raskite duotų hiperbolių pusašius, židinių koordinates, ekscentricitetą ir asimptotų lygtis:  
1)  $4x^2 - 9y^2 = 36$ ; 2)  $x^2 - 16y^2 = 16$ ; 3)  $x^2 - 4y^2 = 16$ ; 4)  $x^2 - y^2 = 1$ .

Ats.: 1)  $3, 2$ ,  $F(\pm \sqrt{13}; 0)$ ,  $e = \frac{\sqrt{13}}{3}$ ,  $y = \pm \frac{2}{3}x$ ; 2)  $4, 1$ ,  $F(\pm \sqrt{17}; 0)$ ,  $e = \frac{\sqrt{17}}{4}$ ,  $y = \pm \frac{1}{4}x$ ;

3)  $4, 2$ ,  $F(\pm 2\sqrt{5}; 0)$ ,  $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $y = \pm \frac{1}{2}x$ ; 4)  $1, 1$ ,  $F(\pm \sqrt{2}; 0)$ ,  $e = \sqrt{2}$ ,  $y = \pm x$ .

3. Patikrinkite ar taškas  $M(-5; 2,25)$  priklauso hiperbolei  $9x^2 - 16y^2 = 144$ .

Ats.: priklauso.

4. Parašykite hiperbolės, kurios židiniai yra Ox ašyje, lygtį, kai: 1) taškai  $A(6; -1)$  ir  $B(-8; 2\sqrt{2})$  priklauso hiperbolei; 2) hiperbolė eina per tašką  $M(-5; 3)$ , o ekscentricitetas  $e = \sqrt{2}$ ;  
3) hiperbolė eina per tašką  $M(4,5; -1)$ , o asimptotės duotos lygtimis  $y = \pm \frac{2}{3}x$ .

Ats.: 1)  $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{8} = 1$ ; 2)  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$ ; 3)  $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{8} = 1$ .

5. Raskite hiperbolės ir tiesės susikirtimo taškų koordinates: 1)  $x^2 - 4y^2 = 20$ ,  $2x - y = 10$ ; 2)  $16x^2 - 25y^2 = 400$ ,  $4x - 3y = 16$ ; 3)  $4x^2 - 9y^2 = 36$ ,  $2x - y = 1$ .

Ats.: 1)  $(6; 2)$ ,  $\left(\frac{14}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ ; 2)  $\left(\frac{25}{4}; 3\right)$ ; 3)  $\emptyset$ .

6. Nustatykite tiesės ir hiperbolės tarpusavio padėtį: 1)  $x-y-3=0$  ir  $x^2-4y^2=12$ ; 2)  $x-2y+1=0$  ir  $9x^2-16y^2=144$ ; 3)  $7x-5y=0$  ir  $16x^2-25y^2=400$ .  
Ats.: 1) liečia; 2) kerta; 3) neturi bendrų taškų.

## 5. Parabolė

1. Parašykite parabolės, kurios viršūnė yra koordinačių pradžios taške, lygtį žinant, kad:

- 1) parabolė simetriška Ox ašies atžvilgiu, yra dešinėje pusplokštumėje ir parametras  $p=3$ ;
- 2) parabolė simetriška Ox ašies atžvilgiu, yra kairėje pusplokštumėje ir  $p=0,5$ ;
- 3) parabolė simetriška Oy ašies atžvilgiu, yra viršutinėje pusplokštumėje ir  $p=0,25$ ;
- 4) parabolė simetriška Oy ašies atžvilgiu, yra apatinėje pusplokštumėje ir  $p=3$ .

Ats.: 1)  $y^2=6x$ ; 2)  $y^2=-x$ ; 3)  $x^2=0,5y$ ; 4)  $x^2=-6y$ .

2. Parašykite parabolės, kurios viršūnė yra koordinačių pradžios taške, lygtį žinant, kad:

- 1) simetriška Ox ašies atžvilgiu ir eina per tašką  $A(9;6)$ ;
- 2) simetriška Ox ašies atžvilgiu ir eina per tašką  $A(-1;3)$ ;
- 3) simetriška Oy ašies atžvilgiu ir eina per tašką  $A(1;1)$ ;
- 4) simetriška Oy ašies atžvilgiu ir eina per tašką  $A(4;-8)$ .

Ats.: 1)  $y^2=4x$ ; 2)  $y^2=9x$ ; 3)  $x^2=y$ ; 4)  $x^2=-2y$ .

3. Raskite židinio koordinates ir parašykite direktrės lygtį, kai parabolė duota lygtimi:

- 1)  $y^2=4x$ ; 2)  $y^2=-6x$ ; 3)  $x^2=8y$ ; 4)  $x^2=-4y$ .

Ats.: 1)  $F(1;0)$ ,  $x=1$ ; 2)  $F(-1,5;0)$ ,  $x=1,5$ ; 3)  $F(0;2)$ ,  $y=-2$ ; 4)  $F(0;-1)$ ,  $y=1$ .

4. Parašykite lygtį parabolės, kurios viršūnė yra koordinačių pradžios taške, o židinis yra taške: 1)  $F(5;0)$ ; 2)  $F(-4;0)$ ; 3)  $F(0;2)$ ; 4)  $F(0;-3)$ .

Ats.: 1)  $y^2=20x$ ; 2)  $y^2=-16x$ ; 3)  $x^2=8y$ ; 4)  $x^2=-12y$ .

5. Parašykite lygtį parabolės, kurios viršūnė yra koordinačių pradžios taške, o direktrės duota lygtimi: 1)  $x+2=0$ ; 2)  $x-3=0$ ; 3)  $y+4=0$ ; 4)  $y-1=0$ .

Ats.: 1)  $y^2=8x$ ; 2)  $y^2=-12x$ ; 3)  $x^2=16y$ ; 4)  $x^2=-4y$ .

6. Parabolės simetrijos ašis lygiagreti Ox ašiai. Parašykite parabolės lygtį, kai:

- 1) parabolė eina per tašką  $M(1;3)$ , o jos viršūnė yra taške  $A(-4;-2)$ ;
- 2) parabolė eina per koordinačių pradžią, o jos viršūnė yra taške  $A(-2;-4)$ ;
- 3) parabolė eina per tašką  $M(-3;-3)$ , o jos viršūnė yra taške  $A(3;-1)$ .

Ats.: 1)  $(y+2)^2=5(x+2)$ ; 2)  $(y+4)^2=8(x+2)$ ; 3)  $3(y+1)^2=-2(x-3)$ .

7. Parabolės simetrijos ašis lygiagreti Oy ašiai. Parašykite parabolės lygtį, kai:

- 1) parabolė eina per tašką  $M(-6;8)$ , o jos viršūnė yra taške  $A(2;4)$ ;
- 2) parabolė eina per koordinačių pradžią, o jos viršūnė yra taške  $A(5;-5)$ ;
- 3) parabolė eina per koordinačių pradžią, o jos viršūnė yra taške  $A(3;5)$ .

Ats.: 1)  $(x-2)^2=16(y-4)$ ; 2)  $(x-5)^2=5(y+5)$ ; 3)  $5(x-3)^2=-9(y-5)$ .

8. Parašykite parabolės lygtį, kai duota jos viršūnė A ir židinis F: 1)  $A(4;6)$ ,  $F(-2;6)$ ; 2)  $A(3;-2)$ ,  $F(3;0)$ ; 3)  $A(-1;1)$ ,  $F(-1;-4)$ .

Ats.: 1)  $(y-6)^2=-24(x-4)$ ; 2)  $(x-3)^2=8(y+2)$ ; 3)  $(x+1)^2=-20(y-1)$ .

9. Parašykite parabolės lygtį, kai duota jos viršūnė ir direktrės lygtis:

- 1)  $A(1;-3)$ ,  $x-5=0$ ; 2)  $A(-2;4)$ ,  $y+2=0$ ; 3)  $A(-3;5)$ ,  $y-7=0$ .

Ats.: 1)  $(y+3)^2=-16(x-1)$ ; 2)  $(x+2)^2=24(y-4)$ ; 3)  $(x+3)^2=-8(y-5)$ .

10. Raskite parabolės viršūnės ir židinio koordinates, parašykite direktrės lygtį, kai:

- 1)  $y^2+4y-24x+76=0$ ; 2)  $x^2+10x+8y+41=0$ ; 3)  $x^2-4x-16y+68=0$ ; 4)  $y^2-6y-8x-7=0$ ;

Ats.: 1)  $A(3;-2)$ ,  $F(9;-2)$ ,  $x=3$ ; 2)  $A(-5;-2)$ ,  $F(-5;-4)$ ,  $y=0$ ; 3)  $A(2;4)$ ,  $F(2;8)$ ,  $y=0$ ;

- 4)  $A(-2;3)$ ,  $F(0;3)$ ,  $x=-4$ .

## 6. Plokštuma

1. Parašykite lygtį plokštumos, einančios per tašką M ir statmenos vektoriui  $\vec{n}$ :

- 1)  $M(2;1;-1)$  ir  $\vec{n}(1;-2;3)$ ; 2)  $M(-1;4;2)$  ir  $\vec{n}(-1;2;4)$ ; 3)  $M(0;-3;1)$  ir  $\vec{n}(-2;4;0)$ .

Ats.: 1)  $x-2y+3z+35=0$ ; 2)  $x-2y-4z+175=0$ ; 3)  $x-2y-65=0$ .

2. Duoti taškai A ir B. Parašykite lygtį plokštumos, einančios per tašką A ir statmenos vektoriui  $\vec{AB}$ : 1)  $A(3;-1;2)$  ir  $B(4;-2;-1)$ ; 2)  $A(-2;0;3)$  ir  $B(1;4;-2)$ ; 3)  $A(0;3;-1)$  ir  $B(4;-2;0)$ .

Ats.: 1)  $x-y-3z+25=0$ ; 2)  $3x+4y-5z+215=0$ ; 3)  $4x-5y+z+165=0$ .

3. Parašykite lygtį plokštumos, einančios per tašką A ir lygiagrečios vektoriams  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$ :

- 1)  $A(3;4;-5)$ ,  $\vec{a}(3;1;-1)$ ,  $\vec{b}(1;-2;1)$ ; 2)  $A(1;0;2)$ ,  $\vec{a}(1;2;-1)$ ,  $\vec{b}(0;1;2)$ ;

- 3)  $A(0;3;5)$ ,  $\vec{a}(2;-1;3)$ ,  $\vec{b}(4;0;1)$ .

Ats.: 1)  $x+4y+7z+165=0$ ; 2)  $5x-2y+z-75=0$ ; 3)  $x-10y-4z+505=0$ .

4. Parašykite lygtį plokštumos, einančios per taškus A ir B ir lygiagrečios vektoriui  $\vec{c}$ :

- 1)  $A(2;-1;3)$  ir  $B(3;1;2)$ ,  $\vec{c}(3;-1;4)$ ; 2)  $A(-1;3;0)$  ir  $B(4;2;-1)$ ,  $\vec{c}(2;1;-3)$ ;

- 3)  $A(0;-3;1)$  ir  $B(1;0;1)$ ,  $\vec{c}(1;2;3)$ .

Ats.: 1)  $x-y-z5=0$ ; 2)  $4x+13y+7z-355=0$ ; 3)  $9x-3y-z-85=0$ .

5. Parašykite lygtį plokštumos, einančios per taškus A, B ir C: 1)  $A(3;-1;2)$ ,  $B(4;-1;-1)$  ir  $C(2;0;2)$ ; 2)  $A(1;2;0)$ ,  $B(4;0;1)$  ir  $C(-2;1;0)$ ; 3)  $A(0;2;4)$ ,  $B(-1;-3;0)$  ir  $C(2;-1;0)$ .

Ats.:  $3x+3y+z-85=0$ ; 2)  $x-3y-9z+55=0$ ; 3)  $8x-12y+13z-285=0$ .

## 7. Plokštumų lygiagretumas ir statmenumas. Kampas tarp plokštumų. Atstumas nuo taško iki plokštumos

1. Kurios iš šių plokštumų yra lygiagrečios: 1)  $2x-3y-5z-75=0$  ir  $2x-3y+5z+35=0$ ;  
2)  $4x+2y-4z+55=0$  ir  $2x+y+2z-15=0$ ; 3)  $x-3z+25=0$  ir  $2x-6z-75=0$ ?

Ats.: 3).

2. Kokios turi būti m ir n reikšmės, kad plokštumos būtų lygiagretės: 1)  $2x+my+3z-55=0$  ir  $nx-6y-6z+25=0$ ; 2)  $3x-y+mz-95=0$  ir  $2x+ny+2z-35=0$ ; 3)  $mx+3y-2z-15=0$  ir  $2x-5y-nz=0$ ?

Ats.: 1) 3; -4; 2)  $3; -\frac{2}{3}$ ; 3)  $-\frac{6}{5}; -\frac{10}{3}$ .

3. Parašyti lygtį plokštumos, einančios per tašką A ir lygiagrečios kitai plokštumai:

- 1)  $A(3;-2;-7)$  ir  $2x-3z+55=0$ ; 2)  $A(1;-1;0)$  ir  $x+y+z+15=0$ ; 3)  $A(-2;-1;0)$  ir  $3x-2y+5z-65=0$ .

Ats.: 1)  $2x-3z-275=0$ ; 2)  $x+y+z5=0$ ; 3)  $3x-2y+5z+45=0$ .

4. Kurios iš šių plokštumų yra statmenos: 1)  $3x-y-2z-55=0$  ir  $x+9y-3z+25=0$ ;

- 2)  $2x+3y-z-35=0$  ir  $x-y-z+55=0$ ; 3)  $2x-5y+z5=0$  ir  $x+2z-35=0$ ?

Ats.: 1) ir 2).

5. Kokios turi būti parametro m reikšmės, kad plokštumos būtų statmenos: 1)  $3x-5y+mz5=0$  ir  $x+3y+2z+55=0$ ; 2)  $5x+y-3z5=0$  ir  $2x+my-3z+15=0$ ; 3)  $7x-2y-z5=0$  ir  $mx+y-3z-15=0$ ?

Ats.: 1) 6; 2) -19; 3)  $-\frac{1}{7}$ .

6. Parašykite lygtį plokštumos, einančios per tašką A ir statmenos dviem duotom plokštumom:

- 1)  $A(0;0;0)$ ,  $2x-y+3z-15=0$  ir  $x+2y+z5=0$ ; 2)  $A(2;-1;1)$ ,  $2x-z+15=0$  ir  $y5=0$ ; 3)  $A(-1;0;3)$ ,  $x+y+z-15=0$  ir  $2x-y-z+35=0$ .

Ats.: 1)  $7x-y-5z5=0$ ; 2)  $x+2z-45=0$ ; 3)  $y-z+35=0$ .

7. Raskite kampą tarp plokštumų: 1)  $2x-y+2z+35=0$  ir  $2x-2y+55=0$ ;

- 2)  $2x-y+5z+35=0$  ir  $x+3y-z-75=0$ ; 3)  $2x-9y+6z-225=0$  ir  $6x-2y+3z+75=0$ .

Ats.: 1)  $45^\circ$ ; 2)  $\approx 71^\circ$ ; 3)  $\approx 51^\circ$ .

8. Raskite atstumą nuo taško iki plokštumos: 1)  $M(-2;-4;3)$  iki  $2x-y+2z+3=0$ ; 2)  $M(2;-1;-1)$  iki  $16x-12y+15z-4=0$ ; 3)  $M(1;2;-3)$  iki  $4x-3z+2=0$ .  
 Ats.: 1) 3; 2) 1; 3) 3.
9. Raskite atstumą tarp lygiagrečių plokštumų: 1)  $x-2y-2z-12=0$  ir  $x-2y-2z-6=0$ ; 2)  $2x-3y+6z-14=0$  ir  $4x-6y+12z+21=0$ ; 3)  $16x+12y-15z+50=0$  ir  $16x+12y-15z+25=0$ .  
 Ats.: 1) 2; 2) 3,5; 3) 1.

### 8. Tiesė erdvėje

1. Parašykite tiesių lygtis kanoniniu pavidalu:

$$1) \begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0, \\ x + y + z - 1 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x - 2y + z - 3 = 0, \\ x - 2y - z + 3 = 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 4x + y + 2z - 14 = 0, \\ 2x - y + 2z - 4 = 0. \end{cases}$$

$$\text{Ats.: 1) } \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}; \quad 2) \frac{x}{3} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{-3}; \quad 3) \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}.$$

2. Parašykite kanonines lygtis tiesės, einančios per tašką  $M(2;0;-3)$  ir lygiagrečios:

$$1) \text{ vektoriui } \vec{a} = (2;-3;5); \quad 2) \text{ tiesei } \frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}.$$

$$\text{Ats.: 1) } \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}; \quad 2) \frac{x-2}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}.$$

3. Parašykite lygtis tiesės, einančios per du taškus: 1)  $A(1;-2;1)$  ir  $B(3;1;-1)$ ;

2)  $A(3;-1;0)$  ir  $B(1;0;-3)$ ; 3)  $A(0;-2;3)$  ir  $B(3;-2;1)$ .

$$\text{Ats.: 1) } \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2}; \quad 2) \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}; \quad 3) \frac{x}{3} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{-2}.$$

4. Parašykite parametrines lygtis tiesės, einančios per tašką  $M(1;-1;-3)$  ir lygiagrečios:

$$1) \text{ vektoriui } \vec{a} = (2;-3;4); \quad 2) \text{ tiesei } \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{0}; \quad 3) \text{ tiesei } \begin{cases} x = 3t - 1, \\ y = -2t + 3, \\ z = 5t + 2. \end{cases}$$

$$\text{Ats.: 1) } \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = -1 - 3t, \\ z = -3 + 4t; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = -1 + 4t, \\ z = -3; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x = 1 + 3t, \\ y = -1 - 2t, \\ z = -3 + 5t. \end{cases}$$

5. Parašykite parametrines lygtis tiesės, einančios per du taškus: 1)  $A(3;-1;2)$  ir  $B(2;1;1)$ ;

2)  $A(1;1;-2)$  ir  $B(3;-1;0)$ ; 3)  $A(0;0;1)$  ir  $B(0;1;-2)$ .

$$\text{Ats.: 1) } \begin{cases} x = 3 - t, \\ y = -1 + 2t, \\ z = 2 - t; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 1 - 2t, \\ z = -2 + 2t; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x = 0, \\ y = t, \\ z = 1 - 3t. \end{cases}$$

6. Tiesių lygtis parašykite parametrine forma: 1)  $\begin{cases} 2x + 3y - z - 4 = 0, \\ 3x - 5y + 2z + 1 = 0; \end{cases}$

$$2) \begin{cases} x + 2y - z - 6 = 0, \\ 2x - y + z + 1 = 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 5x + y + z = 0, \\ 2x + 3y - 2z + 5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{Ats.: 1) } \begin{cases} x = 1 - t, \\ y = 7t, \\ z = -2 + 19t; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = t, \\ y = 5 - 3t, \\ z = 4 - 5t; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x = 5t, \\ y = -1 - 12t, \\ z = 1 - 13t. \end{cases}$$

## 9. Kampas tarp tiesių. Tiesių lygiagretumas ir statmenumas

1. Apskaičiuokite kampą tarp tiesių: 1)  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$  ir  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}}$ ;

$$2) \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z+3}{1} \text{ ir } \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z+1}{-1}; \quad 3) \begin{cases} x = 2t + 3, \\ y = t + 1, \\ z = 2t + 4; \end{cases} \text{ ir } \begin{cases} x = 12t - 1, \\ y = 3t - 3, \\ z = 4t + 2. \end{cases}$$

Ats.: 1)  $60^\circ$ ; 2)  $45^\circ$ ; 3)  $\approx 26^\circ$ .

2. Kurios iš šių tiesių yra lygiagrečios: 1)  $\frac{x-3}{4} = \frac{y-5}{6} = \frac{z+1}{3}$  ir  $\frac{x-7}{8} = \frac{y+5}{12} = \frac{z+1}{6}$ ;

$$2) \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \text{ ir } \begin{cases} x + y + z = 0, \\ x - y - 5z - 8 = 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x = 2t + 5, \\ y = -t + 2, \\ z = t - 7; \end{cases} \text{ ir } \begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0, \\ x - y - 3z - 2 = 0. \end{cases}$$

Ats.: 1) ir 3).

3. Parašykite kanonines lygtis tiesės, einančios per duotą tašką ir lygiagrečios duotai tiesei:

1)  $M(2; -3; -1)$ ,  $\frac{x-4}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$ ; 2)  $M(-1; 0; 3)$ ,  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{2}$ ;

3)  $M(1; -1; 2)$ ,  $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ .

Ats.: 1)  $\frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+1}{2}$ ; 2)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{2}$ ; 3)  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-3}$ .

4. Kurios iš šių tiesių statmenos: 1)  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$  ir  $\begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0, \\ 3x + 3y - 8z + 3 = 0; \end{cases}$

$$2) \begin{cases} x = 2t + 3, \\ y = 3t - 2, \\ z = -6t + 1; \end{cases} \text{ ir } \begin{cases} 2x + y - 4z + 2 = 0, \\ 4x - y - 5z + 4 = 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + y - 3z - 1 = 0, \\ 2x - y - 9z - 2 = 0; \end{cases} \text{ ir } \begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0, \\ 2x - 2y - z + 2 = 0. \end{cases}$$

Ats.: 2) ir 3).

## 10. Tiesės ir plokštumos tarpusavio padėtys

1. Nustatykite tiesės ir plokštumos tarpusavio padėtį:

1)  $\begin{cases} x - 2y - 3z - 5 = 0, \\ 2x - y - 2z - 6 = 0; \end{cases}$  ir  $x + y + z - 15 = 0$ ; 2)  $\begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + z + 2 = 0; \end{cases}$  ir  $x + 2y - 1 = 0$ ;

3)  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-5}$  ir  $x - 2y + z - 15 = 0$ .

Ats.: 1) tiesė priklauso plokštumai; 2) kertasi; 3) neturi bendrų taškų.

2. Patikrinkite tiesės ir plokštumos lygiagretumą: 1)  $\frac{x-2}{4} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{-2}$  ir

$5x - 2y + 7z + 35 = 0$ ; 2)  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+1}{3}$  ir  $3x - 5y - 3z - 4 = 0$ ; 3)  $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$  ir

$2x - y - 2z - 9 = 0$ .

3. Apskaičiuokite kampą tarp tiesės ir plokštumos: 1)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{2}$  ir  $x+2y-3z+4=0$ ; 2)  $\begin{cases} 2x-2y-24=0, \\ 3x-z+4=0; \end{cases}$  ir  $6x+15y-10z+31=0$ ; 3)  $\frac{x+4}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{4}$  ir  $2x-3y-2z+5=0$ .

Ats.: 1)  $\approx 14^\circ$ ; 2)  $\approx 8^\circ$ ; 3)  $\approx 21^\circ$ .

4. Parašykite kanonines lygtis tiesės, einančios per tašką M ir statmenos duotai plokštumai:

1) M(2;-3;-5) ir  $6x-3y-5z+2=0$ ; 2) M(-3;4;7) ir  $x-2y+3z-8=0$ ; 3) M(1;-1;1) ir  $x-y+z-10=0$ .

Ats.: 1)  $\frac{x-2}{6} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+5}{-5}$ ; 2)  $\frac{x+3}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-7}{3}$ ; 3)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ .

5. Parašykite lygtį plokštumos, einančios per duotą tašką ir statmenos duotai tiesei:

1) M(1;-2;1) ir  $\begin{cases} x-2y+z-3=0, \\ x+y-z+2=0; \end{cases}$  2) M(1;-1;-1) ir  $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{4}$ .

Ats.: 1)  $x+2y+3z=5$ ; 2)  $2x-3y+4z-1=0$ .

6. Su kokia parametro m reikšme tiesė lygiagreti plokštumai: 1)  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$  ir  $x-3y+6z+7=0$ ; 2)  $\frac{x-5}{5} = \frac{y+1}{m} = \frac{z-4}{3}$  ir  $2x+3y+z-1=0$ ; 3)  $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+3}{m} = \frac{z+6}{5}$  ir  $x+2y-2z+6=0$ .

Ats.: 1) -3; 2)  $-4\frac{1}{3}$ ; 3) 7.

7. Kokia turi būti parametro a reikšmė, kad tiesė būtų lygiagreti plokštumai:

1)  $\begin{cases} x=3+4t, \\ y=1-4t, \\ z=-3+t; \end{cases}$  ir  $ax+2y-4z+23=0$ ; 2)  $\begin{cases} x=-3+t, \\ y=2+3t, \\ z=1-4t; \end{cases}$  ir  $ax+5y-z+6=0$ ;

3)  $\begin{cases} x=-2+3t, \\ y=1+5t, \\ z=-2+6t; \end{cases}$  ir  $ax-6y+z-7=0$ ?

Ats.: 1) 3; 2) -19; 3) 8.

8. Su kokiomis parametru m ir n reikšmėmis tiesė yra statmena plokštumai:

1)  $\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$  ir  $3x-2y+nz+1=0$ ; 2)  $\begin{cases} x=mt-6, \\ y=-2t+5, \\ z=t-8; \end{cases}$  ir  $x+y+nz+6=0$ ;

3)  $\frac{z-7}{m} = \frac{y+3}{8} = \frac{z+5}{-4}$  ir  $2x-y+nz+8=0$ ?

Ats.: 1) -6; 1,5; 2) 2; -0,5; 3) -16; 0,5.