1b
P1—47

P $\frac{10508—032}{M851(10)—78}$ 33—78

R. Plečkaitis

# Logikos įvadas

ANTRASIS PATAISYTAS IR PAPILDYTAS LEIDIMAS

Lietuvos TSR Aukštojo ir specialiojo vidurinio mokslo ministerijos leista naudoti mokymo priemone respulikos aukštosiose mokyklose

VILNIUS MINTIS 1976

# PREDIKATŲ LOGIKA

## SAVYBIŲ TEORIJA

Yra samprotavimų, kurių išvadų negalima pagrįsti teiginių logikos priemonėmis. Pvz.:

Kiekvienas Jono draugas yra Petro draugas.
Martynas nėra Petro draugas.

Vadinasi, Martynas nėra Jono draugas.

Šio samprotavimo loginį korektiškumą galima pagrįsti, tiriant prielaidų ir išvados struktūrą.

Teiginių logikoje teiginys laikomas nedaloma visuma. Tačiau loginį teiginį galima nagrinėti ir jo struktūros požiūriu, panašiai kaip gramatika nagrinėja gramatinį sakinį, surasdama sakinio dalis -veiksnį, tarinį, pažyminį ir kt. Žinoma, loginio teiginio struktūra visai kitokia, negu gramatinio sakinio.

*Predikatų logika yra logikos teorija, nagrinėjanti vidinę teiginio struktūrą.*

Teiginį sudaro objektas ir požymis, kuris tam objektui priskiriamas arba nepriskiriamas. Plačiausia prasme objektas yra tai, ką galima pavadinti. Požymis yra tai, kuo objektai panašūs arba kuo jie skiriasi vienas nuo kito. Teiginyje ,,Klaipėda yra Lietuvos TSR uostamiestis" teiginio objektas yra Klaipėda, kuriai priskiriamas požymis „būti Lietuvos TSR uostamiesčiu". Teiginio objektas kartais dar kitaip vadinamas *subjektu,* o požymiai dar kitaip vadinami *predikatais.*

Skiriami tokie požymiai: savybės, santykiai ir pavadinimai.

*Savybė* yra toks požymis, kurį galima priskirti bent vienam objektui. Savybę „būti baltu" gali turėti ir vienas objektas, pvz., sakome „Sniegas yra baltas", „Pienas yra baltas" ir pan. Tai prasmingi ir teisingi teiginiai.

*Santykis* yra toks požymis, kurį galima priskirti mažiausia, dviem objektams. Požymiai „būti broliu", „būti didesniu" yra santykiai. Teiginys „Jonas Petro brolis"-prasmingas teiginys Tuo tarpu teiginys ,,Jonas yra brolis" jau beprasmiškas, nes požymis „būti broliu" yra santykis, ir vienam objektui jo negalima priskirti. Dėl to, kad savybes galima priskirti vienam objektui, o santykius galima priskirti mažiausiai dviem objektams, savybės vadinamos *vienviečiais predikatais,* o santykiai --*daugiaviečiais predikatais.*

Pavadinimas taip pat yra požymis, nes viena objektą nuo kito galima atskirti pagal jų pavadinimą. Pavadinimai nagrinėjami ne predikatų logikoje, bet loginėje semantikoje.

Predikatų logika nagrinėja savybes ir santykius. Pagal tai predikatų logika skirstoma į dvi dalis — *savybių teoriją* ir *santykių teoriją.*

## § 1. Propozicinė funkcija, jos pavertimas teiginiu

Teiginys turi propuzicinės funkcijos struktūrą.

Žodis *funkcija* plačiausia prasme reiškia priklausomybe. Dydžiai, esantieji kuriame nors reiškinyje, dažnai kinta priklausomai vienas nuo kito. Pvz., derlius priklauso nuo daugelio veiksnių: nuo klimatinių sąlygų, nuo agrikultūros ir kt. Todėl ir sakoma, kad derlius yra minėtų veiksnių funkcija.

Funkciniai ryšiai yra ir logikoje. Vieni dydžiai logikoje kinta priklausomai nuo kitų dydžiu kitime. Tai matėme jau teiginiu logikoje, kurioje sudėtinio teiginio teisingumas priklauso nuo ji sudarančių paprastų teiginių teisingumo reikšmių. Vadinasi, sudėtinio teiginio teisingumo reikšmė yra funkcija, kintanti priklausomai nuo sudėtinį teiginį sudarančių paprastų teiginių teisingumo reikšmės kitimo.

Funkciniai ryšiai predikatų logikoje reiškiasi tuo. kad predikatų logikoje teiginio teisingumas priklauso nuo to, kokiems objektams priskiriamas tam tikras požymis. Vadinasi, predikatų logikoje teiginio, teisingumas yra funkcija, kintanti priklausomai nuo to, kokiems objektams tas požymis priskiriamas.

Kas yra teiginio funkcija?

Panagrinėkime šiuos teiginius:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Beržas yra medis.}\\ \text{Ąžuolas yra medis.}\\ \text{Pušis yra medis.}\end{array}\right\}\ \boldsymbol{x}\ \textbf{yra medis.}$$

Lygindami šiuos teiginius, matome, kad jie vienas nuo kito skiriasi tik savo objektais, skirtingiems objektams priskiriamas tas pats požymis, tas pats predikatas. Žodžius „beržas", ,,ąžuolas", „pušis" pakeitę kintamuoju *x,* gauname išraiška

$$x \text{ yra medis.}$$

Ar šią išraišką galima laikyti teiginiu? Ne, negalima. Teiginys turi būti teisingas arba klaidingas, tuo tarpu išraiška „x yra medis" nėra nei teisinga, nei klaidinga. Jei tuščiame popieriaus lape randame parašyta teiginį „Beržas yra medis", tai jį laikome teisingu. Jei tuščiame popieriaus lape randame parašyta išraišką „x yra medis", tai negalime pasakyti, ar ši išraiška teisinga, ar klaidinga, nes nežinome, kas yra *x.* Išraiška ,,x yra medis" yra ne teiginys, bet teiginio funkcija, kuri dar kitaip vadinama propozicine funkcija (lotynų k. *propositio* — teiginys).

*Propozicinė funkcija — tai funkcija, nustatanti atitikimą tarp tam tikros srities objektų, kurie yra jos argumento reikšmės, ir teisingumo bei klaidingumo.*

Išraiškose

*x* yra darbo teisės specialistas,

*x* yra mokslas,

*x* yra aukštoji mokykla

kintamasis *x* vadinamas šių funkcijų *argumentu.* Šių išraiškų virtimas teisingais ar klaidingais teiginiais priklauso nuo to, kokias reikšmes įgauna argumentas *x.* Kintamojo x pakeitimas kokio nors objekto pavadinimu ir yra pirmasis, paprasčiausias, būdas propozicinei funkcijai paversti teiginiu. Pakeitę x kokio nors asmens (pvz., Petraičio) pavarde, mokslo (pvz., lingvistikos) ir aukštosios mokyklos (pvz., universiteto) pavadinimais, gausime:

Petraitis yra darbo teisės specialistas.

Lingvistika yra mokslas.

Universitetas yra aukštoji mokykla.

Tai teisingi teiginiai. Tuo tarpu *x* pakeitus asmens, kuris nėra teisininkas, pavarde arba požymį „būti mokslu" priskyrus astrologijai, gautume klaidingus teiginius, pvz., „Astrologija yra mokslas". Propozicinės funkcijos virtimas teisingu arba klaidingu teiginiu priklauso nuo to, kokiam objektui požymis priskiriamas, kitaip tariant, priklauso nuo argumento *x* reikšmių.

Antras būdas propozicinei funkcijai paversti teiginiu yra *susiejimas kvantoriais.* Terminas *kvantorius* kilęs iš lotynų k. žodžio *quantum* —„kiek".

Kvantorius teiginį apibūdina kiekybiškai. Požymi galima priskirti vienam objektui („Onutė B. yra mokytoja"), keliems objektams („Kai kurie žmonės — mokytojai") arba visiems kurios nors klasės objektams („Visi, dalyvaujantieji šioje konferencijoje,— mokytojai"). Kokiam objektų skaičiui požymis priskiriamas arba nepriskiriamas — tai nurodo kvantorius.

Įprastinėje šnekamojoje kalboje yra visa eilė vadinamųjų kvantorinių žodžių:

| | | | |
|---|---|---|---|
| visi | nė vienas | keliolika | egzistuoja |
| kiekvienas | kai kurie | vienintelis | daug |
| bet kuris | keli | yra | be galo daug. |

Kvantoriniams žodžiams priklauso ir visi kiekiniai skaitvardžiai. Šiems žodžiams reikšti logikoje pakanka dviejų pagrindinių kvantorių — *egzistavimo kvantoriaus* ir *bendrumo kvantoriaus.*

Egzistavimo kvantorius žymimas simboliu $\exists x$. Ženklas $\exists$ yra anglų k. žodžio *exist,* vokiečiu k. *existieren* apversta pirmoji raidė, kurios vidurinis brūkšnelis prailgintas. Simbolis $\exists x$ skaitomas taip:

yra toks (tokie) *x*.

Egzistavimo kvantorius rašomas prieš propozicinę funkciją Šitaip propozicinę funkciją susiejus egzistavimo kvantoriumi, ji virsta teiginiu. Propozicines funkcijas „*x* yra darbo teisės specialistas", „.x yra mokslas", „*x* yra aukštoji mokykla" susiejus egzistavimo kvantoriumi, gauname:

$\exists x$ *(x* yra darbo teisės specialistas)
$\exists x$ *(x* yra mokslas).
$\exists x$ *(x* yra aukštoji mokykla).

Šios išraiškos skaitomos taip:

Yra toks *x,* kuris yra darbo teisės specialistas.

Yra toks *x,* kuris yra mokslas.

Yra toks *x,* kuris yra aukštoji mokykla.

Tikrai, teisininkų, kurie yra darbo teisės specialistai, yra ne vienas. Daug yra mokslu, daug aukštųjų mokyklų.

Tačiau pateiktose išraiškose visai nenurodyta, kokiai objektų sričiai, klasei priklauso objektas *x.* Todėl žymiai geriau išraiškas skaityti, konkrečiai nurodant objektų klasę, kuriai tas požymis priskiriamas:

$\exists x$ (x — teisininkas ir x — darbo teisės specialistas).
$\exists x$ *(x* — žinių sistema ir x — mokslas).
$\exists x$ (x — mokykla ir *x* — aukštoji mokykla).

Vadinasi, išraiškos „*x* yra darbo teisės specialistas", „*x* yra mokslas", ,,x yra aukštoji mokykla", susiejus jas egzistavimo kvantoriumi, skaitomos taip:

Yra toks *x,* kuris yra teisininkas ir kuris yra darbo teisės specialistas.

Yra toks x, kuris yra žinių sistema ir kuris yra mokslas.

Yra toks *x,* kuris yra mokykla ir kuris yra aukštoji mokykla

Galima šiuos teiginius skaityti ir daugiskaitoje. „Yra tokie *x,* kurie yra darbo teisės specialistai" ir t.t. Teiginio skaitymas vienaskaitoje ar daugiskaitoje priklauso nuo to, kokiam skaičiui objektų požymis priskiriamas.

Egzistavimo kvantorius negali nurodyti, koks konkretus skaičius objektų turi ta požymi. Egzistavimo kvantorius tenurodo, kad yra bent vienas objektas, turįs tokį požymį, bet galbūt jų yra ir daugiau. Vadinasi, egzistavimo kvantoriumi reiškiama kad požymi turi *bent vienas* arba *kai kurie* tos klasės objektai.

Bendrumo kvantoriumi tvirtinama, kad požymį turi *kiekvienas* nagrinėjamosios klasės objektas. Bendrumo kvantorius žymimas simboliu $\forall x$. Ženklas $\forall$ yra anglų k. žodžio *all,* vokiečių k, a*lle* apversta pirmoji raidė. Simbolis $\forall x$ skaitomas taip:

kiekvienas *x.*

Bendrumo kvantorių parašius prieš propozicinę funkciją, ji virsta teiginiu. Propozicines funkcijas „*x* yra protinga būtybė". „*x* yra teisininkas", „*x* yra dokumentas" susiejus bendrumo kvantoriumi, gauname:

$\forall x$ (*x* yra protinga būtybė).
$\forall x$ (*x* yra teisininkas).
$\forall x$ (*x* yra dokumentas).

Šios išraiškos skaitomos, taip pat nurodant objektų klasę, kurios sudėtyje yra tie objektai *x:* protingos būtybės yra žmonės; būti teisininku gali, sakysime, advokatas; būti dokumentu gali. sakysime, pasas. Jei išraiška susieta bendrumo kvantoriumi. tai nurodymas objektų klasės, kurios sudėtyje yra objektai x, reiškiamas implikacija. Pateiktos išraiškos skaitomos:

Kiekvienas *x,* jei *x* žmogus, tai *x* protinga būtybė.

Kiekvienas *x,* jei *x* advokatas, tai *x* teisininkas.

Kiekvienas *x,* jei *x* pasas, tai *x* dokumentas.

Propozicines funkcijas susiejus egzistavimo ar bendrumo kvantoriais, galima gauti ir klaidingus teiginius. Pvz., išraišką „*x* yra dantistė" susiejus bendrumo kvantoriumi ir požymį „būti dantiste" priskyrus gydytojoms, gauname: „Kiekviena *x,* jei *x* gydytoja, tai *x* dantistė". Tai klaidinga, nes ne kiekviena gydytoja — dantistė. Panašiai klaidingas yra teiginys „Kiekvienam *x* teisinga, kad x+2 =5".

Iš kitų kvantorių paminėtini *apribojantys kvantoriai.* Jie užrašomi išraiškomis

$$\forall x_{P(x)} F(x),$$

$$\exists x_{P(x)} F(x),$$

kurios skaitomos taip: kiekvienas *x* turi predikatą F. jei jis turi predikatą *P;* yra toks *x,* kad kai x turi predikatą *F,* jis turi ir predikatą P.

*Skaitinis kvantorius* nurodo, kad yra tikslus skaičius *n* tokių *x,* kurie turi predikatą F:

$$\exists x_n F(x).$$

*Begalybės kvantorius* teigia, kad yra begalinis skaičius tokių *x,* kurie turi predikatą *F:*

$$\exists x_\infty F(x).$$

Kvantoriai atlieka loginių operatorių vaidmenį. *Operatoriumi* logikoje vadinamas simbolis arba kombinacija simbolių, kurie, pavartoti kokioje nors loginėje formoje, sukuria naują formą. Konjunkcija, disjunkcija ir kitos teiginiu logikos jungtys, kvantoriai — tai vis loginiai operatoriai.

### Klausimai

1. Kuo pasireiškia funkciniai ryšiai logikoje? 2. Kas yra propozicinė funkcija? 3 Kaip propozicinė funkcija paverčiama teiginiu? 4. Kokius žinote kvantorius?

### Pratimai

1. Susiekite propozicines funkcijas egzistavimo kvantoriurni ir perskaitykite.
   a) $x$ yra anglų kalbos būdvardis.
   b) x yra vokiški skoliniai lietuvių kalboje.
2 Susiekite propozicines funkcijas bendrumo kvantoriumi ir perskaitykite
   a) $x$ yra rašytojas.
   b) $x$ yra valstybinė įstaiga.

## § 2. Kvantoriai ir kintamieji savybių teorijoje

Savybių teorijoje objektus žymėsime mažosiomis raidėmis *x. y, z* Savybes žymėsime didžiosiomis raidėmis *F. G, H.*

Išraiška

$$F(x)$$

skaitoma: x turi savybę *F.* Atitinkamai išraiškos $G(x)$, $H(x)$ skaitomos: $x$ turi savybę *G;* $x$ turi savybę *H.*

Išraiškos

$$\exists x F(x); \quad \forall x G(x)$$

skaitomos: yra toks ,x, kuris turi savybę *F:* kiekvienas $x$ turi savybę G.

Teiginį „Kai kurie spaudos leidiniai yra metraščiai" formalizuosime taip. Žodis „kai kurie" reiškiamas egzistavimo kvantoriumi $(\exists x)$, savybę „būti spaudos leidiniu" žymėsime raide *F,* savybę „būti metraščiu"—raide *G,* Kai išraiškoje yra egzistavimo kvantorius, savybės susiejamos konjunkcija. Gauname: $\exists x[F(x) \cdot G(x)]$. Skaitome: yra tokie *x,* kurie turi savybę *F* ir savybe G. Kitaip tariant, yra tokie *x.* kurie turi savybę „būti spaudos leidiniais" ir turi savybę „būti metraščiais"— tokia teiginio „Kai kurie spaudos leidiniai yra metraščiai" loginė struktūra savybių teorijos požiūriu.

Teiginį „Visi pieštukai yra rašymo priemonės" formalizuosime taip. Žodis „visi" reiškiamas bendrumo kvantoriumi. savybe „būti pieštuku" žymėsime raide F, savybę „būti rašymo priemone"— raide G. Kai išraiškoje yra bendrumo kvantorius, savybės susiejamos implikacija. Gauname: $\forall x[F(x)\rightarrow G(x)]$. Skaitome: kiekvienas *x,* jei *x* turi savybę *F,* tai *x* turi savybe *O.* Kitaip tariant, kiekvienas *x,* jei *x* turi savybę „būti pieštuku", tai x turi savybę „būti rašymo priemone"—tokia yra teiginio „Visi pieštukai "yra rašymo priemonės" loginė struktūra savybių teorijos požiūriu.

Predikatų logikoje, taip pat, kaip vėliau matysime, ir kitose logikos teorijose, operuojama ir teiginiu logikos veiksmais — neigimu, konjunkcija, disjunkcija, implikacija, lygiavertiškumu.

Savybes galima neigti. Neigiant savybę, virš jos rašomas neigimo ženklas:

$$\overline{F}(x); \quad \overline{G}(x).$$

Skaitome: *x* neturi savybės *F;* netiesa, kad x turi savybę *G.*

Galima neigti ne tik savybes, bet ir kvantorius. Neigiant kvantorių, virš jo rašomas neigimo ženklas:

$$\overline{\exists}x; \quad \overline{\forall}x.$$

Skaitome: netiesa, kad yra toks (tokie) *x:* netiesa, kad kiekvienas *x.*

Išraiška

$$\overline{\exists}xF(x)$$

skaitoma: netiesa, kad yra toks x, kuris turi savybę *F.*

Išraiška

$$\overline{\forall}xF(x)$$

skaitoma: netiesa, kad kiekvienas *x* turi savybę *F.* •

Panagrinėkime teiginį „Mūsų grupėje nėra nepažangiu studentų". Savybę „būti mūsų grupės studentu" pažymėję raide *F,* savybę „būti pažangiu"—raide *G,* o jos neigimą „būti nepažangiu"— simboliu $\overline{G}$, susieję savybes konjunkcija, nustatome nagrinėjamo teiginio loginę struktūrą: $\overline{\exists}x[F(x)\cdot\overline{G}(x)]$. Skaitome: netiesa, kad yra tokių *x,* kurie turi savybę *F* ir neturi savybės *G.* Kitaip tariant, netiesa, kad yra tokių *x,* kurie turi savybe „būti mūsų grupės studentais" ir neturi savybės „būti *pažangiais".*

Išraiškoje gali pasitaikyti ne vienas kvantorius, bet du ir daugiau. Išraiška $\exists x\, \exists y[F(x)\vee F(y)]$ skaitoma- yra toks *x* ir yra toks *y,* iš kurių *x* turi savybę *F* arba *y* turi savybę *F.* Pvz., yra koks nors žmogus *x* ir koks nors žmogus *y,* iš kurių *x* turi savybę „būti notaru" arba *y* turi savybę „būti notaru". Visuomet galima atrasti du žmones. kurių vienas arba kitas yra notaras.

Išraiška $\forall xF(x)\cdot\exists yF(y)$ skaitoma: kiekvienas *x* turi savybę *F ir* yra tokių *y, kurie* turi savybę *F.* Pvz., kiekvienas rūbas susidėvi, tačiau ir kiti buities reikmenys susidėvi.

Kvantoriaus galiojimo sritį parodo skliaustai. Išraiškoje $\forall x[F(x)\rightarrow G(x)]$ bendrumo kvantorius galioja visai išraiškai, tuo tarpu išraiškoje $\forall x F(x) \cdot \exists y F(y)$ bendrumo kvantorius galioja tik iki konjunkcijos ženklo.

Predikatu logikos išraiškose būna trijų rūšių kintamieji.

1. *Individiniai kintamieji* — tai *x, y, z..,*, juos galima pakeisti atskiru objektų vardais.

2. *Predikatiniai kintamieji* — tai *F*, G, H..., juos galima pakeisti konkrečiais predikatais (savybėmis arba santykiais).

3. *Propoziciniai kintamieji— tai p, q, r...* Jie paimti iš teiginių logikos ir gali būti pakeisti konkrečiais teiginiais.

Išraiškoje $p \rightarrow \exists x F(x)$ yra visų trijų rūšių kintamieji: *x* — individinis, *F* — predikatinis, *p* — propozicinis kintamasis.

Kintamieji x, *y, z* predikatų logikos išraiškose yra dvejopo pobūdžio — surišti arba laisvi. *Surištas kintamasis* — tai tas, kuris yra kvantoriuje ir, atitinkamai, kvantoriaus galiojimo srityje. *Laisvas kintamasis* — tai tas, kurio kvantoriuje nėra. Išraiškoje $\forall x [F(x) \rightarrow F(y)] \vee G(x)$ kvantoriuje esąs kintamasis *x* — surištas; laužtiniuose skliaustuose esąs *x* taip pat surištas, nes jis yra kvantoriaus galiojimo srityje; *y* — laisvas kintamasis; paskutinysis *x* — taip pat laisvas, nes jis yra už kvantoriaus galiojimo srities.

Esminė kvantoriaus savybė ta, kad jis laisvus kintamuosius paverčia surištais. Išraiška, kurioje nėra laisvų kintamųjų,, yra teiginys, o ne propozicinė funkcija.

Objektai, kuriems galima priskirti tam tikrą savybę, sudaro tos savybės sritį. Pvz., savybės „mėlynas" sritis yra visi objektai, kuriems būdinga ši spalva.

Klausimai

I. Kaip teiginiai formalizuojami savybių teorijoje? 2 Kaip nustatyti kvantoriaus galiojimo sritį? 3. Kokie kintamieji būna predikatų logikos išraiškose? 4. Ką vadiname laisvais ir surištais kintamaisiais?

Pratimai

1 Perskaitykite išraiškas:

a) $\bar{\exists} x [F(x) \cdot \bar{G}(x)]$.
b) $\forall x F(x) \rightarrow F(y)$.

2. Savybių teorijos simboliais užrašykite teiginius:
a) Yra tokių logikos uždavinių, kurie nelengvai sprendžiami
b) Kiekviename moksle yra neišspręstų problemų.
c) Visi dori žmonės trokšta taikos.
d) Kai kurios kalbos turi kelis būsimuosius laikus.

## § 3. Savybių teorijos dėsniai

Dėsniu savybių teorijoje yra daug. Panagrinėsime kai kuriuos iš jų.

Atskirą grupę sudaro 4 dėsniai, įgalinantys vienus kvantorius pakeisti kitais.

$$\forall x F(x) \sim \bar{\exists} x \bar{F}(x).$$

Skaitome: išraiška „Kiekvienas *x* turi savybę F" lygiavertė išraiškai „Netiesa, kad yra toks *x,* kuris neturi savybės F".

Teiginys „Kiekviena" knyga turi puslapius" lygiavertis teiginiui „Netiesa, kad yra tokia knyga, kuri neturėtu puslapių".

$$\bar{\forall} x F(x) \sim \exists x \bar{F}(x).$$

Skaitome: išraiška „Netiesa, kad kiekvienas *x* turi savybę *F"* lygiavertė išraiškai „Yra toks x, kuris neturi savybės F".

Kadangi netiesa, kad kiekvienas žmogus yra doras, tai yra žmonių, kurie nėra dori.

$$\exists x F(x) \sim \bar{\forall} x \bar{F}(x).$$

Skaitome: išraiška „Yra toks *x,* kuris turi savybe *F"* lygiavertė išraiškai „Netiesa, kad kiekvienas *x* neturi savybės F".

Kadangi yra doru žmonių, tai netiesa, kad kiekvienas žmogus nedoras. .

$$\bar{\exists} x F(x) \sim \forall x \bar{F}(x).$$

Skaitome: išraiška „Netiesa, kad yra toks x, kuris turi savybę *F"* lygiavertė išraiškai „Kiekvienas *x* neturi savybės *F".* Teiginys „Netiesa, kad mūsų grupėje yra toks studentas, kuris moka estų kalbą" lygiavertis teiginiui „Kiekvienas mūsų grupės studentas estų kalbos nemoka".

Svarbus savybių teorijos dėsnis yra šis:

$$\forall x F(x) \rightarrow F(y).$$

Skaitome: jei kiekvienas *x* turi savybę F. tai savybę *F* turi koks nors *y.*

Sis dėsnis yra loginis bendrų teiginių taikymo atskiriems atvejams pagrindas. Kadangi kiekvienas mūsų šalies pilietis privalo laikytis tarybinių įstatymų, tai jų privalo laikytis ir bet kuris pilietis, pvz., Petraitis.

Pateiktajam artimas šis dėsnis:

$$F(y) \rightarrow \exists x F(x).$$

Skaitome: jei koks nors objektas *y* turi savybę F, tai yra toks *x.* kuris turi savybe *F.*

Tai reiškia, kad jei koks nors laisvai parinktas objektas *y* turi tam tikra savybę, tai tą savybę turi ir koks nors objektas x, kuris priklauso tai pačiai klasei, kaip ir objektas *y* Pvz.. Petraitis yra darbo pirmūnas, reiškia, yra ir daugiau asmenų, kurie yra darbo pirmūnai.

Pateikiame dėsnius, nurodančius, kaip reikia kvantorius įkelti į skliaustus ir iškelti už skliaustų. Jie vadinami kvantorių išskaidymo ir jungimo dėsniais.

Bendrumo kvantoriaus išskaidymas konjunkcijoje:

$$\forall x[F(x) \cdot G(x)] \sim [\forall x F(x) \cdot \forall x G(x)].$$

Skaitome: išraiška „Kiekvienas *x* turi savybę *F* ir savybę G" lygiavertė išraiškai ,,Kiekvienas *x* turi savybę *F* ir kiekvienas x turi savybę G".

Teiginys „Kiekvienoje sąjunginėje respublikoje yra aukštosios mokyklos ir mokslinio tyrimo institutai" lygiavertis teiginiui ,,Kiekvienoje sąjunginėje respublikoje yra aukštosios mokyklos ir kiekvienoje sąjunginėje respublikoje yra mokslinio tyrimo institutai".

Kitaip išskaidomas egzistavimo kvantorius konjunkcijoje:

$$\exists x[F(x) \cdot G(x)] \to [\exists x F(x) \cdot \exists x G(x)].$$

Skaitome: jei yra toks *x,* kuris turi savybę *F* ir savybę *G,* ta, yra toks *x,* kuris turi savybę *F.* ir yra toks *x.* kuris turi savybę *G.*

Palyginus su bendrumo kvantoriaus išskaidymu konjunkcijoje, skirtumas čia tas, kad tarp skliaustuose" esančiu išraiškų negalima rašyti lygiavertiškumo ženklo. Žinome, kad lygiavertiškumas yra implikacija abiem kryptim. Tačiau šioje išraiškoje iš $\exists x F(x) \cdot \exists x G(x)$ negalima išvesti $\exists x[F(x) \cdot G(x)]$. Tai rodo kad ir šis pavyzdys. Yra toks sportininkas, kuris pasiekė geriausio rezultatą pasaulyje ieties metime 1930 m , ir yra toks sportininkas, kuris pasiekė geriausia rezultatą pasaulyje ieties metime 1975 m. Tačiau būtu klaidinga teigti, kad yra toks sportininkas, kuris pasiekė geriausia rezultatą pasaulyje ieties metime 1930 m ir 1975 m.

Išraiškos, kuri tvirtintų bendrumo kvantoriaus išskaidymą disjunkcijoje, negali būti. Tarkime, kad grupei vaikų davėme kiekvienam po viena vaisių — obuolį arba kriaušę. Tada iš teiginio ,,Kiekvienas vaikas gavo obuolį arba kriaušę" neseka teiginys „Kiekvienas vaikas gavo obuolį arba kiekvienas vaikas gavo kriaušę". Juk vieni gavo obuolius, kiti — kriaušes.

Predikatų logikoje iš vienų dėsnių išvedami kiti dėsniai, remiantis *dvejybiškumo principu.* Konjunkcija ir disjunkcija, kvantoriai $\exists x$ ir $\forall x$ vadinami dvejybiškais. Be to. dvejybiški taip pat simboliai $\to$ ir $\leftarrow$. Ženklas $\leftarrow$ vadinamas *atvirkštine implikacija.* Jei implikacijoje iš *p* seka *g,* tai atvirkštinėje implikacijoje iš *q* seka *p.* Dvejybiškumo principo esmė yra ta. kad nustatoma. jog išraiška, kurioje yra bendrumo kvantorius ir konjunkcija, lygiavertė išraiškai, kurioje: 1) bendrumo kvantorius pakeičiamas egzistavimo kvantoriumi; 2) konjunkcija pakeičiama disjunkcija; 3) implikacija pakeičiama atvirkštine implikacija.

Taikant dvejybiškumo principą bendrumo kvantoriaus išskaidymui konjunkcijoje, reikia $\forall x$ pakeisti $\exists x$, konjunkciją ($\cdot$) pakeisti disjunkcija ($\vee$). Gauname egzistavimo kvantoriaus išskaidymą disjunkcijoje:

$$\exists x[F(x) \vee G(x)] \sim [\exists x F(x) \vee \exists x G(x)].$$

Skaitome: išraiška „Yra toks *x,* kuris turi savybę *F* arba savybę *G"* lygiavertė išraiškai „Yra toks *x,* kuris turi savybę F, arba yra toks *x,* kuris turi savybę G".

Bendrumo kvantoriaus išskaidymas implikacijoje:

$$\forall x[F(x) \rightarrow G(x)] \rightarrow [\forall x F(x) \rightarrow \forall x G(x)].$$

Skaitome: kiekvienas *x,* jei *x* turi savybę F, tai *x* turi savybę *G.* Iš to seka, kad jei kiekvienas x turi savybę *F, tai* kiekvienas *x* turi savybę G.

Šis dėsnis rodo, kad atskirais atvejais atsiranda tam tikras skirtumas tarp *žodžių* „kiekvienas" ir „visi". Panagrinėkime toks atvejį. Tam tikras skaičius asmenų nutarė persikelti per upe, turėdami kiaura valtį. Situaciją galima taip nusakyti: kiekvienas, kuris atskirai sės į valtį [F(x)], nuskęs kartu su ja [G(x)]. Vadinasi, jei visi kartu sės į valtį $[\forall x F(x)]$, tai visi nuskęs kartu su ja $[\forall x G(x)]$. Iš tiesų, jei valtis neišlaikys vieno asmens, tat ji neišlaikys ir visų j ją susėdusiu. Tačiau atvirkštinė implikacija negalima. Gali būti teisinga tai. kad jei visi kartu sės į valtį, tai visi nuskęs kartu su ja. Tačiau gali būti klaidinga, kad kiekvienas, kuris atskirai sės į valtį, nuskęs kartu su ja.

Išraiškos, kuri tvirtintų egzistavimo kvantoriaus išskaidymą implikacijoje, negali būti.

Patyrinėsime kvantorių jungimo dėsnius. Jie nurodo, kaip kvantorius iškeliamas už skliaustu.

Bendrumo kvantoriaus jungimas konjunkcijoje:

$$[\forall x F(x) \cdot \forall x G(x)] \sim \forall x [F(x) \cdot G(x)].$$

Sis dėsnis lengvai gaunamas iš bendrumo kvantoriaus išskaidymo konjunkcijoje dėsnio, sukeitus vietomis jo lygiavertes dalis.

Išraiškos, kuri tvirtintų egzistavimo kvantoriaus jungimą konjunkcijoje, negali būti, nes egzistavimo kvantoriaus išskaidymo konjunkcijoje dėsnis suformuluotas ne kaip lygiavertiškumas, bet kaip implikacija. Žinome, kad implikacijos antecedentas ir konsekventas negali būti sukeisti vietomis."

Bendrumo kvantoriaus jungimas disjunkcijoje:

$$[\forall x F(x) \vee \forall x G(x)] \rightarrow \forall x [F(x) \vee G(x)].$$

Skaitome: jei kiekvienas *x* turi savybe *F arba* kiekvienas x turi savybe G, tai kiekvienas *x* turi savybe *F* arba savybę G

Tarkime, kad kiekvienas mūsų grupės" narys keliavo Nerimi arba kiekvienas mūsų grupės narys keliavo Nemunu. Iš čia seka, kad kiekvienas mūsų grupės narys keliavo Nerimi arba Nemunu. Tačiau iš išraiškos $\forall x[F(x) \vee G(x)]$ negalima išvesti išraiškos $\forall x F(x) \vee \forall x G(x)$. Pvz , teisinga tai, kad kiekvienas medis turi lapus arba spyglius. Tačiau būtų klaidinga teigti, kad kiekvienas medis turi lapus arba kiekvienas medis turi spyglius. Abu šie teiginiai klaidingi, tad ir jų disjunkcija klaidinga.

Egzistavimo kvantoriaus jungimas disjunkcijoje:

$$[\exists x F(x) \vee \exists x G(x)] \sim \exists x [F(x) \vee G(x)].$$

Sis dėsnis vėlgi gaunamas iš egzistavimo kvantoriaus išskaidymo disjunkcijoje dėsnio, lygiavertiškumo narius sukeitus vietomis.

Išraiškos, kuri tvirtintų bendrumo kvantoriaus jungimą implikacijoje, negali būti, nes bendrumo kvantoriaus išskaidymas implikacijoje suformuluotas ne kaip lygiavertiškumas.

Egzistavimo kvantoriaus jungimas implikacijoje-

$$[\exists x F(x) \to \exists x G(x)] \to \exists x [F(x) \to G(x)].$$

Skaitome: jei yra toks x, kuris turi savybę *F,* tai yra toks *x,* kuris turi savybę G. Iš to seka, jog yra toks *x,* kad jei *x* turi savybę *F,* tai *x* turi savybę G.

Tarkime, kad yra grupė komandų — sportinių varžybų dalyvių. Jei yra komanda — varžybų dalyvė, tai yra komanda (ta ar kita), kuri laimi. Iš to seka. kad jei kažkokia komanda yra varžybų dalyvė, tai ji laimi.

Visi teiginių logikos dėsniai galioja ir predikatų logikoje, todėl savybių teorijos dėsnius galima išvesti iš teiginiu logikos dėsnių Tuo tikslu teiginiu logikos išraiškose kintamuosius *p, q, r* reikia pakeisti savybių logikos kintamaisiais *F(x),* G(x), *H(x),* o loginės konstantos išlieka.

Išraiškoje $\bar{\bar{p}} \sim p$ pakeitę *p* išraiška *F(x),* o logines konstantas (dvigubą neigimą ir lygiavertiškumo ženklą) palikę, gauname dvigubo neiginio dėsnį savybių teorijoje:

$$\forall x[\bar{\bar{F}}(x) \sim F(x)].$$

Skaitome: kiekvienam *x* teisinga, kad išraiška ,,Netiesa, kad x neturi savybės *F"* lygiavertė išraiškai ,,x turi savybę *F".*

Pvz , jei netiesa, kad šis objektas ne mėlynas, tai reiškia, kad šis objektas mėlynas.

Išraiškoje $\overline{p \cdot \bar{p}}$ pakeitę *p* išraiška *F(x),* o logines konstantas palikę, gauname prieštaravimo dėsni savybių teorijoje:

$$\forall x\, \overline{F(x) \cdot \bar{F}(x)}.$$

Skaitome: kiekvienam x teisinga, kad netiesa, jog *x* turi savybę *F* ir x neturi savybės *F.*

Pvz., neteisinga teigti, kad kas nors yra sveikas ir nesveikas. Toks tvirtinimas tinka kiekvienam objektui.

Išraiškoje $p \vee \bar{p}$ pakeitė $p$ išraiška $F(x)$, gauname negalimo trečiojo dėsnį savybių teorijoje:

$$\forall x [F(x) \vee \bar{F}(x)]$$

Skaitome: kiekvienam x teisinga, kad x turi savybę $F$ arba $x$ neturi savybės $F$.

Šitaip savybių teorijos dėsnius išvedant iš teiginių logikos dėsnių, prieš kiekviena savybių teorijos dėsnį rašomas bendrumo kvantorius. Jis parodo, kad tai, kas dėsnyje teigiama, tinka kiekvienam $x$.

Jei teiginių logikos išraiškoje yra ne vienas, bet keli kintamieji, tai kiekvieną iš jų pakeičiame atskira savybių teorijos išraiška. Dėsnyje $(p \to q) \to (\bar{q} \to \bar{p})$ $p$ pakeitė $F(x)$, $q$ pakeitę $G(x)$, gauname kontrapozicijos dėsnį savybių teorijoje:

$$\forall x \{[F(x) \to G(x)] \to [\bar{G}(x) \to \bar{F}(x)]\}.$$

Skaitome: kiekvienam $x$ teisinga, kad jei iš to, jog $x$ turi savybę $F$, seka, kad $x$ turi savybę G, tai iš to, kad $x$ neturi savybės $G$, seka, jog $x$ neturi savybės $F$.

Pavyzdys. Kiekvienas, jei jis profesorius, tai jis mokslininkas Iš to seka, kad jei jis ne mokslininkas, tai jis ne profesorius

Savybių teorijos dėsniai iš teiginių logikos dėsnių išvedami ir kitokiu būdu. Teiginių logikos kintamieji $p$, $q$, $r$ pakeičiami išraiškomis $\forall x F(x)$, $\forall y G(y)$, $\exists x F(x)$ ir pan. Dėsnyje $(p \to q) \to (\bar{q} \to \bar{p})$ $p$ pakeitus išraiška $\forall x F(x)$, o $q$ — išraiška $\exists y G(y)$, gauname:

$$[\forall x F(x) \to \exists y G(y)] \to [\bar{\exists} y G(y) \to \bar{\forall} x F(x)].$$

Skaitome: jei kiekvienas $x$ turi savybę $F$, tai yra toks $y$, kuris turi savybę $G$. Iš to seka, kad jei netiesa, jog yra toks y, kuris turi savybę $G$, tai netiesa, kad kiekvienas $x$ turi savybę $F$.

## Klausimai

1. Aptarkite vienų kvantorių pakeitimo kitais dėsnius. 2 Kaip formuluojami bendrumo ir egzistavimo kvantorių išskaidymai ir jungimai konjunkcijoje disjunkcijoje ir implikacijoje? 3. Kas yra dvejybiškumas predikatų logikoje ir kaip jo dėka išvedami dėsniai? 4. Kaip savybių teorijos dėsniai išvedami iš teiginiu logikos dėsnių?

## Pratimai

1. Remdamiesi kvantorių pakeitimo dėsniais, nustatykite, kokiems teiginiams lygiaverčiai šie teiginiai:

a) Visi pasiruošėme seminarui.

b) Netiesa, kad visi pasiruošėme seminarui

2. Išraiškai $[\forall x F(x) \cdot \forall x G(x)] \to \forall x [F(x) \cdot G(x)]$ taikydami dvejybiškumą. išveskite naują dėsnį.

3. Teiginių logikos dėsni $(p \to \bar{p}) \to \bar{p}$ paverskite savybių teorijos dėsniu

## § 4. Išraišku pertvarkymas savybių teorijoje

Savybių teorijos išraiškos Įvairiai pertvarkomos, iš vienų išraiškų išvedant kitas joms lygiavertes išraiškas.

Dėsniai

$$\forall x F(x) \sim \forall y F(y);$$

$$\exists x F(x) \sim \exists y F(y)$$

rodo. kad kurioje nors išraiškoje kintamąjį pakeitę kitu kintamuoju, gauname jai lygiavertę išraišką. Išraiškoje $\exists x [F(x) \cdot G(x)]$ pakeitę $x$ kintamuoju $y$, gauname lygiaverte išraišką $\exists y [F(y) \cdot G(y)]$. Keičiant kintamąjį kitu kintamuoju, reikia pakeitimą daryti visoje išraiškoje, kur tas kintamasis bebūtu. Be to, surištu kintamųjų negalima pakeisti laisvais kintamaisiais ir laisvų kintamųjų — surištais. Išraiškos $\forall x [F(x) \rightarrow G(y)]$ negalima pertvarkyti į išraišką $\forall x [F(x) \rightarrow G(x)]$. Pirmoje išraiškoje $y$ laisvas kintamasis, o antroje jis pakeičiamas surištu kintamuoju.

Savybių teorijos išraiškas galima taip pertvarkyti, kad kvantoriai būtų iškelti prieš visus kitus išraiška suderančius simbolius. Sakoma, kad šitaip pertvarkyta išraiška įgauna normaliąją forma. Išraiškos $\forall x F(x) \vee \forall y G(y)$ normalioji forma ši: $\forall x \forall y [F(x) \vee G(y)]$-Skaitome: kiekvienam $x$ ir kiekvienam $y$ teisinga, kad $x$ turi savybe $F$ arba $y$ turi savybę $G$.

Taikant kvantorių lygiavertiškumo dėsnius ir teiginiu logikos dėsnius, savybių teorijos išraiškas galima taip pertvarkyti, kad neigimas tektų tik savybėms. Panagrinėkime išraiška

$$\overline{\exists x F(x) \rightarrow \forall y G(y)}.$$

Skaitome: netiesa, kad jei yra toks $x$, kuris turi savybę F, tai kiekvienas y turi savybę G. Taikant šiai išraiškai teiginių logikos dėsnį $\overline{p \rightarrow q} \sim (p \cdot \bar{q})$, gauname:

$$\exists x F(x) \cdot \overline{\forall y G(y)}.$$

Pritaikę kvantorių lygiavertiškumo dėsnį $\overline{\forall y G(y)} \sim \exists y \overline{G}(y)$, gauname:

$$\exists x F(x) \cdot \exists y \overline{G}(y).$$

Gautoje išraiškoje neigimas tenka tik savybėms.

Panašiai išraiškos pertvarkomos ir antroje predikatų logikos dalyje — santykių teorijoje.

### Klausimai

1. Kaip vieni kintamieji pakeičiami kitais kintamaisiais? 2. Kaip pertvarkyti savybių teorijos išraišką, kad ji įgautų normaliąją formą?

Pratinai

1 Išraiškoje $\exists x F(x) \to G(y)$ laisva kinlamąj_ pakeiskite kitu kintamuoju

2. Suteikite normaliąją forma išratš^ai $\exists x F(x) \cdot \exists y G(y)$.

3. Išraiška $\overline{\exists x F(x) \vee \exists y G(y)}$ pemark\Kite taip, kad neigimas ttkiu t> savybėms

## § 5. **Formalioji** implikacija

Teiginys, turintis formą „iš to, kad .v turi predikatą *F.* visuomet seka, kad *x* turi predikatą G", vadinamas *formaliąja implikacija.* Sis apibrėžimas reiškiamas išraiška

$$\forall x [F(x) \to G(x)].$$

Taigi formalioji implikacija reiškiama materialiąja implikacija bei bendrumo kvantoriumi ir turi šia prasmę: kiekvienas objektas, turintis predikatą *F,* turi ir predikatą *G.*

Čia galimi du atvejai.

1. Objektų *x* klasė yra baigtinė, ir jos elementai žinomi. Tarkime, kad ant stalo guli 10 knygų. Tada teiginio „Kiekvienas A*, jei *x* knyga, gulinti ant stalo, tai *x* parašyta lietuviškai" teisingumas nustatomas, peržiūrint kiekviena knyga. Vadinasi, šiuo atveju išraiška $\forall x [F(x) \to G(x)]$ turi konjunkcijos prasme. $[F(x_1) \to G(x_1)] \cdot [F(x_2) \to G(x_2)] \cdot [F(x_3) \to G(x_3)] \ \ldots \ [F(x_n) \to G(x_n)]$. Si formalioji implikacija teisinga, kai teisingi visi konjunkcijos nariai, t.y. visos atskiros implikacijos.

2. Objektų *x* klasė nesuskaičiuojama. Tada formaliosios implikacijos teisingumas negali būti reiškiamas atskirų implikacijų konjunkcija. Teiginio „Kiekvienas *x,* jei A* gyvoji būtybė, tai .v būdinga medžiagų apykaita" teisingumas negali būti nustatytas, stebint atskirus atvejus, nes tų atvejų neįmanoma suskaičiuoti.

Formalioji implikacija reikalinga formalizuoti vienam iš jungties „jei..., tai[tk] vartojimo variantų, joje šiek tiek išreiškiamas prasminis antecedento ir konsekvento ryšys.

Klausimai

1 Kas_ >ra formalioji implikacija ir kokiu tiksKi ji vartojama[0] *2* Kaip nu statomas formaliosios implikacijos teisingumas[0]

Pratimai

1. Teiginiui „Kiekvienas mūsų rajono kolūkis iv\kde gamybinius įsiparct gojimus" sutelkite forma|iosios implikacijos prasme

2. Aptarkite šio teiginio teisingumo nustatymą.

# SANTYKIŲ TEORIJA

## § 6. Santykių samprata

Savybių teorijoje požymis buvo priskiriamas mažiausiai vienam objektui. Santykių teorija nagrinėja tokius požymius, kurių vienam objektui priskirti negalima. Santykius galima priskirti dviem, trims, keturiems ir daugiau objektų. Mažiausiai turi būti du objektai.

Kalboje gausu žodžių, reiškiančių santykius, pvz.:

| | | | |
|---|---|---|---|
| daugiau | sesuo | dovanoti | priežastingumas |
| lygu | senelis | sukurti | judėjimas |
| skirtingas | pažįstamas | matyti | diskusija |
| būti tarp | draugas | ginti | mainai. |

Santykių teorijoje objektus žymėsime mažosiomis raidėmis *x. y, z.* Pačius santykius žymėsime didžiosiomis raidėmis *R, S, T.* Išraišką

$$xRy$$

skaitome: tarp objektų x ir *y* yra santykis *R.* Šią struktūrą turi teiginys „Žvejys sugavo lydeką":

| *x* | *R* | *y* |
|---|---|---|
| Žvejys | sugavo | lydeka. |

Kai santykis yra tarp dviejų objektų, jis vadinamas *dviviečiu* santykiu. Tačiau yra ir tokių santykių, kurie egzistuoja tarp trijų, keturių ir daugiau objektų. Tokiu atveju sakoma, kad santykis yra trijų, keturių vietų ir t.t. Jei savybės yra *vienviečiai* predikatai (požymiai), tai santykiai yra *daugiaviečiai* predikatai (požymiai).

Teiginyje „Elektrėnai yra tarp Vilniaus ir Kauno" santykis „būti tarp" reikalauja trijų objektų. Elektrėnus pažymėję raide x. Vilnių — *y,* Kauną — z, ši teiginį užrašome formule

$$R(x, y, z),$$

Skaitome: tarp objektų x, *y, z* yra santykis *R.*

Žodis „duoti" taip pat reiškia trivietį santykį: kas nors kam nors duoda ką nors, pvz., motina duoda vaikui obuolį. Terminas „mainai"—keturvietis santykis: kas nors su kuo nors keičia ką nors į ką nors. Taigi prekės pirkimas yra keturvietis santykis, kuri sudaro pirkėjas, pardavėjas, prekė ir pinigai, sumokami už preke.

Daugelis požymių, kurie anksčiau buvo laikomi savybėmis, pasirodė esą ne savybės, bet santykiai. Kai sakoma, kad poelgis x geresnis už poelgį *y, t*ai, griežtai kalbant, toks teiginys netiks

Tačiau iš to dar neseka, kad strėlė laiko tarpu $t_1 - t_2$ yra rimties būvyje. Strėlė per laiką $t_1 - t_2$ būtu rimtyje tuo atveju, jei iš teiginio „Bet kuriuo laiko $t_1 - t_2$ momentu $T$ yra toks erdvės taškas m, kuriame strėlė *a* turi būti" būtu galima išvesti teiginį „Yra toks erdvės taškas m, kuriame strėlė *a* turi būti bet kuriuo laiko $t_1 - t_2$ momentu 7". Šį antrą teiginį užrašysime

$$\exists m \forall T (a \text{ yra taške } m \text{ laiko } t_1 - t_2 \text{ momentu } T).$$

Vadinasi, Zenono Įrodinėjimas, kad strėlė nejuda, būtu teisingas, jei būtų teisinga implikacija $[\forall T \exists m$ *(a* yra taške *m* laiko $t_1 - t_2$ momentu $T)] \rightarrow \exists m \forall T$ (a yra taške *m* laiko $t_1 - t_2$ momentu *T).* Tačiau kaip tik ši implikacija nėra teisinga, nėra logikos dėsnis. Iš teiginio

$$\forall T \exists m (a \text{ yra taške } m \text{ laiko } t_1 - t_2 \text{ momentu } T)$$

negalima išvesti teiginio

$$\exists m \forall T (a \text{ yra taške } m \text{ laiko } t_1 - t_2 \text{ momentu } T).$$

Toks antecedento kvantorių $\forall T \exists m$ sukeitimas vietomis konsekvente $\exists m \forall T$ neleistinas. Išraiška

$$[\forall x \exists y (xRy)] \rightarrow [\exists y \forall x (xRy)]$$

nėra predikatų logikos dėsnis. Tačiau predikatu logikos dėsnis yra išraiška

$$[\exists y \forall x (xRy)] \rightarrow [\forall x \exists y (xRy)].$$

Pagal šią išraiška, nagrinėjant strėlės kelią erdvėje, tegalima pasakyti: iš teiginio „Yra toks erdvės taškas *m,* kuriame strėlė *u* turi būti bet kuriuo laiko $t_1 - t_2$ momentu T" seka teiginys „Bet kuriuo laiko $t_1 - t_2$ momentu T yra toks erdvės taškas m, kuriame strėlė *a* turi būti". Tačiau iš to neseka išvada, kad strėlė laiko tarpu $t_1 - t_2$ yra rimtyje.

Vadinasi, Zenono Elėjiečio samprotavime, kad strėlė nejuda, slypi tiesiog loginė klaida. Pateiktas pavyzdys rodo, kokia naudą gali teikti simbolinės kalbos vartojimas vietoj įprastinės kalbos.

# LOGINIU KLASIŲ TEORIJA

## § 1. Loginė klasė ir jos struktūra

Teiginių logika ir predikatų logika rodo, kad teiginiai gali būti nagrinėjami įvairiais požiūriais. Jei, pvz., teiginį „Kiekvienas beržas yra medis" nagrinėsime savybių teorijos požiūriu, tai jame atrasime bendrumo kvantoriu, objektą, jo savybes „būti beržu" ir „būti medžiu". Tačiau teiginį „Kiekvienas beržas yra medis" galima nagrinėti ir kitu požiūriu. Galima tirti, kokie objektai sudaro beržu ir medžių visumą, kiek tokių objektų yra. kokie jų tarpusavio santykiai. Taigi požymius galima nagrinėti kaip objektų klases, ir tai bus nagrinėjimas loginių klasių teorijos požiūriu.

*Loginė klasė yra visuma objektų, turinčių bendrus požymius.* Petraitis, Ivanovas, Kovalskis, Šneideris. Smitas ir t.t. sudaro loginę klasę „žmonės", nes jie visi turi bendrus požymius: yra mastančios būtybės, sugebančios gaminti vertybes. Žodžiai ..miškas", „kaimas", „elektrinė" ir t.t. sudaro loginę klasę „daiktavardžiai" dėl to, kad turi bendrą požymį — yra daikto, reiškinio pavadinimai. Teisėjai, advokatai prokurorai, juriskonsultai ir kiti sudaro logine klasę „teisininkai".

Logikos požiūriu, pasaulio objektai egzistuoja ne kas sau, ne atskirai, bet sudaro tam tikras klases, pasaulis atrodo kaip loginių klasių visuma.

Loginės klasės dar kitaip vadinamos *loginėmis aibėmis.*

*Objektai, sudarantys klasę, vadinami loginės klasės elementais.* Kiekvienas atskiras daiktavardis yra klasės „daiktavardžiai" elementas, kiekvienas atskiras žmogus yra klasės „žmonės" elementas.

Logines klases sudaro ne tik elementai, bet ir elementų deriniai. *Elementų deriniai, sudarantys loginę klasę, vadinami poklasiais.* Klasę „grožinės literatūros kūriniai" sudaro ne tik „Senis ir jūra". „Metai". „Skirgaila", bet ir poklasiai — romanai, apysakos, poemos, dramos ir t.t.

Ta pati klasė gali būti klase ir poklasiu. Tai priklauso nuo to su kokia klase ta klasę lyginame. Jei laikysime, kad klasę „mokytojai" sudaro kiekvienas" atskiras bet kurios mokyklos mokytojas, pvz., Petrėnas, Jonaitytė ir kiti, tai visuma „mokytojai" yra loginė klasė. Visuma ..mokytojai" yra klasė ir tuo atveju.

kai ją nagrinėjame kaip susidedančia iš atskirų poklasių, pvz, Panevėžio miesto mokytojai, Pasvalio rajono mokytojai ir pan Jei klasę ,,mokytojai" nagrinėsime ryšium su klase „inteligentai", tai šiuo atveju mokytojai yra klasės „inteligentai" poklasis Klasę „inteligentai" sudaro daug poklasių — mokytojai, gydytojai, inžinieriai, mokslininkai ir kt. Taigi klasėje „inteligentai" kur kas daugiau elementų, negu klasėje „mokytojai", kuri *yra* klasės „inteligentai" poklasis.

Elementus žymėsime mažosiomis alfabeto raidėmis: $x, y, z$ Klases ir poklasius žymėsime didžiosiomis raidėmis: $A, B. C$ Elemento priklausymą klasei žymėsime simboliu $\in$. Išraiška

$$x \in A$$

skaitoma: $x$ yra klasės $A$ elementas; $x$ priklauso klasei $A$, ir pan

Teiginys „Jonaitytė yra mokytoja" loginių klasių teorijoje užrašomas išraiška $x \in A$, kurioje $x$ *žymi* Jonaitytę, $A$ — mokytojus, $\in$ žymi $x$ priklausymą klasei $A$.

Poklasio įskyrimą, į klasę žymėsime simboliu $\subset$. Išraiška

$$A \subset B$$

skaitoma: klasė $A$ *į*skiriama į klasę $B$; $A$ yra klasės $B$ poklasis

Teiginys „Mokytojai yra protinio darbo žmonės" klasių teorijoje užrašomas išraiška $A \subset B$, kur $A$ žymi mokytojus, o B — protinio darbo žmones.

Pagal elementų skaičių klasės būna trejopos.

1. *Klasės, kurias sudaro daug elementų.* Tokios klasės gali turėti aprėžtą ir neaprėžtą elementų skaičių. Klasių „TSRS sąjunginės respublikos", „Valstybės — SNO nariai" elementai tiksliai suskaičiuojami. Klasė „Kazlų Rūdos miškų medžiai 1966 m" taip pat aprėžta, nes Kazlų Rūdos miškuose 1966 m. augo tam tikras apibrėžtas medžių skaičius. Žinoma, jų neįmanoma tiksliai suskaičiuoti. Klases „atomas", „taškas", „natūrinis skaičius" sudaro neaprėžtas elementų skaičius: kadangi pasaulis begalinis, tai ir atomų skaičius begalinis: visuomet galima surasti skaičių, didesnį už be galo didelį.

Žodis „daug" klasių teorijoje reiškia, kad jei klasę sudaro bent du elementai, tai toji klasė priskiriama klasėms, kurias sudaro daug elementų. Čia priskiriamos ir tos klasės, kurių elementų skaičius griežtai neapibrėžtas — pvz., klasė „jauni žmonės". Ką priskirti šiai klasei — tai daugiausia priklauso nuo paties samprotaujančio asmens. Senovės romėnai vyrus iki 30 m laikė jaunuoliais, iki 40 m.—jaunais, senais vadino nuo 60 m. Kiti tokių klasių pavyzdžiai: „gabūs", „geri", „gražūs" ir kt

*2. Klasės, kurias sudaro vienas elementas.* Klase „aukščiausia kalnų viršūnė Europoje" sudaro vienas objektas — Monblanas, klasę „pirmasis kosmonautas"—vienintelis asmuo. Klases, kurias sudaro vienas elementas, gramatiškai gali būti formuluojamos ir daugiskaitoje, pvz., „asmenys, skridę pirmuoju tarybiniu kosminiu laivu". Kadangi tokiu asmenų tebuvo vienas, tai šią klasę sudaro vienas elementas. Panašūs formulavimai daugiskaitoje leistini ir yra teisėti, ypač tais atvejais, kai dar nežinoma, kiek elementu sudaro klasę.

3. *Klasės, kurios neturi nė vieno elemente.* Tokios klasės vadinamos *nulinėmis,* arba *tuščiomis.* ,,Amžinasis variklis", ,.bevaikės motinos sūnus", „didžiausias iš lygiųjų"—tai nulinės klasės, nes jose mąstomų objektų tikrovėje nėra. Nulinės yra ir religijos bei prietarų sąvokos —„dievas"', „stebuklai", „burtai", „laumė" ir kt. Nulinės klasės dažnai vadinamos fikcijomis, klaidingomis sąvokomis. Logikoje nulinė klasė žymima simboliu *0.*

Nulinę klasę galima apibrėžti kaip klase, kurios kiekvienas elementas įskiriamas ir neįskiriamas į klasę *A:*

$$\forall x\,(x \in A \cdot \overline{x \in A}).$$

Pagal prieštaravimo dėsnį, klasė, kurios kiekvienas elementas būtų įskiriamas į ją ir neįskiriamas, negalima, taigi tokia klasė neturi elementų. Nulinę klasę galima suprasti ir kaip klasę objektų, kurie netapatūs patys sau (tuo pačiu tokia klasė neturi elementų, nes kiekvienas objektas tapatus pats sau).

Nulinių klasių nereikia painioti su idealizuotais objektais, tokiais, kaip „absoliučiai kietas kūnas", „absoliučiai juodas kūnas", „taškas" ir kt. Nors realioje tikrovėje tokių objektų ir nėra, tačiau yra šių idealizuotų objektų realūs prototipai: egzistuoja kieti kūnai, juodi kūnai, taškai ir pan. Tokie idealizuoti objektai gaunami idealizavimo procese, ir jie turi mokslinę vertę.

Visiška priešingybė nulinei klasei yra *universalioji klasė.* Ja sudaro visi objektai tos srities, kurią turime galvoje, spręsdami vienus ar kitus klausimus. Kai operuojame kokia nors klase, ji visuomet mąstoma tam tikroje objektų srityje, arba universaliojoje klasėje. Operuojant klase „dramos kūriniai", ši klasė vartojama objektų srityje „grožinės literatūros kūriniai"; operuojant klase „civilinis ieškinys", ši klasė vartojama objektų srityje „civilinės teisės aktas" arba „teisinis aktas". Objektų sritis (universalioji klasė), kurios ribose vyksta samprotavimas, gali plėstis arba siaurėti. Universalioji klasė žymima skaičiumi 1.

### Klausimai

1 Kas yra loginė klasė? 2. Ką vadiname klasės elementais, poklasiais? 3, Kaip klasės skirstomos pagal elementų skaičių? 4. Kas yra universalioji klasė?

### Pratimai

Suskirstykite klases pagal elementų skaičių:
1 Turistų sąskrydžio dalyviai.
2 Prokurorai, kurie kartu yra advokatai
3. Rašytojai, parašę knygą „Aukštųjų Šimoniu likimas".
4 Rašytojai, parašę knygą ,,Dvylika kėdžių".

## § 2. Izomorfizmas ir homomorfizmas

Izomorfizmas (graiku k. isos —„vienodas", *morphe*—..forma") Ir homomorfizmas (graikų k. *homoios* —..panašus") yra svarbūs klasių ir santykių požymiai.

*Jei tarp klasės A elementų ir klasės B elementų nustatytas raks atitikimas, kad kiekviena klasės A elementą atitinka tik vienas klasės B elementas ir kiekvieną santykį klasėje A. atitinka tik vienas santykis klasėje B, o kiekvieną klasės B elementą atitinka tik vienas klasės A elementas ir kiekvieną santykį klasėje B atitinka tik vienas santykis klasėje A, tai toks atitikimas vadinamas abipusiai vienareikšmiu, arba izomorfiniu. atitikimu*

Jei lankoje auga 5 medžiai ir ganosi 5 avys ir prie kiekvieno medžio pririšta po avi, tai lankoje augančių medžių klasė ir besiganančiu avių klasė yra izomorfinės. Kiekvieną medį atitinka viena ir tik viena avis, kiekviena avi atitinka vienas ir tik vienas medis, ir erdvinius santykius tarp medžių atitinka erdviniai santykiai tarp avių. Jei salėje visos kėdės užimtos ir nėra ne vieno stovinčio klausytojo, tai kėdžių klasė ir klausytojų klase yra izomorfinės.

Kiti izomorfizmo pavyzdžiai: santykis tarp vietovės ir tos vietovės žemėlapio, tarp radijo aparato ir jo schemos, tarp fotografuojamo objekto ir fotografijos, tarp įmonės darbininkų ir tarnautojų kolektyvo ir jų sąrašo buhalterijoje, kuriame nurodytas darbo užmokestis.

Izomorfizmas — svarbi bendramokslinė sąvoka, nurodanti, kad dviejų sistemų struktūros tam tikru požiūriu vienodos.

.Muzikos kūriniai užrašomi, panaudojant santykių izomorfizmą. Pvz., santykis, atsirandantis tarp -dviejų natų, kurių pirmoji parašyta žemiau antrosios, yra izomorfinis santykiui, atsirandančiam tarp dviejų tonų, kurių pirmasis yra žemesnis už antrąjį Santykis tarp simfonijos ir jos įrašo plokštelėje taip pat izomorfinis.

Matome, kad izomorfizmas susijęs ne su visomis objektų savybėmis ir santykiais, o tik su kai kuriais. Kitais požymiais objektai gali skirtis. Dvi klasės gali būti izomorfinės vienais požymiais ir neizomorfinės kitais požymiais.

Izomorfizmo sąvokos apibendrinimas yra homomorfizmas. *Homomorfizmas — tai nepilnas izomorfizmas, t.y. atitikimo vienareikšmiškumas tik viena kryptimi:* kiekviena klasės ,A elementą atitinka tik vienas klasės *B* elementas ir kiekviena santykį klasėje *A* atitinka tik vienas santykis klasėje *B*.

Tarkime, kad turime grupe žmonių (4 asmenis), pragyvenusių įvairų amžių: pirmasis — 84, antrasis — 83, trečiasis — 82 ir ketvirtasis — 81 metus. Atitinkama jų amžiaus skaitinė išraiška yra 84>83>82>81. Asmenų pragyventų metų didėjimo santykis su ta didėjimą išreiškiančių skaičių santykiu yra ne izomorfinis.

bet homomorfinis. Juk santyki 84>83>82>81 atitinka ne tik minėtieji keturi, bet ir kiti asmenys, taip pat įvairūs kiti objektai.

Jei klasės *A* objektams *x. y" z* . išpildomas šios klases santykis *R,* tai klasės *B* objektams $x'. y'. z'$ .. išpildomas *B* klasės santykis $R'$, atitinkantis santykį R. Klasės B objektai ir santykiai Vadinami klasės A objektų ir santykių homomorfiniu atvaizdu. Kadangi kiekvienas izomorfizmas kartu yra ir homomorfizrnas, bet ne priešingai, tai nurodyta sąlygą turi patenkinti ir izomorfizmas

Homomorfinis originalo atvaizdas yra nepilnas, apytikris originalo struktūros pavaizdavimas. Antai hidroelektrinės modelis yra homomorfinis būsimojo originalo pavaizdavimas.

Homomorfizmo sąvoka išreiškia atitikimo santykį tarp tikrovės ir jos pažinimo, aprašymo tais ar kitais terminais Jei teorija teisinga, tai jos teiginius atitinka faktai, realiai esantys tikrovėje. Kita vertus, atrasti faktai fiksuojami teorijos teiginiais. Betg, pasaulio pažinimo pilnumas ir tikslumas visuomet yra santykiniai, dėl to atitikimas tarp realaus pasaulio objektu ir jų atvaizdų mąstyme yra homomorfinis.

Izomorfizmo ir homomorfizmo sąvoku metodologinė paskirtis — pertvarkyti apie objektus gaunama informacija (kurioje kartu su esminiais požymiais būna ir neesminiu, antraeiliu požymių), suteikiant jai-glaustą ir patogią forma.

Klausimai

1. Kas yra izomorfizmas? *2. Kas y*ra hommorfizmas? 3, Kokia šių sąvokų piskirtis?

Pratimai

Ar izomorfinės šios klasės:
1. Buto kambariai, buto langai.
2. Dešinės rankos pirštai, kairės rankos pirštai.

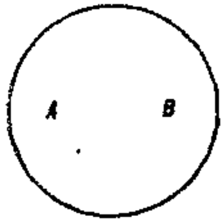
## § 3. Santykiai tarp loginių klasių

Tarp loginių klasių gali būti keturių rūšių santykiai

### Lygiareikšmiškumo santykis

Lygiareikšmiškumo santykis yra tada. kai dvi klasės turi tuos pačius elementus.

Tarp klasės ,,termometrai" ir klasės „prietaisai temperatūrai matuoti" yra lygiareikšmiškumo santykis, nes abi klases sudaro tie patys elementai. Lygiareikšmiškumo santykis yra ir tarp klasių „dėdės" ir „tėvo arba motinos broliai", „zuikiai" ir „kiškiai".




2 brėž.

Santykiai tarp klasių grafiškai atvaizduojami skritulinėmis schemomis. Kiekviena klasė atvaizduojama atskiru skrituliu. Lygiareikšmiškumo santykis atvaizduotas 2 brėž.

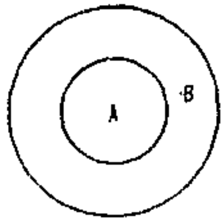
Brėžinys rodo, kad klasė *A* ir klasė *B* visiškai sutampa, jos turi tuos pačius elementus Tai užrašoma išraiška $A \equiv B$. Tai reiškia: $A \subset B \cdot B \subset A$.

Skaitome: klasė A įskiriama į klasę *B*, ir klasė *B* įskiriama į klasę *A*.

## Subordinacijos santykis

Subordinacijos santykis yra tada, kai viena klasė sudaro dalį kitos klasės.

Grafiškai subordinacijos santykis atvaizduotas 3 brėž.




3 brėž.

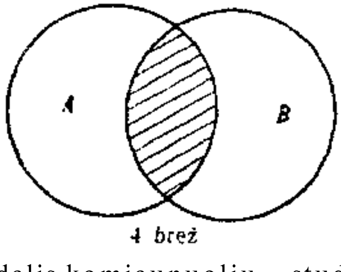
Brėžinys rodo, kad klasė *A* įskiriama i klasę *B*. Tai užrašoma išraiška $A \subset B$. Klasę ,,advokatai" pažymėję raide *A*, klasę „teisininkai"— *B*, matome, kad tarp šių klasių yra subordinacijos santykis. Subordinacijos santykyje visi klasės *A* elementai yra ir klasės *B* elementai (visi advokatai yra teisininkai), tačiau ne visi klasės *B* elementai yra klasės A elementai (ne visi teisininkai — advokatai). Taigi, esant subordinacijos santykiui, siauresnės apimties klasė įskiriama į platesnės apimties klasę.

Subordinacijos santykis yra ir tarp šių klasių: „literatūra" ir „menas", „papeikimas" ir „bausmė".

## Perkirtimo santykis

Perkirtimo santykis yra tada, kai vienos klasės dalis sudaro dalį kitos klasės.

Grafiškai perkirtimo santykis atvaizduotas 4 brėž.




4 brėž

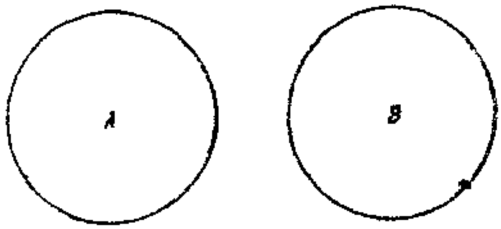
Iš brėžinio matome, kad dalis klasės *A* elementų yra ir klasės *B*-elementai. Savo ruožtu dalis klasės *B* elementų yra ir klasės A elementai. Užbrūkšniuota paviršiaus dalis ir yra tie elementai, kurie bendri klasei *A* ir klasei *B*.

Perkirtimo santykis yra tarp klasių „studentai" ir „komjaunuoliai". Dalis studentų — komjaunuoliai ir dalis komjaunuolių— studentai. Perkirtimo santykis yra ir tarp klasių „poetai" ir „prozaikai". Kai kurie poetai rašo ir proza, kai kurie prozaikai yra ir poetai.

Nuošalės santykis

Nuošalės santykis yra tada, kai dvi klasės neturi jokių bendrų elementų.

Grafiškai nuošalės santykis, atvaizduotas 5 brėž

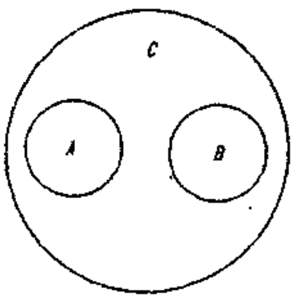


5 brez

Brėžinys rodo, kad nė vienas klasės *A* elementas nėra klasės *B* elementas ir nė vienas klasės *B* elementas nėra klasės A elementas.

Nuošalės santykis yra tarp klasių ,,sonetai" ir ,,novelės": nė vienas sonetas nėra novelė, ir jokia novelė nėra sonetas. Nuošalės santykis yra tarp klasių ,,valstiečiai" ir „tarnautojai", „diplominiai darbai iš germanų filologijos" ir „diplominiai darbai iš dabartinės lietuvių kalbos sintaksės".

Tokios yra keturios santykiu tarp klasių rūšys, iš kurių susidaro įvairūs santykiai tarp trijų klasių. Santykį tarp klasių „advokatai" (A), „prokurorai" (B), ..teisininkai" (C) vaizduoja 6 brėž. Jis rodo, kad tarp klasių A ir C yra subordinacijos santykis (visi advokatai yra teisininkai), tarp klasių *B ir C* — taip pat subordinacijos santykis (visi prokurorai yra teisininkai), o tarp klasių *A* ir *B* yra nuošalės santykis (ne vienas advokatas nėra prokuroras, ir nė vienas prokuroras nėra advokatas).



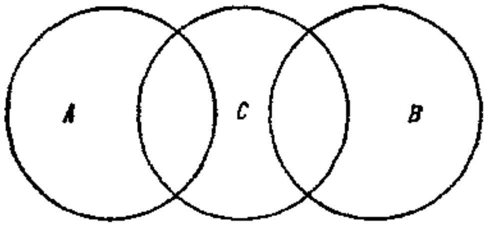
6 brež.

6 brėž. pavaizduotas santykis tarp trijų klasių vadinamas *koordinacijos santykiu.* Šio loginio santykio pagrindu sudaryti tokie terminai, kaip „koordinacinis komitetas", ,,darbo koordinavimas" ir pan. Kai kalbama apie darbo koordinavimą, turima galvoje, kad yra tam tikros organizacijos, žinybos, įmonės ir pan., kurių kiekvienos darbas pajungtas (subordinuotas) tam tikram bendram tikslui.

Santykį tarp klasių „darbininkai" (A), „kolūkiečiai" *(B),* „Socialistinio Darbo Didvyriai" (C) vaizduoja 7 brėž.

Tarp šių trijų klasių yra du santykiai. Tarp *A* ir *B* yra nuošalės santykis (nė vienas darbininkas nėra kolūkietis, ir nė vienas kolūkietis nėra darbininkas). Tarp *A* ir C yra perkirtimo santykis (kai kurie darbininkai — Socialistinio Darbo Didvyriai, ir kai kurie Socialistinio Darbo Didvyriai — darbininkai). Tarp *B* ir *C* — taip pat perkirtimo santykis (kai kurie kolūkiečiai — Socialistinio Darbo Didvyriai, ir kai kurie Socialistinio Darbo Didvyriai — kolūkiečiai).

Santykių tarp klasių vaizdavimas skritulinėmis schemomis darosi nepatogus tada, kai reikia nustatyti santykius tarp dides-



7 brež.

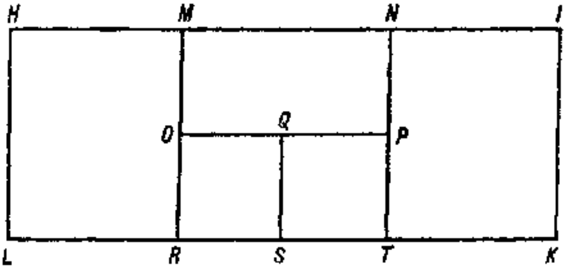
nio skaičiaus klasių, *pvz.*, penkių, šešių ir daugiau. Be to, sudėtingais atvejais skritulinės schemos netinka atvaizduoti santykiams net ir tarp trijų klasių. Pvz., reikia grafiškai atvaizduoti santyki tarp šių klasių:

klasė šeimų, turinčių bent vieną sūnų;

klasė šeimų, turinčių bent vieną dukrą;

klasė šeimų, turinčių vieną vaiką.

Santykiai tarp šių klasių grafiškai vaizduojami taip:



8 brež.

Klasė šeimų, turinčių bent vieną sūnų, brėžinyje vaizduojama daugiakampiu *HNPQSL*. Klase šeimų, turinčiu bent vieną dukrą,—daugiakampiu *IMOQSK* Klasė šeimų turinčių vieną vaiką.—daugiakampiu *OPTR*. Daugiakampis *MVPO* bendras, jis apima šeimas, turinčias bent vieną sūnų arba bent vieną dukrą

Klausimai

1. Kada tarp dviejų klasių yra *ly*giareikšmiškumo santykis? 2. Apibūdinkite subordinacijos santykį. 3. Kada tarp klasių yra perkirtimo santykis? 4. Apibūdinkite nuošalės santykį.

P r a t i m a i

Atvaizduokite grafiškai santykius tarp klasių:

1. Akademinis choras (A), liaudies ansamblis (*B*). meno kolektyvas (*C*).
2. Mokytojai *(A),* užsienio kalbų mokytojai *(B), Didžiojo Tėvynės* **karo** dalyviai *(C).*

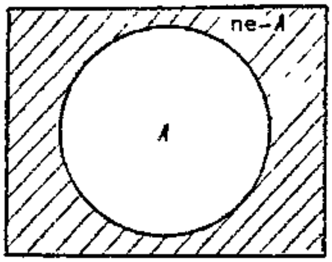
## § 4. Veiksmai su klasėmis

Su loginėmis klasėmis atliekami tam tikri veiksmai: klases galima neigti, sudėti, dauginti, atimti, apibendrinti, susiaurinti, skirstyti.

### K l a s ė s n e i g i m a s

Klasės neigimu vadinamas veiksmas, kuriuo iš klasės *A* gaunama klasė ne-A.

Kaip ir teiginių logikoje, klasės neigimas žymimas brūkšneliu. kuris rašomas virš raidės— $\bar{A}$. Klasės „filologai" neigimas yra klasė „nefilologai", klasės „vadovėliai" .neigimas — klasė ,.nevadovėliai". Grafiškai klasės neigimą vaizduoja 9 brėž. Skritulys žymi klasę *A,* o užbrūkšniuotas paviršius — klasę ne-A. Visas stačiakampio plotas — tai universali klasė. Sudėjus klasę ir jos neigimą, gaunama universali klasė.




9 brėž

$$A+\bar{A}=1.$$

Skaičius 1 žymi universaliąją klasę Iš tiesų,

filologai+nefilologai = visos specialybės,

nes klasę „nefilologai" sudaro visų specialybių žmonės, išskyrus filologus.

Klasės neigimas kartais dar vadinamas *klasės papildymu* Taip vadinama todėl, kad klasės neigimas klasę papildo iki universaliosios klasės.

Dvigubas klasės neigimas lygiavertis pradinei klasei

$$\bar{\bar{A}} \sim A$$

Sakysime, turime klasę ,,laikraščiai". Ją neigdami, gauname klasę ,,nelaikraščiai". Neigdami klasę „nelaikraščiai", gauname: ,,netiesa, kad nelaikraščiai" (arba ,,ne nelaikraščiai"), t.y. gauname $\bar{\bar{A}}$.Visa tai lygiavertiška pradinei klasei „laikraščiai"

## Klasių sudėtis

Dviejų klasių sudėtimi vadinamas veiksmas, kuriuo gaunama nauja klasė, ir šią naują klasę sudaro visi abiejų pradinių klasių elementai.

Sudėję klasę ,,berniukai" ir klasę „mergaitės", gausime naują Klasę, kurią sudarys visi berniukai ir visos mergaitės.

Klasių sudėtis žymima simboliu $\cup$.

$$A \cup B$$

Išraiška skaitoma: klasė A sudedama su klase *B*.

Sudėti galima klases, esančias bet kokiuose santykiuose. Sudėjus subordinacijos santykyje esančias klases ,,kultūros įstaigos" ir „muziejai", gaunama nauja klasė, kurią sudaro visos kultūros įstaigos ir visi muziejai. Sudėjus nuošalės santykyje esančias klases „darbininkai" ir „kapitalistai", gaunama nauja klasė, kurią sudaro visi darbininkai ir visi kapitalistai.

Klasių sudėtis atitinka teiginių logikos jungtį „arba". Iš tiesų, kai sudedama klasė *A* ir klasė *B,* tai kiekvienas naujai gautos klasės elementas priklauso arba klasei A, arba klasei *B.* Tai užrašoma formule

$$(A \cup B) \doteq \forall x (x \in A \vee x \in B).$$

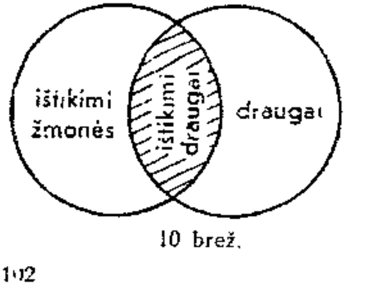
Sudėjus klases „universitetai", „institutai", „akademijos"', „aukštosios technikos mokyklos" ir kt., gaunama nauja klasė „Tarybų Sąjungos aukštosios mokyklos". Kiekviena Tarybų Sąjungos aukštoji mokykla yra universitetas arba akademija, arba institutas, arba aukštoji technikos mokykla ir 1.1.

## Klasių daugyba

Klasių daugyba yra bendrų elementų suradimas dauginamose klasėse.

Panagrinėkime, kaip sudaroma klasė „ištikimi draugai". Grafiškai jos sudarymą vaizduoja 10 brėž.

Šią klasę sudaro tie žmonės, kurie kartu yra ir draugai, ir ištikimi. Taigi klasė „ištikimi draugai" sudaryta, pavartojus klasių daugybos veiksmą.



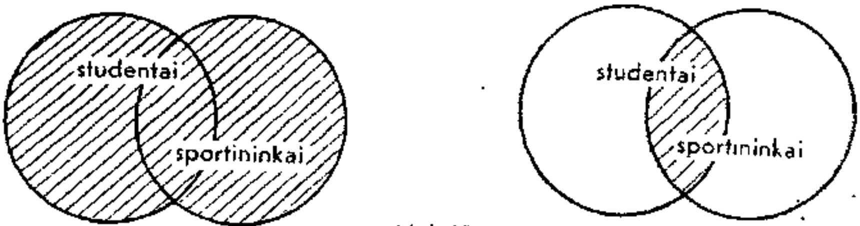
10 brež.

Sudauginus nuošalės santykyje esančias klases, gaunama nuline klasė Taip yra todėl, kad nuošalės santykyje esančios klasės neturi bendrų elementų. Dauginant klases ,,rugiai" ir „kviečiai", turėtume surasti tokius varpinius augalus, kurie yra ir rugiai, ir kviečiai. Tačiau tokių varpinių augalų nėra.

Dauginti galima ne lik dvi, bet ir daugiau klasių Sudauginus klases „mokslininkai", ,,teisininkai". ,,mokslų daktarai", gaunama nauja klasė, kurią sudaro visi tie mokslininkai, kurie kartu yra ir teisininkai, ir mokslų daktarai. Kitaip tariant, gaunami: klasė „mokslininkai — teisės mokslų daktarai".

Klasių daugybą nesunku atskirti nuo klasių sudėties. Sudėjus klases „studentai" ir „sportininkai", gaunama nauja klasė, kurią sudarė visi studentai ir visi sportininkai. Šias klases sudauginus, gaunama nauja klasė, kuria sudaro tik tie studentai, kurie kartu yra ir sportininkai, ir tik tie sportininkai, kurie kartu yra ir studentai Kitaip tariant, gaunama klasė „studentai-sportininkai". Šis skirtumas tarp klasių sudėties ir daugybos matomas ir iš brėžinio:

klasių sudėtis klasių daugyba




11 brėž

Klasių daugyba žymima ženklu $\cap$. Išraiška

$$A \cap B$$

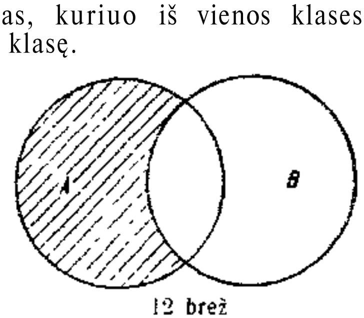
skaitoma: klasės A ir *B* sudauginamos. Klasių daugyba atitinka jungtį „ir". Sudauginus klases A ir *B,* kiekvienas naujai gautos klasės elementas priklauso ir klasei A, ir klasei *B.* Tai užrašoma formule

$$(A \cap B) \sim \forall x (x \in A \cdot x \in B).$$

## Klasių atimtis

Klasių atimtimi vadinamas veiksmas, kuriuo iš vienos klases išskiriami elementai, sudarantys kitą klasę.

Iš klasės „tarnautojai" išskyrė tarnautojus, turinčius 10 metu darbo stažą, gauname klasę „tarnautojai, neturintys 10 metu darbo stažo". Grafiškai šių klasių atimtis atvaizduota 12 brėž. Klasė „tarnautojai" pažymėta raide *A,* klasė „turintys 10 metų darbo stažą"—raide *B*




12 brež

Tarp šių klasių yra perkirtimo santykis: kai kurie tarnautojai turi 10 metu darbo stažą, kai kurie, turintys 10 metų darbo stažą, yra tarnautojai. Užbrūkšniuota brėžinio paviršiaus dalis yra dviejų klasių atimties veiksmo rezultatas- klasė tarnautojų, neturinčių 10 metų darbo stažo.

Klasių atimtį užrašysime formule

$$A—B.$$

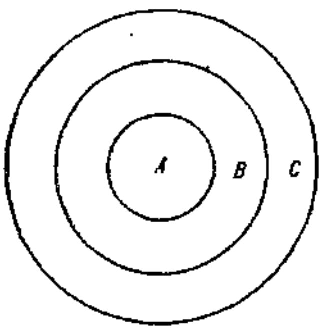
Klasių atimties rezultatas yra klasė tokiu elementų, kurių kiekvienas priklauso klasei *A* ir nė vienas nepriklauso klasei *B*.

Įprastinėje kalboje klasių atimtis reiškiama įvairiai, pvz : visi tarnautojai, išskyrus turinčius 10 metų darbo stažą: visi tarnautojai be tų, kurie turi 10 metų darbo stažą: visi tarnautojai, tik ne tie, kurie turi 10 metų darbo stažą, ir pan.

### Klasės apibendrinimas ir susiaurinimas

Klasės apibendrinimas — tai veiksmas, kuriuo išplečiama klasės apimtis.

Grafiškai klasės apibendrinimas pavaizduotas 13 brėž. Klasę A apibendrinant, ji laikoma poklasiu ir įskiriama į kokią nors klasę *B*. Pvz., klasės ,,eglės" apibendrinimas yra klasė ,,spygliuočiai medžiai". Šią klasę vėl galima apibendrinti, surandant platesnę klasę—„medžiai". Galima apibendrinti ir klasę „medžiai", įskyrus ją į klasę ,,augalai".



13 brėž

Tačiau apibendrinimas negali būti beribis. Apibendrinimo riba — plačiausios apimties klasės. Jos vadinamos *kategorijomis* ir turi filosofinę-loginę reikšmę, pvz., objektas, požymis, judėjimas, skirtumas, veiksmas, galimybė ir t.t. Kuo klasė platesnė, tuo ji abstraktesnė. *Kategorijos — Tai abstrakčiausios sąvokos.*

Klasės susiaurinimas — atvirkščias klasės apibendrinimui veiksmas, kuriuo sumažinama klasės apimtis. Klasė „literatūros kuriniai" susiaurinama, pereinant prie jos poklasio, pvz., ,,XX a. literatūros kūriniai". Šią klasę vėl galima siaurinti, surandant jos poklasį „XX a. romanai", ir pan. Susiaurinimo riba — klasės elementas. Pasakius „romanas „Širdies nerimas", toliau siaurinti neįmanoma.

Mąstymo procese nuolat tenka naudoti klasės apibendrinimo ir susiaurinimo veiksmus. Kai kalbama apie kokio nors grožinės literatūros kūrinio autorių, tai kartu mastoma, kad jis rašytojas, o jei jis rašytojas, tai kartu ir menininkas, ir pan. Kai prokuratūros organai sužino, kad kurioje nors bazėje išeikvotos materialinės vertybės, tai, vykstant tyrimui, terminas „materialinių vertybių išeikvojimas" vis siaurinamas, įgauna vis tikslesnę reikšmę: nustatomi kalti asmenys, išeikvojimo motyvai, ar išeikvojimas įvyko dėl buhalterinės apskaitos aplaidumo ir pan.

## Klasės skirstymas

Klasės skirstymas yra klasės padalijimas į poklasius, remiantis tam tikru pagrindu.

Kiekvieną skirstymą sudaro:

a) *skirstomoji klasė,* pvz., visuomeninė-ekonominė formacija,

b) *skirstymo nariai* — tai poklasiai, gauti, skirstant duotąją klasę: pirmykštė-bendruomeninė, vergovinė ir kitos santvarkos;

c) *skirstymo pagrindas* — tai požymis, kuriuo remiantis skirstoma. Gamybos būdo kitimas ir yra tas požymis, pagal kuri skinamos penkios visuomeninės-ekonominės formacijos.

Klasės skirstymo nereikia painioti su paprastu visumos skaidymu l dalis. Pasakymas, kad universitetą sudaro istorijos, filologijos, teisės, ekonomikos, medicinos ir kiti fakultetai, yra ne klasės skirstymas, bet paprastas visumos "skaidymas į dalis. Norint klasės skirstymą atskirti nuo visumos skaidymo į dalis, reikia skirstomąją klasę ir gautus narius susieti žodžiu ,,kiekvienas" Pvz., sakome, kad lietuviai — tai žemaičiai, suvalkiečiai, dzūkai ir kiti. Patikrinsime, ar čia klasės skirstymas, ar tik paprastas visumos skaidymas i dalis. Sakome: ,,kiekvienas žemaitis — lietuvis", „kiekvienas dzūkas — lietuvis" ir t.t. Tai teisingi teiginiai, vadinasi, šiuo atveju turime klasės skirstymą. Tuo tarpu teiginiai „kiekvienas filologijos fakultetas yra universitetas", „kiekvienas teisės fakultetas yra universitetas" klaidingi. Vadinaskai sakome, kad universitetą sudaro atskiri fakultetai, tai tik visumą skaidome į dalis.

Yra dvi skirstymo rūšys.

1. *Skirstymas pagal požymio kilimą.* Ši skirstymo rūšis labiausiai paplitusi. Pvz., kėsinimaisi į piliečių asmeninę nuosavybę skirstomi į vagystę, apiplėšimą ir kt. Šitaip skirstoma pagal kėsinimosi būdo kitimą.

Skirstymas pagal požymio kitimą užrašomas taip,

$$A = (B_1 \cup B_2 \cup B_3 \ \ldots),$$

kur A yra skirstomoji klasė, o $B_1$. $B_2$. $B_3$ —skirstymo nariai.

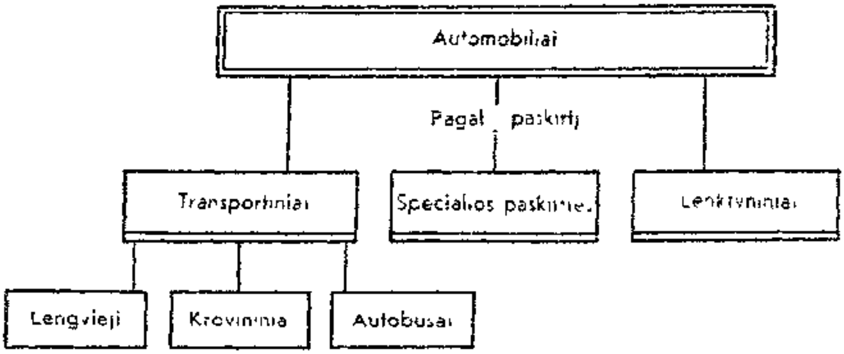
2. *Skirstymas pagal požymio buvimą* ar *nebuvimą. Š*i skirstymo rūšis dar kitaip vadinama *dichotominiu* skirstymu. Klasė čia skirstoma į du poklasius. Visi vieno poklasio elementai turi kokį nors požymį, o kito poklasio—jo neturi. Pvz., visus žodžius ga-

lima skirstyti į daiktavardžius ir nedaiktavardžius. Nedaiktavardžius vėl galima skirstyti į būdvardžius ir nebūdvardžius, ir t.t.
Ši skirstymo rūšis užrašoma taip:

$$A \equiv (B \cup \bar{B})$$

Skirstant reikia laikytis šių taisyklių:
1. *Skirstymas turi būti tolygus.* Tai reiškia, kad tarp skirstymo narių "ir skirstomosios klasės turi būti lygiareikšmiškumo santykis. Pažeidus šią taisyklę, padaromos dvi klaidos.
a) *Nepilnas skirstymas.* Šiuo atveju nenurodomi visi skirstymo nariai. Pvz., nuosavybės socialistinėje visuomenėje skirstymas į valstybinę ir kolūkinę-kooperatinę — nepilnas, nes dar yra visuomeninių organizacijų ir asmeninė nuosavybė.
b) *Skirstymas su bereikalingais nariais. Š*i klaida padaryta, skirstant knygas į vadovėlius, nevadovėlius ir grožinės literatūros kūrinius. Poklasis „grožinės literatūros kūriniai"—bereikalingas narys, jis įskiriamas į nevadovėlius.
2 *Skirstyti reikia vienu pagrindu.* Gyventojų skirstymas j miesto, kaimo, pilnamečius ir nepilnamečius — netaisyklingas, skirstoma dviem pagrindais — pagal gyvenama vietą ir amžių. Šį skirstymą galima padaryti taisyklingu, atskyrus skirstymo pagrindus:
gyventojai skirstomi į miesto ir kaimo gyventojus;
gyventojai skirstomi į pilnamečius ir nepilnamečius.
3. *Skirstymo nariai turi vienas kitą šalinti.* Tai reiškia, kad tarp gautų poklasių turi būti nuošalės santykis, bet kuris atskiras elementas turi priklausyti tik vienam kuriam nors poklasiui. Ši taisyklė susijusi su taisykle, teigiančia, kad skirstymas turi būti atliktas vienu pagrindu. Kai šios taisyklės nesilaikoma, skirstyme nariai nešalina vienas kito. Skirstant gyventojus i miesto, kaimo, pilnamečius ir nepilnamečius, kiekvienas gyventojas patenka į du poklasius, o to neturi būti.
4. *Skirstymas turi būti nenutrūkstamas.* Tai reiškia, kad reikia palaipsniui klasę skirstyti į artimiausius ją sudarančius poklasius. Pvz., būtų netikslu sakinio dalis skirstyti į veiksnį, tarinį ir antrininkes sakinio dalis . Čia praleista klasė ‚pagrindinės sakinio dalys".
Atskiras klasių skirstymo atvejis yra *klasifikacija.*
*Klasifikacija yra toks skirstymas, kuriame objektai suskirstomi į klases taip, kad kiekviena klasė kitų klasių atžvilgiu užima pastovių apibrėžtą vietą.*

Kiekviena klasifikacija yra kartu ir skirstymas, tačiau ne kiekvienas skirstymas yra klasifikacija. Klasifikacijos tikslas —susisteminti žinias, todėl jai būdingas santykinai pastovus pobūdis Moksluose klasifikacijos reiškiamos lentelėmis, diagramomis, schemomis, sąrašais, katalogais. Pvz., automobilių klasifikacija galima pavaizduoti tokia schema:




14 brėž

Pasitelkus dar kitus klasifikacinius požymius (klasifikacinio skirstymo pagrindus), išskiriami lengvųjų ir krovininių automobilių bei autobusų įvairūs poklasiai.

Kadangi klasifikacija yra atskira klasių skirstymo forma, tai jai tinka visos klasių skirstymo taisykles. Skiriamos kelios klasifikacijų rūšys.

*Pagalbine klasifikacija* sudaroma, siekiant lengviausiai surasti objektus kitu objektų tarpe. Pavardžių suskirstymas alfabeto tvarka lankomumo žurnale, atlyginimo lape yra pagalbinė klasifikacija. Čia klasifikacijos pagrindas — neesminis požymis Pvz., jei sąraše pirmuoju yra Alionis, tai šitai dar nieko nesako apie jo, kaip asmens, savybes. Anksčiau bibliotekose knygos buvo klasifikuojamos pagal formatą: mažiausio formato knygos buvo talpinamos skyriuje A, didesnio — skyriuje B, dar didesnio — skyriuje C ir t.t. Knygos formatas— neesminis knygos požymis.

*Natūralioji klasifikacija* — tai objektų skirstymas į klases, remiantis jų esminiais požymiais. Augalų sistematika botanikoje gyvūnų klasifikacija zoologijoje, periodinė elementų sistema chemijoje, genealoginė ir morfologinė kalbų klasifikacijos — tai natūraliosios klasifikacijos. Natūralioji yra ir kiekvienos sąjunginės respublikos baudžiamajame kodekse pateikiama nusikaltimų klasifikacija. Kiekviena nusikaltimu rūšis turi patstovią tiksliai apibrėžtą vietą bendroje nusikaltimų klasifikacijoje.

Informatikoje (t.y. moksle, tiriančiame mokslinės informacijos savybes, jos kūrimo, pertvarkymo, perteikimo ir panaudojimo dėsningumus) vartojamos tokios klasifikacijos:

*Alfabetinė klasifikacija* — sudaroma pagal raidžių seką tame ar kitame alfabete, pvz., abėcėlinis knygų katalogas.

*Dešimtainė klasifikacija* — kai visi klasifikuojami objektai skirstomi į 10 klastų, kurių kiekviena skirstome į ne daugiau kaip 10 poklasių.

*Linijinė klasifikacija* — klasifikuojamų objektų išdėstymas hierarchine tvarka: nuo aukštesnių klasių palaipsniui prie žemesnių klasių.

*Dalykinė klasifikacija* — medžiagos išdėstymas pagal tiriamųjų objektų pobūdį.

Kadangi tikrovė labai sudėtinga, tai kartais klasifikacija tegali pateikti apytikrį, nepilną vaizdą. Gilėjant pažinimui, mokslinės klasifikacijos darosi pilnesnės. Klasifikacija — svarbi mokslinio tyrimo priemonė, susisteminanti žinias apie tikrovę, padedanti nustatyti objektu tarpusavio ryšius, surasti dėsningumus tarp objektų. Pagaliau klasifikacija padeda objektus geriau įsiminti.

Ypač svarbus klasifikacijų vaidmuo šiuolaikinės mokslo ir technikos revoliucijos sąlygomis, kai moksliniai bei ekonominiai rodikliai labai priklauso nuo gerai sutvarkytos informacijos. Steigiamos informacinės tarnybos, kurios apdoroja, klasifikuoja nauja medžiaga.

Klausimai

1. Kas yra klasės neigimas? 2 Apibūdinkite klasių sudėtį. 3. Apibūdinkite klasių daugybą 4. Apibūdinkite klasių atimtį. 5. Kas yra klasės apibendrinimas ir susiaurinimas? 6. Kuo klasės skirstymas skiriasi nuo paprasto visumos skaidymo į dalis? 7. Išvardykite skirstymo taisykles. 8. Koks skirstymas vadinamas klasifikacija? 9. Kokias žinote klasifikacijas?

Pratimai

1. Ar tiesa, kad:
 a) sudėję klases „saulėtos dienos" ir vėjuotos dienos", gausime klasę „dienos, kurios yra kartu saulėtos, ir vėjuotos";
 b) šias klases sudauginę, gausime klasę „visos saulėtos ir vėjuotos dienos"?
2 Ar taisyklingai skirstoma:
 a) Pavasaris būna ankstyvas ir vėlyvas.
 b) Pietus sudarė trys patiekalai daržovių sriuba, bifšteksas, obuolių kompotas.
3 Išspręskite XIX a anglų logiko Dž. Veno uždavinį

Finansų draugijos valdybos nariai yra arba tik obligacijų savininkai, arba tik akcijų savininkai. Visi obligacijų savininkai yra valdybos nariai. Nurodyk visas klases, kurias galima sudaryti, remiantis pateikta sąlyga.

## § 5. Klasių teorijos dėsniai

Pateiksime kai kuriuos svarbesnius klasių teorijos dėsnius. Dėsni

$$A \subset I$$

skaitome: kiekviena klasė yra universaliosios klasės poklasis.

Pvz., klasė „ministerijos" yra universaliosios klasės „valdymo įstaigos" poklasis.

Dėsnį

$$\overline{x \in 0}$$

skaitome: joks objektas nėra nulinės klasės elementas.

Nulinę klasę apibrėžėme kaip klasę, neturinčia elementų. Vadinasi, jei egzistuoja koks nors objektas x, tai jis negali priklausyti jokiai nulinei klasei.

Dėsni

$$(A \subset B) \sim [\forall x\,(x \in A \to x \in B)]$$

skaitome: išraiška „Klasė $A$ įskiriama į klasę B" lygiavertė išraiškai „Kiekvienas objektas, jei jis yra klasės $A$ elementas, tai jis yra ir klasės $B$ elementas".

Šį dėsnį jau žinome — tai simbolinis subordinacijos santykio užrašymas. Iš tiesų, kai teigiame, kad papeikimas yra bausmė, tai šis teiginys reiškia: kiekvieną $x$, jei jį priskiriame klasei „papeikimas", tai jį priskiriame klasei ,,bausmė".

Visi teiginių logikos dėsniai galioja ir klasių teorijoje. Klasių teorijoje jie pasireiškia specifiškai, kaip sakoma, teiginių logika interpretuojama klasių teorijoje. Klasių teorijos dėsniai išvedami iš teiginiu logikos dėsniu keliais būdais. Pirmas būdas — tai teiginių logikos kintamųjų $p$, $q$, $r$ pakeitimas klasių teorijos išraiškomis $x \in A$, $x \in B$, $x \in C$.

Prieštaravimo dėsnyje $\overline{p \cdot \bar{p}}$ pakeitę $p$ išraiška $x \in A$, gauname prieštaravimo dėsnį klasių teorijoje:

$$\forall x\, \overline{x \in A \cdot \overline{x \in A}}.$$

Skaitome: netiesa, kad kiekvienas objektas $x$ yra klasės A elementas ir nėra-klasės $A$ elementas.

Nėra tokių objektų, kurie būtų klasės $A$ elementai ir kartu nebūtų jos elementai. Pvz., nėra tokio dokumento, kuris būtų aukštojo mokslo baigimo diplomas ir kartu nebūtų aukštojo mokslo baigimo diplomas. Tokie „dokumentai"tegali būti vaizduotės padarinys, ir jie sudaro nulinę klasę.

Negalimo trečiojo dėsnis $p \vee \bar{p}$ klasių teorijoje reiškiamas taip:

$$\forall x\,(x \in A \vee \overline{x \in A}).$$

Skaitome: kiekvienas objektas $x$ yra klasės $A$ elementas arba nėra jos elementas.

Kiekvienas dokumentas yra aukštojo mokslo baigime diplomas arba nėra aukštojo mokslo baigimo diplomas.

Iš teiginių logikos dėsnių klasių teorijos dėsniai išvedami kitu būdu, remiantis klasių teorijos veiksmų atitikimu teiginių logikos veiksmams. Klasių daugyba atitinka konjunkciją, klasių sudėtis— disjunkciją ir t.t. Atitikima tarp klasių teorijos ir teiginių logikos rodo ši lentelė:

| teiginių logika | klasių teorija |
|---|---|
| $\bar{p}$ | $\bar{A}$ |
| $p \cdot q$ | $A \cap B$ |
| $p \vee q$ | $A \cup B$ |
| $p \to q$ | $A \subset B$ |
| $p \sim q$ | $A \equiv B$ |

Teiginių logikos implikacijos pereinamumo dėsnį $[(p \to q) \cdot (q \to r)] \to (p \to r)$ paversime klasių teorijos dėsniu. Tuo tikslu teiginius p, *g, r* pakeisime klasėmis A, *B, C*. skliaustuose esančią implikaciją pakeisime klasių įskyrimo ženklu, o tarp skliaustų esančia konjunkciją ir implikacija paliksime. Gauname:

$$[(A \subset B) \cdot (B \subset C)] \to (A \subset C).$$

Skaitome, jei klasė *A įskiriama* į klasę *B* ir klasė *B įskiriama į* klasę *C,* tai klasė *A įskiriama* į klasę *C*.

Klasė „dramos teatro aktoriai" įskiriama į klasę ,,aktoriai", o klasė ,,aktoriai" įskiriama į klasę „menininkai atlikėjai". Vadinasi, klasė „dramos teatro aktoriai'' įskiriama į klasę „menininkai atlikėjai".

K l a u s i m a i

1. Išaiškinkite atitikimą tarp klasių teorijos ir teiginių logikos . 2 Kaip klasių teorijos dėsniai išvedami iš teiginių logikos dėsnių? 3. Kokius žinote klasių teorijos dėsnius, kurie neišvedami iš teiginių logikos?

P r a t i m a i

1. Pagal kokį klasių teorijos dėsnį sudarytas teiginys „Kapeika — ne nulis"'
2. Pateikiamus teiginius užrašykite klasių teorijos simboliais ir nustatykite gautų išraiškų atitikima teiginių logikos dėsniams:
   a) Jei prūsai buvo baltų gentys, tai nebaltu gentys nebuvo prūsai
   b) Degtinė — alkoholinis gėrimas. Degtinė — sveikatai kenksmingas gėrimas. Vadinasi degtinė — alkoholinis ir sveikatai kenksmingas gėrimas.

## § 6. Sąvokos, jų sudarymas

Ligi šiol logines klases nagrinėjome apimties požiūriu, būtent kiek elementų sudaro klasę, kaip klasę sudaro poklasiai, kokie santykiai gali būti tarp klasių ir kt. Tačiau loginę klasę galima nagrinėti ir turinio požiūriu, aiškinant klasę sudarančių objektu požymius. Tokiu atveju vietoj termino *klasė* vartojamas terminas *sąvoka.*

*Sąvoka yra mastymo forma, išreiškianti esminius ir bendruosius objektų požymius.*

*Esminiais* objekto požymiais vadinama tokia grupė požymių. kuriu kiekvienas skyrium objektui būtinas, o visi kartu yra pakankami, kad jų dėka tam tikrą objektą būtų galima atskirti nuo jam gretimų objektu.

*Neesminiais* objekto požymiais laikomi tokie požymiai, kuriuos objektas gali turėti arba neturėti, tačiau, jų neturėdamas, objektas nenustoja buvęs tuo, kuo jis yra.

Tarp esminių ir neesminių požymių nėra griežtos ribos. Vienu požiūriu požymiai gali būti esminiai, o kitu požiūriu tiriant, tie patys požymiai gali būti neesminiai.Tai, kad koks nors asmuo rašo kaire ranka, yra neesminis jo požymis. Tačiau įtarus jį parašo suklastojimu, tiriant jo braižą, grafologijos ekspertui minėtas požymis darosi jau esminis.

Bendrieji požymiai būdingi visiems tam tikros klasės objektams. Kokia nors objektu grupė ir sudaro klase todėl, kad jiems visiems būdingi tam tikri bendri požymiai.

Esminiai ir bendrieji požymiai sudaro sąvokos turinį.

Sąvokų struktūra išreiškiama predikatu logikos priemonėmis. Sąvokai būdinga propozicinės funkcijos struktūra:

$F(x)$ — struktūra sąvokų, išreiškiančių savybes;

$R(x,y...)$ — struktūra sąvokų, išreiškiančių santykius.

Propozicinės funkcijos struktūra sąvokoms būdinga dėl to, kad būdamos predikatais, sąvokos atlieka funkcijų vaidmenį. Paimkime sąvoką „ežeras".Ši sąvoka žymi ne daugelį ežerų, bet neapibrėžtą ežerą, kažkurį klasės „ežerai" elementą. Taigi „ežeras"— tai toks x, kuris yra klasės „ežerai" elementas. Koks nors objektas *x* gali būti pavadintas ežeru tik tada, kai teiginys ,,x yra ežeras" teisingas. Ši išraiška nustato atitikima tarp objektų, kuriems ji gali būti taikoma, ir teisingumo bei klaidingumo. Antai sąvoka „ežeras" žymi Aiseta, nes teiginys „Aisetas yra ežeras"— teisingas.

Kai sąvokos, išreiškiančios savybes ir santykius, priskiriamos objektams kaip predikatai, tada ir sudaromi teisingi arba klaidingi teiginiai. Tad sąvokos — ne kokie nors statiški pasaulio objektų atvaizdai. Jas mes nuolat lyginame su tikrove. Sąvokos dalyvauja, sudarant teiginius, kuriuos nuolat tikriname, vertiname teisingumo požiūriu.

Sąvokos sudaromos abstrakcijos procese *Abstrakcijos procesas— tai atsyjimas mintyse nuo objektų kai kurių požymių ir kartu mus dominančiu požymių išskyrimas.*

Kadangi sąvokose mąstomi esminiai ir bendrieji objektų požymiai, tai nuo neesminių bei atsitiktinių tenka atsyti. Sąvokoje „žmogus" mąstomi ne lietuviui ar estui būdingi požymiai, o tik tie, kurie būdingi bet kuriam žmogui, t y. žmogui apskritai, būtent sugebėjimas kurti vertybes, sąmoninga veikla ir kt.

Skiriamos kelios abstrakcijų rūšys.

*Tapatybės abstrakcija* yra atsyjimas nuo objektų nepanašių. besiskiriančių požymių ir kartu vienodų, tapačių požymių išskyrimas. Šioje abstrakcijoje nustatoma, kad objektai turi bendrų požymių, vadinasi, kai kuriais požymiais jie tapatūs. Dėl to ir galima sukurti sąvoką tokių objektų, Kurie turės dali vienodų, tapačių požymiu. O nuo tų požymių, kuriais objektai skiriasi, atsyjama, kitaip tariant, abstrahuojamasi. Antai yra nemaža žmonių, kurie kairiąja ranka atlieka darbus, kitų žmonių atliekamus dešiniąja ranka. Išskyrus šį požymi, sudaroma sąvoka „kairiarankiai".

*Izoliuojanti abstrakcija* — tai požymio atskyrimas nuo objekto ir kitų to objekto požymių. Egzistuoja balti, tvirti daiktai.

Šiuos požymius atskyrę nuo daiktų ir kitų daiktų požymių, sudarome sąvokas ,,baltumas". ..tvirtumas". Matydami verdant vandenį, sudarome sąvoka „virimas".

Atskira abstrakcijos rūšis yra *idealizacija* — jos dėka mąstyme sukuriami objektai, kurių negalima sukurti patyrimu. Jie vadinami idealizuotais objektais. Antai geometrija vaizduoja tobulas figūras — tieses, apskritimus, trikampius ir kt. Tačiau realioje tikrovėje tokių tobulų figūrų nėra, kiekvienas realus kvadratas šiek tiek skirsis nuo to kvadrato, kuri vaizduoja geometrija. Geometrinės figūros — tai realioje tikrovėje egzistuojančių figūrų kraštutinis, ribinis atvejis.

Panašiai idealizuotas objektas yra sąvoka „aktuali begalybė". Aktuali begalybė — tai begalinė visuma, kurios kūrimas užbaigtas ir kurios visi elementai pateikiami iš karto. Pavyzdžiui, geometrinė figūra gali būti analizuojama kaip begalinė taškų visuma (aibė), laiko tarpas — kaip begalinė momentų visuma, galima kalbėti apie visa natūriniu skaičių seką. Betgi aktualios begalybės sąvoka yra aiškiai idealizuoto pobūdžio: iš principo niekada ir jokiomis priemonėmis neįmanoma sukurti begalybės objektu, atlikti begalybės veiksmų. Šioje sąvokoje begalybė laikoma aktualiai duota, baigtine.

Idealizuoti objektai kuriami taip: 1) tolydžiai keičiamos sąlygos, kuriomis egzistuoja tiriamas objektas; 2) ryšium su tuo tam tikros tiriamo objekto savybės taip pat tolydžiai kinta; 3) tarę, kad sąlygų poveikis tiriamajam objektui lygus nuliui, sukuriame mąstyme tam tikrą idealizuotą objektą.

Antai žinome, kad kuo mažesnė trintis judančio kūno kelyje. tuo ilgiau jis judės. Tarė, kad judančio kūno trintis visiškai neveikia, sukursime mąstyme idealizuota objektą — kūną kuris, išjudintas iš vietos, judėtų be galo. Šitaip sukuriama sąvoka „inercija", t.y. kūno savybė išsaugoti tiesiaeigį tolyginį judėjimą, nesant išorinių poveikių.

Mokslinis pažinimas be idealizacijos neįmanomas. Sąvokų apibrėžtumas ir tikslumas visuomet susijęs su tikrovės „sugrubinimu". Kita vertus, akivaizdi ir idealizacijos nauda: vartojant idealizuotus objektus, galima juos tiksliai apskaičiuoti ir apskaičiavimus perkelti i praktiką — pritaikyti inžinerinėse techninėse konstrukcijose bei kitose gamybos srityse.

Moksle skiriami įvairūs sąvoku abstrakcijos lygmenys. Vienos sąvokos esti abstrakcijų abstrakcijos, aukštesnio lygmens abstrakcijos. Antai, kuriant nervų sistemos ir psichinės veiklos kibernetinius modelius, buvo sukurtos tokios sąvokos, kaip „formalus neuronas", ,,koduojantis mechanizmas" ir kt.

### Klausimai

1. Kas yra sąvoka? 2. Kokia sąvokos struktūra? 3. Apibūdinkite abstrakcijos procesą. 4. Kokias žinote abstrakcijų rūšis? 5. Kas yra idealizacija?

## § 7. Sąvoku apibrėžimas

### Sąvokos apibrėžimo samprata

Stokos turinį atskleidžia loginis veiksmas, vadinamas sąvokos *apibrėžimu*. Dar kitaip sąvokos apibrėžimas vadinamas *definicija* (lotynu k. žodis *definitio* reiškia ,,apibrėžimas").

*Apibrėžimas yra loginis veiksmas, kuriuo: 1) nustatomi kriterijai tiriamajam objektui atskirti nuo kitų objektų, nurodant jo specifiką, 2) nustatoma vartojamos arba įvedamos kalbines išraiškos reikšmė.*

Apibrėžime nurodoma, kaip objektą išskirti iš kitų objektų tarpo, kaip jį naudoti, konstruoti ir pan. Kadangi mokslinio tyrimo rezultatai reiškiami sąvokomis, tai apibrėžimą galima aiškinti kaip veiksmą, glaustai išreiškiantį sąvoku turini.

Pateiktoji apibrėžimo samprata — ne vienintelė. Kokias procedūras laikyti apibrėžiamosiomis, priklauso nuo mokslo pobūdžio tyrimo tikslu. Dažniausiai apibrėžimas suprantamas taip:

*Apibrėžimas yra veiksmas, taip atskleidžiantis esminius objekto požymius, kad apibrėžiamasis objektas atskiriamas nuo gretimų objektų.*

Ši apibrėžimo samprata kelia du tikslus:

1. Atskleisti esminius apibrėžiamojo objekto požymius.
2. Apibrėžiamąjį objektą atskirti nuo visų gretimų objektų.

Pasakę, kad paminklas yra meno kūrinys skirtas įamžinti asmenis arba įvykius, nurodome esminius paminklo požymius ir tuo pačiu atskiriame paminklą nuo tų meno kūrinių, kurie nėra paminklai. Vadinasi, esminius objekto požymius reikia nurodyti ne bet kaip. bet taip, kad. juos nurodę, apibrėžiamąjį objektą atskirtume nuo visu gretimu objektu.

Tačiau formalizuotose logikos ir matematikos teorijose objektų atskyrimas pagal jų esminius ir neesminius požymius neturi prasmės, nes šiose teorijose vartojami objektai, kuriuose esme jau atskirta nuo neesminių požymių.

Kiekvienas mokslas formuluoja savųjų sąvokų apibrėžimus, tačiau visi mokslai naudojasi logine apibrėžimo teorija, loginėmis sąvokų apibrėžimo priemonėmis.

Apibrėžimą sudaro trys dalys.

1. *Apibrėžiamoji išraiška* — tai sąvoka, kuri apibrėžiama.
2. *Apibrėžiančioji išraiška* — sąvokos, kuriomis apibrėžiama.
3. *Jungiančioji išraiška* — ji nustato ryšį tarp apibrėžiamosios ir apibrėžiančiosios sąvokų. Jungiančioji išraiška reiškiama žodžiais „yra". ,,reiškia", „žymi", „vadinama", „tas pat kas" ir kt.

| *Apibrėžiamoji išraiška* | *jungiančioji išraiška* | *apibrėžiančioji išraiška* |
|---|---|---|
| Loginė klasė | yra | visuma objektų, turinčiųbendrus požymius. |
| Studentu | vadinamas | aukštosios mokyklos moksleivis. |

Kartais apibrėžiamoji išraiška apima ne tik apibrėžiamą sąvoką, bet dar ir kitas sąvokas, apibūdinančias kontekstą, kuriame apibrėžiamoji sąvoka sutinkama. Pvz., sąvoka „neaprėžtai didėjantis dydis" apibrėžiama taip: dydis $x$ nagrinėjamajame procese vadinamas neaprėžtai didėjančiu, jei, koki didelį teigiamą skaičių $A$ bepaimtume, tame procese ateis toks momentas, po kurio jau visuomet $x > 1$.

Mokslinėje literatūroje kartais vartojama speciali išraiškos priemonė, kai norima parodyti, jog objektas apibrėžiamas. Tai išraiška $=_{Df}$, kur *Df* yra žodžio *definitio* santrumpa, pvz.:

Studentas $=_{Df}$ aukštosios mokyklos moksleivis.

## Apibrėžimų rūšys.

Būdų sąvokoms apibrėžti yra nemaža. Kartais sąvokos nepavyksta apibrėžti dėl to, kad vartojamas ne tas apibrėžimo būdas. Išnagrinėsime kelias labiausiai paplitusias apibrėžimų rūšis.

*Apibrėžimas gimine ir rūšiniu skirtumu.* Tai viena labiausiai paplitusiu apibrėžime rūšių. Šitaip šią apibrėžimo rūšį pavadino dar senovės logikai. Giminėmis jie vadino klases, o rūšimis—poklasius. Vartojant šiuolaikinę terminija, apibrėžimą gimine ir rūšiniu skirtumu galėtume vadinti apibrėžimu klase ir skirtumu tarp poklasių. Tačiau iš pagarbos tradicijai tebevartojamas senasis šios apibrėžimo rūšies pavadinimas.

Tarkime, kad reikia apibrėžti, koks muzikos ansamblis vadinamas kvartetu. Tuo tikslu sąvoką ,,kvartetas" laikome poklasiu {rūšimi) ir ieškome klasės (giminės), į kurią kvartetą būtų galima įskirti. Tokia klasė yra ,,muzikos ansamblis". Tad kvartetas yra muzikos ansamblis. Tačiau muzikos ansamblių yra pačių ivainausių, dėl to reikia nurodyti, kuo kvartetas skiriasi nuo visų kitų muzikos ansamblių — nuo kvinteto, okteto, choro ir pan. Šis nurodymas ir bus vadinamasis rūšinis skirtumas — kvartetas nuo kitų muzikos ansamblių skiriasi tuo, kad jį sudaro keturi atlikėjai. Tačiau sąvoka „kvartetas" turi dar ir kitą prasmę—kvartetu vadinamas ir tam tikras muzikos kūrinys. Kadangi muzikos kurinių yra įvairių, tai vėlgi reikia nurodyti, kuo kvartetas skiriasi nuo kitų muzikos kūrinių: kvartetas parašytas keturių atlikėjų ansambliui, tai kūrinys, parašytas keturiems balsams arba instrumentams. Išsamus sąvokos „kvartetas" apibrėžimas šis:

kvartetas yra keturių atlikėjų muzikos ansamblis arba muzikos kūrinys šiam ansambliui.

Panagrinėkime logikos apibrėžimą logika yra mokslas apie samprotavimo būdą. Šiame apibrėžime logika laikoma poklasiu (rūšimi) ir įskiriama į klasę (giminę) ,,mokslas". Tad logika yra mokslas. Tačiau mokslų yra daug, todėl reikia nurodyti, kuo logika skiriasi nuo kitų mokslų. Logika tiria samprotavimo būdą kuris yra jos rūšinis skirtumas.

*Ostensinis apibrėžimas* (lotynų k *ostendere*—„parodyti"). Apibrėžiamoji sąvoka visuomet esti išreikšta žodžiu, terminu. Tuo tarpu apibrėžiančioji dalis gali būti tiek žodis, tiek ir realus objektas.

*Ostensinis apibrėžimas yra žodžio reikšmės nustatymas, betarpiškai nurodant objektą, kurį žodis žymi.*

Šie apibrėžimai vartojami pradiniame kalbos įsisavinimo laikotarpyje. Pvz., vaikas žodžio „kėdė" reikšmę įsisavina, suaugusiems tariant šį žodį ir parodant objektą, kurį jis žymi. Ostensiniais apibrėžimais tenka naudotis, mokantis svetimų kalbu, ypač patekus i aplinka, kurioje mūsų gimtoji kalba nesuprantama. Nors ostensiniai apibrėžimai teikia informacija tik apie apibrėžiamosios sąvokos apimtį, tačiau jie svarbūs pažinimui — jų pagrindu vyksta tas pradinis sąvoku kaupimas, be kurio pažinimas būtų- neįmanomas. Kita vertus, moksluose pasitaiko sąvokų, kurias apibrėžti tegalima egzempliariškai, t.y. nurodant objektą, kuris sąvokoje mąstomas.

*Nominaliniai ir realiniai apibrėžimai.* Visi apibrėžimai skirstomi į nominalinius ir realinius.

*Nominaliniu apibrėžimu nustatoma vartojamos arba įvedamos kalbinės išraiškos reikšmė.*

Nominalinių apibrėžimų struktūra tokia:

terminu „.." vadinama
žodis. . . ." reiškia ..
ženklas ,, .." žymi ..

irpan.

Pvz., vietoj aprašymo ,,sudėtinis teiginys, sudarytas iš kelių paprastu teiginių, sujungtų jungtimi „arba" įvedamas terminas *disjunkcija* . Tada disjunkcijos apibrėžimas yra nominalinis: disjunkcija vadinamas sudėtinis teiginys, sudarytas iš kelių paprastų teiginių, sujungtų jungtimi „arba".

Apibrėžimai ,,Ženklas $\subset$ žymi klasių įskyrimo santykį", „Sinkopė yra terminas, žymįs trumpo balsio iškritimą viduriniame skiemenyje" taip pat nominaliniai. Moksluose dažnai tenka įvesti naujus terminus, simbolius, nustatyti jų reikšmę todėl nominaliniai apibrėžimai plačiai vartojami.

*Realinis apibrėžimas atskleidžia ne vartojamos arba įvedamos kalbinės išraiškos reikšmę, bet paties apibrėžiamojo objekto specifinius požymius.*

Mūsų pateikti apibrėžimų gimine ir rūšiniu skirtumu pavyzdžiai yra realiniai apibrėžimai.

Visus realinius apibrėžimus galima paversti nominaliniais. Realinį apibrėžimą ,,Logikos dėsnis yra visuomet teisingam teiginys" pavertė nominaliniu, gausime: „Terminu ,,logikos dėsnis" vadinamas visuomet teisingas teiginys".

Nominalinius apibrėžimus galima pertvarkyti į realinius, pvz., ,,Sinkopė yra trumpo balsio iškritimas viduriniame skiemenyje". Tačiau apibrėžiant tikrovėje neegzistuojančius objektus, vartojami nominaliniai apibrėžimai. Pvz., velnio apibrėžimas yra nominalinis: žodžiu ,,velnias" žymima tikrovėje neegzistuojanti būtybė, tariamai sukelianti pasaulyje esanti blogi ir pan. Taip pat nominaliniai tegali būti santrumpų apibrėžimai, pvz.: raidės VUB reiškia žodžius „Vilniaus universiteto biblioteka".

*Operacinis apibrėžimas.* Šis apibrėžimas daugiausia .vartojamas eksperimentiniuose moksluose, kur svarbia reikšmę turi matavimai.

*Apibrėžimas, nurodantis veiksmus (operacijas), kuriuos, objektas atitinka, vadinamas operaciniu apibrėžimu.*

Operacinį apibrėžimą sudaro trys dalys:

$Q_1$ — patikrinamoji operacija;

$Q_2$ — patikrinamosios operacijos rezultatas:

$Q_3$ — apibrėžiamoji sąvoka.

Sudaroma ši operacinio apibrėžimo formulė:

$$Q_1(x) \rightarrow [Q_3(x) \dot{\sim} Q_2(x)].$$

Skaitome:jei objektui $x$ įvykdoma patikrinamoji operacija, tai objektas $x$ yra tas ir tas, jei ir tik jei yra tam tikras patikrinamosios operacijos rezultatas.

Pagal šią operacinio apibrėžimo formulę apibrėšime sąvoką ,,rūgštis". $x$ pakeisime sąvoka „tirpalas", $Q_1$ —predikatu „panardinti lakmuso popierėlį" (patikrinamoji operacija), $Q_2$ —predikatu „lakmuso popierėli nudažyti raudonai" (patikrinamosios operacijos rezultatas). $Q_3$ yra apibrėžiamoji sąvoka — rūgštis. Pagal operacinio apibrėžimo formulę skaitome: jei į tirpalą panardinamas lakmuso popierėlis, tai tirpalas yra rūgštis, jei ir tik jei lakmuso popierėli jis nudažo raudonai.

Kaip suprantama sąvoka „vienodas svoris"? Reikia kūnus pasverti (patikrinamoji operacija), ir jei svarstyklių rodyklė abiem atvejais rodo tiek pat (patikrinamosios operacijos rezultatas), tai kūnai yra vienodo svorio. Pagal operacinio apibrėžimo formule sudaromas šis sąvokos „vienodas svoris" apibrėžimas: jei pasveriame $x$ ir pasveriame $y$, tai $x$ ir $y$ yra vienodo svorio, jei ir tik jei abiem atvejais svarstyklių rodyklė rodo tiek pat.

Pateiktąja operacinio apibrėžimo formulę ne visuomet galima vartoti. Ja vartojant, negalima apibrėžti, pvz., sąvokos „magnetas". Pagal pateiktą formulę sąvoką „magnetas" reikėtų taip apibrėžti: jei *x* priartinsime prie geležinių daiktų, tai x yra magnetas, jei ir tik jei x pritraukia geležinius daiktus. Bet gali būti ir taip, kad *x* yra magnetas, o geležinių daiktu nepritraukia, nes jie, pvz., jam per sunkūs, magnetas per silpnas. Tuo tarpu lygiavertiškumo ženklas formulėje numato, kad visais atvejais, jei kūnas magnetas, jis turi pritraukti geležinius daiktus. Todėl kartais reikia vartoti silpnesnę operacinio apibrėžimo formulę:

$$Q_1(x) \rightarrow [Q_2(x) \rightarrow Q_3(x)]$$

Skaitome: jei objektui *x* įvykdoma patikrinamoji operacija, tai jei yra tam tikras patikrinamosios operacijos rezultatas, objektas x yra tas ir tas.

Pateiktoji formulė įgalina apibrėžti sąvoką „magnetas": jei *x* priartinsime prie geležinių daiktų, tai jei *x* pritraukia geležinius daiktus, *x* yra magnetas. Prisiminkime, kad implikacija teisinga ir tada, kai antecedentas klaidingas. Vadinasi, jei kūnas nepritraukia geležinių daiktų, nes jie jam per sunkūs, jis vis dėlto gali būti magnetas.

Operaciniai apibrėžimai įgalina pašalinti (eliminuoti) nepagrįstai į mokslą įvestus objektus — neįmanoma nurodyti operacijų, kurių dėka tie objektai galėtų būti sukonstruoti.

Iš operacinių apibrėžimų analizės seka išvada, kad apibrėžiamoji sąvoka turi prasmę tik toje srityje, kurioje realizuojamos atitinkamos operacijos. Antai sąvoka „kūno ilgis" gali būti apibrėžiama, aprašant veiksmus su matavimo vienetu, pvz., metru. Tačiau toks ilgio supratimas negali būti priimtas, matuojant astronominius nuotolius.

Dažnai vartojamas *genetinis apibrėžimas.*

*Genetiniame apibrėžime objekto specifika nustatoma nurodant , kaip objektas atsiranda arba yra sukuriamas.*

Daugelis objektu apibrėžiami, nurodant jų atsiradimo, sukūrimo būdą, pagaminimo instrukciją. Pvz.: atmosferiniai krituliai yra vanduo skystame bei kietame pavidale, krintantis iš debesų arba susidarantis betarpiškai žemės paviršiuje ir ant žemės objektų, kondensuojantis ore esantiems vandens garams.

*Indukcinis apibrėžimas.* Tai genetinio apibrėžimo atmaina, paplitusi formalizuotose mokslo teorijose.

*Indukciniu vadinamas apibrėžimas, įgalinantis iš kai kuriu pradinių teorijos objektų, pritaikius jiems tam tikras taisykles, sudaryti naujus teorijos objektus.*

Indukciniame apibrėžime skiriamos dvi dalys: 1) vadinamieji tiesioginiai punktai — jais nustatoma tam tikra objektų sritis, nurodant, pagal kokias taisykles iš pradinių objektu sudaromi nauji objektai; 2) netiesioginiais punktais nurodoma, kad jokių kitu objektų, išskyrus apibrėžiamus tiesioginiais punktais, nėra.

Indukciniu būdu apibrėšime sąvoką ,,teiginiu logikos formulė".

a) paprastas teiginys $p$. $q$, $r$ ... yra formulė,

b) jei $p$ formulė, tai $\bar{p}$, $p$-g. $p \vee q$, $p \rightarrow q$, $p \sim q$ taip pat formulės.

c) jokių kitų formulių, išskyrus nustatytas punktais, a) ir b), *nėra*

*Deskripcinis (aprašomasis) apibrėžimas* įgalina apibrėžti individualius objektus.

*Deskripcinis — tai apibrėžimas, pavartojant jota-operatorių.*

Jota-operatorius reiškiamas išraiška 'x (kur ' yra apversta graikiškoji raidė , — jota), kuri skaitoma: „tas x". Pilnas deskripcijos pavidalas:

$$\iota x Q(x).$$

Skaitome: tas x, kuris turi predikatą $Q$.

Šia deskripcija galima apibrėžti individualius objektus, pvz.:

Vilnius yra tas miestas, kuris yra Lietuvos TSR sostinė.

N yra tas asmuo, kuris susirinkime kalbėjo pirmasis.

x yra tas žmogus, kuris gyvena Kaune. Daukanto g. Nr. 18, bt. 69.

Deskripciniuose apibrėžimuose iš anksto numatoma, kad deskripcija atitinka vienintelis objektas. Taigi, kad trečiasis iš pateiktųjų apibrėžimų būtų teisingas, privaloma, jog nurodytame bute gyventų vienintelis asmuo.

Tačiau ar galima taikyti deskripcijas objektams, kurių egzistavimas neįrodytas, ir deskripciniais apibrėžimais įvesti juos į mokslą?

Objekto, kurio egzistavimas neįrodytas, deskripcija leistina vartoti *konstruktyvine prasme,* t.y. nurodant efektyvų būda objektui sukurti. Tad jei objektas neegzistuoja, bet yra efektyvios priemonės jam sukurti, tai ji galima deskripciniu apibrėžimu Įvesti i mokslą. Sakysime, penkmečio plane numatytų pastatyti įmonių šiuo metu dar nėra. Tačiau numatytos priemonės toms įmonėms sukurti — skiriamos finansinės lėšos, darbo jėga, statybinės medžiagos ir kt. Dėl to tų objektų (įmonių) deskripcijos figūruoja liaudies ūkio vystymo plane.

Objektus, kurių egzistavimas neįrodytas, deskripciniais apibrėžimais galima įvesti i mokslą ir tuo atveju, kai įrodoma, jog prielaida, kad toks objektas egzistuoja, nesukelia prieštaravimų. Žinoma, tokio objekto pobūdis — hipotetinis.

Taip pat tokius objektus galima įvesti vadinamąja *Hilberto prasme*[1]. Pasak Hilberto, objektus, kurių egzistavimas neįrodytas, į teoriją galima įvesti hipotetiškai, pavartojus epsilon-operatorių e *(epsilon* — graikiškosios raidės e pavadinimas). Šis operatorius reiškia- „jei toks objektas egzistuoja" Šitaip įvedant

[1] D *Hilbertas (1*862—1943) — vokiečių matematikas ir logikas,

i teorija objektus, nekyla nesusipratimų, nes vartojant objektą, kurio egzistavimas neįrodytas, visuomet turima galvoje išlyga ,,jei toks objektas egzistuoja"

Jei objekto, kurio egzistavimas neįrodytas, įvedimas į teoriją sukelia prieštaravimą, tai tas rodo, kad toks objektas neegzistuoja. Jei į biologijos mokslą įvesime objektą „gyvybinė jėga" ta prasme, kaip jis suprantamas vitalizme (gyvybinė jėga —nematerialus pradas, nulemiantis gyvybines funkcijas), tai biologijomoksle atsiras daugybė prieštaravimu, jis neatitiks faktų, ims prieštarauti kitiems mokslams. Visa tai įtikina, kad objektas „gyvybinė jėga" neegzistuoja.

Hilbertas nustatė vadinamąja *ε-teoremų* (epsilon-teoremą) jei, įrodinėdami kokią nors teorema, naudojamės objektu, įvesti e-simboliu, ir jei šiam įrodymui galima surasti kitą įrodymą, kuriame e-simbolis nefigūruoja, tai tas reiškia, kad objektas, įvestas e-simboliu, yra teisėtas ir juo galima naudotis.

## Apibrėžimo požymiai

Svarbiausiais apibrėžimo požymiais laikytina: kūrybiškumas, konstruktyvumas, teisingumas,

*Kūrybiškumas..* Kūrybinis apibrėžimo pobūdis reiškiasi įvairiai:

a) įvestas į teorija naujas apibrėžimas taip pertvarko pačią teoriją, kad joje pasidaro įrodoma ir paaiškinama tai, ko nebuvo galima įrodyti bei paaiškinti, neįvedus apibrėžimo,

b) įvedus į teorija apibrėžime, kai kurie teorijos teiginiai gali tapti klaidingais (ir jų reikia atsisakyti) būtent dėl to naujai įvesto apibrėžimo;

c) įvedus apibrėžimus, pakinta principai, kuriais teorija remiasi, kitaip tariant, pakinta teorijos baze;

d) įvesti apibrėžimai verčia kurti, konstruoti naujus teorijos objektus, pakinta pati tyrinėtojo veikla.

Vadinasi, dėl kūrybinio apibrėžimų pobūdžio teorija iš esmėišplečiama. Vis dėlto kūrybiškumas būdingas ne visiems apibrėžimams.

*Konstruktyvumas* Apibrėžimas nekonstruktyvus tada, kai jame vartojamos negriežtos, netikslios sąvokos, kūnas galima įvairiai aiškinti.

*Teisingumas.* Teisingai apibrėžti teorijos sąvokas gali tik atitinkamos mokslo srities žinovas. Bet pažymėtina, kad teisingumo požymis daliai apibrėžimu nepriskirtinas. Nei teisingi, nei klaidingi yra tie nominaliniai apibrėžimai, kurie išreiškia susitarimus. Tarkime, kad atrastas objektas, išaiškintos jo savybės ir jam pavadinti parenkamas terminas: ta ir ta objektą žymėsime tuo ir tuo terminu. Betgi termino parinkimas yra susitarimo dalykas— juk galima susitarti priimti ir kitą terminą objektui pavadinti. Teisingumas nepriskirtinas ir susitarimus, konvencijas išreiškiantiems realiniams apibrėžimams (pvz., tokie yra matavimo vienetų apibrėžimai). Tokie apibrėžimai tegali būti efektyvūs ar neefektyvūs, patogūs ar nepatogūs.

## Apibrėžimo taisyklės

Kad sąvokų apibrėžimai būtų logiškai nepriekaištingi, reikia laikytis tam tikrų apibrėžimo taisyklių.

1. *Pakeičiamumo taisyklė: apibrėžiamąją ir apibrėžiančiąją išraiškas galima pakeisti viena kita.* Apibrėžiamąją išraišką pažemėje *Dfd* (lotynų k. *definiendum*—„apibrėžiamasis"), o apibrėžiančiąją išraišką — *Dfn* (lotynu k. *definiens* —..apibrėžiantysis"), pakeičiamumo taisyklę užrašome

$$Dfd \equiv Dfn.$$

Apibrėžime „Valia yra sugebėjimas pasirinkti veiklos tikslą bei suaktyvinti vidines pastangas, būtinas jo įgyvendinimui" sąvoka ,,valia" yra apibrėžiamoji *(Dfd),* o „sugebėjimas pasirinkti veiklos tikslą bei suaktyvinti vidines pastangas, būtinas jo įgyvendinimui"— apibrėžiančiosios sąvokos *(Dfn}.* Abiejose apibrėžimo dalyse kalbama apie tą patį objektą —valią,— vadinasi, tarp jų yra lygiareikšmiškumo santykis. Dėl to galima pasakyti: sugebėjimas pasirinkti veiklos tikslą bei suaktyvinti vidines pastangas, būtinas jo įgyvendinimui, yra valia $(Dfn \equiv Dfd)$.

Nesilaikant nurodytos taisyklės, galima padaryti dvi klaidas.

a) *Per platus apibrėžimas.* .Jei sąvoką „dvarininkas" apibrėžtume taip, kad d\arininkas yra žmogus, išnaudojąs kitų žmonių darbą, tai toks apibrėžimas būtų per platus. Išnaudotojai yra ne tik dvarininkai, bet ir vergvaldžiai, feodalai, pramonės kapitalistai ir kiti. Vadinasi, dvarininko neatskirtame nuo kitų išnaudotojų,

b) *Per siauras apibrėžimas.* Jei sąvoką „dvarininkas" apibrėžtume taip, kad dvarininkas yra žmogus, išnaudojąs bežemius valstiečius, tai toks apibrėžimas būtų per siauras. Dvarininkas išnaudoja ne tik bežemius valstiečius. Vadinasi, tokiame apibrėžime nėra lygiareikšmiškumo santykio tarp klasės ,,dvarininkas" ir klasės „išnaudojąs bežemius valstiečius".

2. *Vienareikšmiškume taisyklė: vienos teorijos ribose kiekviena apibrėžiantįjį (Dfn) tari atitikti tik vienas apibrėžiamasis (Dfd).* Bet kuri apibrėžiančioji išraiška *(Dfn)* turi tikti tik vienintelei apibrėžiamajai išraiškai (Dfd). Kitaip tariant, sudarytu apibrėžimu galima apibrėžti tik vieną objektą.

Kita vertus, tą pačia sąvoką galima apibrėžti įvairiai, t.y. apibrėžiamajai daliai *(Dfd)* galima sudaryti ne viena, bet kelias apibrėžiančiąsias dalis *(Dfn),* pvz.: kvadratas yra stačiakampis lygiomis kraštinėmis: kvadratas yra rombas, kurio kampai lygūs; kvadratas yra lygiagretainis, kurio kraštinės lygios ir kampai statūs. Iš kelių teisingu apibrėžimu pasirenkamas tas, kurį patogiausia vartoti.

3. *Apibrėžime neturi būti rato.* Ratas apibrėžime — loginė klaida, dar kitaip vadinama *ydinguoju ratu* (*circulus vitiosus*). Rato klaida apibrėžime gali pasireikšti dvejopai.

a) Apibrėžiamoji ir apibrėžiančioji sąvokos yra tos pačios Jei apibrėžiamąja sąvoką pažymėsime raide A, tai ši klaida įgauna forma

A apibrėžiama sąvoka A.

Ši klaida padaryta apibrėžime „Tinginys — tai žmogus, kuris tingi". Toks apibrėžimas nelogiškas, nes tinginys apibrėžiamas tingėjimu, t.y. sąvoka, kurią reikia apibrėžti.

Klaida „A apibrėžiama sąvoka A" vadinama t*autologija,* arba to paties objekto apibrėžimu juo pačiu *(idem per idem}.*

Imkime apibrėžimą „Psichologija yra mokslas apie objektyviosios tikrovės psichinio atspindėjimo atsiradimą ir funkcionavimą žmogaus veiklos ir gyvulių elgsenos procese". Gali atrodyti, kad jame yra rato klaida: psichologija apibrėžiama, pavartojant sąvoka „psichinis atspindėjimas". Iš tikrųjų rato klaidos čia nėra, nes sąvoka „psichinis atspindėjimas" jau buvo anksčiau apibrėžta: objektas „psichinis atspindėjimas" buvo įvestas nepriklausomai nuo objekto „psichologija". Taigi apibrėžiančiojoje išraiškoje gali būti sąvokų, savo turiniu giminingų apibrėžiamąjai sąvokai, tačiau tos sąvokos turi būti apibrėžtos anksčiau.

b) Kai objektas apibrėžiamas -sąvoka, kuri pati tampa aiški tik apibrėžiamosios sąvokos dėka. Ši klaida įgauna formą:

*A* apibrėžiama sąvoka *B, o B* apibrėžiama sąvoka A.

Kai sąvoka A apibrėžiama sąvoka B, tai sąvoką *B* reikia apibrėžti ne sąvoka *A,* bet kuria nors kita są\oka, pvz., C. *C,* savo ruožtu, apibrėžiama sąvoka *D* ir t.t. Tačiau žengimo į begalybę išvengiama, nes yra apibrėžimo ribos. Kiekvienoje teorijoje yra pradinės sąvokos, kurios toje teorijoje neapibrėžiamos, o jomis apibrėžiamos kitos teorijos sąvokos. Pradinės sąvokos gali būti aiškios intuityviai, patikrintos praktika, gali būti perimtos iš kitu teorijų, kuriose jos jau buvo apibrėžtos. Antai sąvokos ,,objektyvioji realybė", „pažinimas", „atspindėjimas" psichologijoje neapibrėžiamos, nes jos perimtos iš filosofijos ir ten buvo apibrėžtos. Tuo tarpu šios sąvokos figūruoja įvairių psichologijos sąvokų apibrėžimuose.

4. *Apibrėžimas turi būti griežtas, aiškus ir tikslus.* Griežtumas reiškia, kad apibrėžimas turi atskleisti objekto specifiką, išryškindamas esminius objekto požymius; kad apibrėžimas turi įgalinti sėkmingai spręsti problema; kad apibrėžime negali būti sąvokų, kurios pačios dar nėra apibrėžtos Ši taisyklė reiškia, kad apibrėžimuose sąvokas reikia vartoti tikslia reikšme, kad neleistini vaizdingi palyginimai, metaforiški posakiai ir pan. Tokie

pasakymai, kaip ,,Senatvė yra gyvenimo saulėlydis". „Patyrimas — didžiausias mokytojas" tėra vaizdingi palyginimai, o ne apibrėžimai. Dž. Londonas romane „Martynas Idenas" rašo, kad kritikai y*ra* žmonės, kuriems nepavyko tapti rašytojais. Aišku,kad toks pasakymas nėra apibrėžimas. Tiesa, grožinės literatūros priemonių vartojimas gali pateikti ir pilnesnį, tikslesni objekto supratimą Rašytojas Tekerėjus žmones, vadinamus snobais, taip apibūdina: snobai yra žmonės, nuolankiai žvelgiantys aukštyn ir su panieka — žemyn. Čia literatūrinėmis priemonėmis nusakoma snobo esmė: jis lankstosi socialinės padėties atžvilgiu aukštesniems už ji, trokšta turėti tai, ką jie turi, niekina socialinės padėties atžvilgiu žemesnius.

## Apibrėžimų reikšmė

Moksle apibrėžimai itin svarbūs .Kiekvieno mokslo sąvokos apibrėžiamos, siekiant suteikti sąvokoms tikslią reikšme. Be to. apibrėžimai glaustai nurodo esminius objektų požymius. Apibrėžimų glaustumas, trumpumas įgalina juos lengvai įsiminti. Pasklaidę enciklopedijas ir dalykinius žodynus, matome, kad objekto aprašas pradedamas objekto apibrėžimu

Apibrėžimai svarbūs, kuriant mokslinę terminiją. Sudarant terminą, būtina nustatyti sąvokos, kuriai pavadinti terminas sukuriamas, tikslia vietą kitu sąvokų tarpe. O tai tegalima padaryti, tiksliai fiksuojant sąvokos turinį, t.y. tiksliai sąvoką apibrėžiant. Terminu ydos dažnai atsiranda dėl to, kad sąvoka, kurią terminas žymi, buvo apibrėžta netiksliai.

Apibrėžimai sugriežtina, patikslina sąvokas. Jie yra ilgų ir sudėtingų aprašymų sutrumpinimo bei naujų terminų įvedimo priemonė, naujų tiesų gavimo priemonė. Pradinių teorijos sąvokų apibrėžimai žymiu mastu nulemia patį teorijos turinį. Antai euklidinėje geometrijoje remiamasi tokia lygiagretumo samprata, kad plokštumoje per tašką *A,* esanti už tiesės *a,* galima išvesti tik vieną tiese, nekertančią tiesės *a.* Priėmus kitokią lygiagretumo samprata (per tašką *A* galima išvesti kiek norima tiesių, nekertančių tiesės *a),* gaunama neeuklidinė geometrija.

Tačiau apibrėžimas negali nurodyti visų esminiu objekto požymių. Nurodomi tik tie esminiai objekto požymiai, kurie apibrėžiamąjį objektą skiria nuo gretimų objektų Politinėje ekonomijoje prekė apibrėžiama taip: prekė yra gamybos produktas, skirtas mainams ir patenkinąs kurį nors žmogaus poreikį. Tačiau tai ne visi esminiai prekės požymiai. Prekė turi vertę, yra abstraktaus ir konkretaus darbo produktas ir kt. Tačiau visų esminių požymių apibrėžime neįmanoma nurodyti, nes tai būtų ne apibrėžimas, bet aprašymas. Jis būtų ištęstas, užimtų daug vietos, tuo tarpu apibrėžimus patogu vartoti dėl jų trumpumo, glaustumo.

Vadinasi, apibrėžimų trūkumas tas, kad jie negali atskleisti visų esminių apibrėžiamojo objekto požymių. Visuomet reikia turėti galvoje šią silpnąją apibrėžimų pusę ir nereikia apibrėžimu absoliutinti Be to, nereikia stengtis apibrėžti paprasčiausius objektus, pvz . buitinės paskirties daiktus, nes juos visi supranta vienodai.

Kai objektą dėl jo sudėtingumo tiksliai apibrėžti sunku, reikia eiti kitu keliu: objekto specifika atskleidžiama, analizuojant jo struktūra, nustatant jo santykius su kitais objektais. Antai gana sunku pateikti intuicijos apibrėžimą. Tačiau intuicijos samprata galima turėti, išsiaiškinus atskiras intuicijos apraiškas: intuicija kaip sugebėjimas sintetinti, kaip sugebėjimas tiksliai įvertinti problemą, kaip išradingumas, įkvėpimas ir kt.

Aprašymas, apibūdinimas, charakteristika, struktūros atskleidimas — tai būdai, pakeičiantys apibrėžimą.

## Klausimai

1. Kas yra sąvokos apibrėžimas?2. Apibūdinkite atskiras apibrėžimų rūšis. 3. Kas yra deskripcija? 4. Apibūdinkite apibrėžimo požymius. 5. Išvardykite apibrėžimo taisykles ir klaidas kurias galima padaryti, nesilaikant taisyklių. 6. Kas yra pradinės, neapibrėžiamos sąvokos? 7. Kokia apibrėžimų reikšmė?

## Pratimai

1. Nustatykite apibrėžimų rūšis:
   a) Jei žodį pavartosime sakinyje, tai jei žodis nusako tariniu išreikšto veiksmo ar būvio priežastį, jis yra priežasties aplinkybė.
   b) Terminu ,,hedonizmas" vadinama etikos teorija, laikanti malonumą aukščiausiu gėriu, o malonumų siekimą — elgesio principu.
2. Ar logiški šie apibrėžimai:
   a) Galimybė yra tai, kas gali įvykti.
   b) Notaras yra asmuo, dirbąs valstybinėje įstaigoje notaro pareigose.
   c) Teiginys p sistemoje S teisingas, jei ir tik jei sistemoje ne-S jis kiaidingas, o teiginys *p* sistemoje ne-S klaidingas, jei ir tik jei sistemoje S jis teisingas.
   d) Logika yra mokslas apie teiginius ir predikatus.