DNT
TEORIJA
98/99
97/98
96/97
95/96

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

Optimali tiesinė asociatyvioji atmintis

Paskaitos Tūrinys

Pagrindinė Literatūra

1. *Simpson, P.K. (1990). Artificial Neural Systems: Foundations, Paradigms, Applications, and Implementations. Pergamon Press, pp. 80-82.*
2. *Kohonen, T. (1984). Self-Organization and Associative Memory. Berlin: Springer-Verlag, p. 312.*

Skaidrės Nr. **1**

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

Optimali tiesinė asociatyvioji atmintis (OTAA)

Apibrėžimas

Optimali tiesinė asociatyvioji atmintis (angl. k. - Optimal Linear Associative Memory) yra interpoliacinio atsako:

- ***autoasociatyvus pavyzdžių įsiminimo įrenginys arba***
- ***heteroasociatyvus pavyzdžių atitikmens radimo įrenginys arba***
- ***naujumo filtras.***

Optimali tiesinė asociatyvioji atmintis mokinama nerealiame laiko mastelyje, veikia diskrečiame laike ir remiasi sinchronine vektoriaus-matricos sandaugos operacija.

Kaip autoasociatyvus pavyzdžių įsiminimo įrenginys, optimali tiesinė asociatyvioji atmintis (OTAA) įsimena analoginius pavyzdžius $A^k=(a^k_1, ..., a^k_n)$, $k=1, 2, ..., m$. Kaip naujumo filtras, OTAA įsimena analoginius pavyzdžius $A^k=(a^k_1, ..., a^k_n)$, $k=1, 2, ..., m$ bei nustato įsimintų pavyzdžių skirtumus nuo įėjimo pavyzdžių. Autoasociatyvioji OTAA bei naujumo filtras yra atvaizduojami vieno sluoksnio vidinių (rekurentinių) ryšių struktūra.

Kaip heteroasociatyvus pavyzdžių atitikmens radimo įrenginys, OTAA įsimena analogines pavyzdžių poras (A^k, B^k) , $k=1, 2, ..., m$ naudodamas matricos pseudoinversijos operaciją ir yra atvaizduojama dviejų sluoksnių nuoseklių ryšių struktūra.

DNT TEORIJA

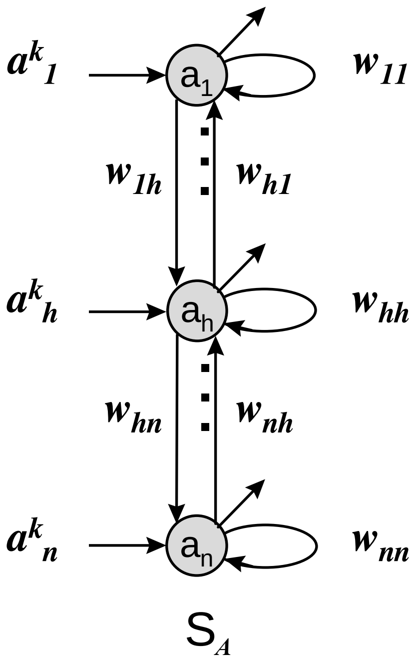
98/99
97/98
96/97
95/96

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

Optimali tiesinė asociatyvioji atmintis (tęsinys)

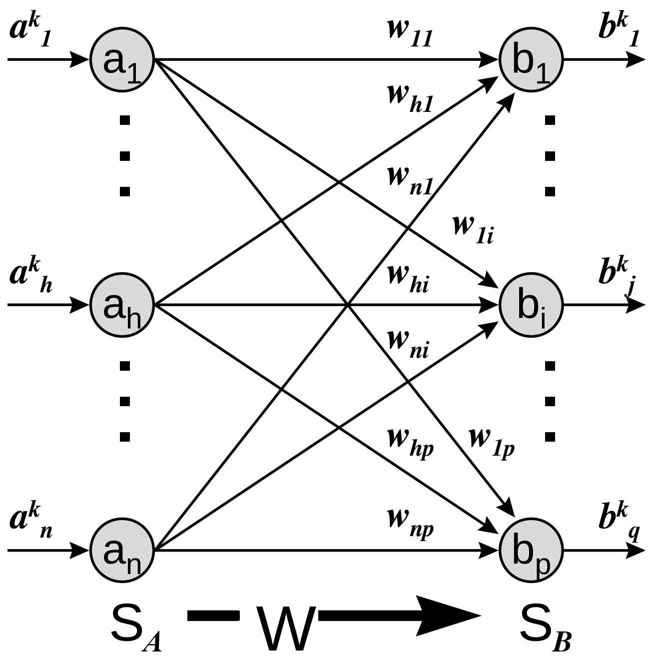
Struktūros

Autoasociatyviosios OTAA bei naujumo filtro struktūra



Pav. 7.1

Heteroasociatyviosios OTAA struktūra



Pav. 7.2

DNT TEORIJA

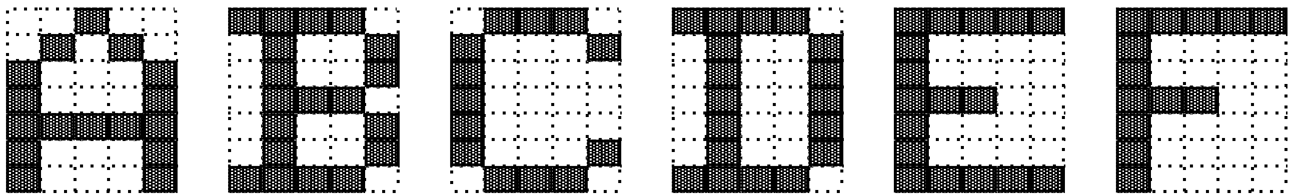
98/99
97/98
96/97
95/96

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

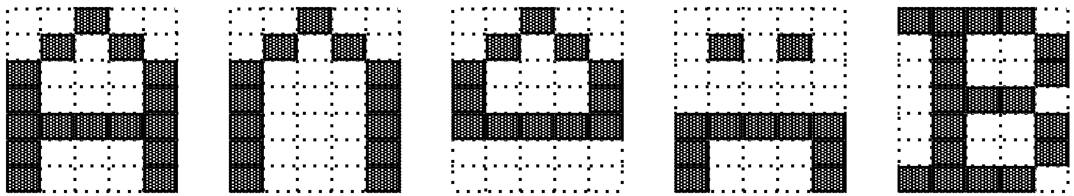
Optimali tiesinė asociatyvioji atmintis (tęsinys)

Veikimas (naujumo filtro)

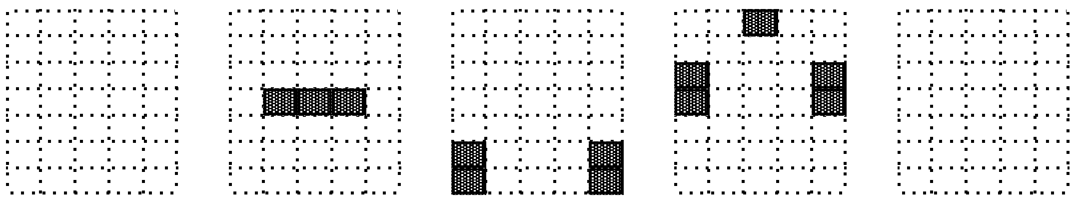
Optimali tiesinė asociatyvioji atmintis išmokoma įsiminti šiuos pavyzdžius:



Tarkime, kad turime sekančius įėjimo pavyzdžius:



Optimali tiesinė asociatyvioji atmintis veikianti kaip naujumo filtras į pateiktus įėjimo pavyzdžius suformuos sekančius atsakus:



OTAA mokymas

Heteroasociatyviosios OTAA mokymas

Heteroasociatyviosios OTAA ryšių svorių matrica sudaroma iš dviejų maticų: A - m x n įėjimo pavyzdžių A^k rinkinio:

$$\mathcal{A}^T = \left[A_1^T \middle| A_2^T \middle| \ldots \middle| A_m^T \right],$$

bei B - m x p išėjimo pavyzdžių B^k rinkinio:

$$\mathcal{B}^T = \left[B_1^T \middle| B_2^T \middle| \ldots \middle| B_m^T \right],$$

kur simboliu "|" žymima vektorių stulpelių sąjunga į atitinkamą matricą. Įvedus šiuos pažymėjimus, ankščiau aptartos tiesinės asociatyviosios atminties mokymas gali būti užrašomas sekančiai:

$$W = \sum_{k=1}^{m} A_k^T \cdot B_k = \mathcal{A} \cdot \mathcal{B}^T .$$

Heteroasociatyviosios OTAA mokymas remiasi pseudoinversijos operacija (dar vadinama Moore-Penrose apibendrinta inversija) , kuri pakeičia transponavimo operaciją ankstesnėje formulėje:

$$W = \mathcal{A}^+ \cdot \mathcal{B},$$

ir leidžia įsiminti pavyzdžius naudojant optimalią mažiausių kvadratų prasme koreliaciją tarp A ir B pavyzdžių.

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

OTAA mokymas (tęsinys)

Pseudoinversija

X yra matricos A pseudoinversija, jei tenkinamos visos toliau pateiktos sąlygos:

a) $AXA=A$;

b) $XAX=X$;

c) AX ir XA yra Hermito matricos.

Hermito matrica apibūdinama kaip matrica idientiška jos transponuotos matricos kompleksiškai jungtinei matricai.

Kompleksinės matricos kompleksinė jungtinė matrica turi narius, kurie yra kompleksiškai jungtiniai pradinės matricos nariams. Pavyzdžiui, jei reali matrica yra Hermito, vadinasi ji yra simetrinė.

Yra įrodyta, kad kiekvienai matricai egzistuoja jos vienintelė pseudoinversija.

Vienas iš paprasčiausių matricos pseudoinversijos skaičiavimo algoritmų yra Grevilio algoritmas.

Grevilio algoritmas

Jei matrica A su k stulpeliais pažymėsime A_k ir ją suskaidysime $A_k=[A_{k-1}|a_k]$, kur A_{k-1} yra matrica turinti k-1 stulpelius, tada Grevilio algoritmas užrašomas sekančiai:

$$A_k^+ = \begin{bmatrix} A_{k-1}^+ \cdot \left(I - a_k \cdot p_k^T\right) \\ p_k^T \end{bmatrix}, \text{ kur}$$

$$p_k = \begin{cases} \dfrac{\left(I - A_{k-1} \cdot A_{k-1}^+\right) \cdot a_k}{\left\|\left(I - A_{k-1} \cdot A_{k-1}^+\right) \cdot a_k\right\|^2}, & \text{jei skaitiklis} \neq 0, \\[2ex] \dfrac{\left(A_{k-1}^+\right)^T \cdot A_{k-1}^+ \cdot a_k}{1 + \left\|A_{k-1}^+ \cdot a_k\right\|^2}, & \text{jei skaitiklis} = 0. \end{cases}$$

Pradinė reikšmė A_1 yra lygi pirmam A matricos stulpeliui, todėl $A_1^+=a_1^T(a_1^T a_1)^{-1}$, kai a_1 nėra nulinis vektorius. Jei a_1 yra nulinis vektorius, tai $A_1^+=0^T$.

OTAA mokymas (tęsinys)

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

Autoasociatyviosios OTAA mokymas

Autoasociatyviosios OTAA mokymas vyksta naudojant lygtį:

$$V = \mathcal{A}^{+} \cdot \mathcal{A},$$

kur V yra autoasociatyviosios OTAA ryšių svorių matrica.

Jei visi A_k vektoriai yra tiesiškai nepriklausomi ir $m=n$, tada A^{-1} egzistuoja ir $A^{+}=(A^{T}A)^{-1}A^{T}=A^{-1}$, t.y. V matrica supaprastėja iki vienetinės matricos.

Jei pasirinksime tik dalį (m) tiesiškai nepriklausomų vektorių, tai jų nepakaks sudaryti kvadratinei matricai A^{-1}, ir todėl naudojama pseudoinversijos operacija. Jei vektorių skaičius viršija jų dydį ($m>n$), tada vėlgi naudojama pseudoinversijos operacija.

Naujumo filtro mokymas

Kai V matrica nesupaprastėja iki vienetinės matricos, visada imanoma naudojant pseudoinversiją sumodeliuoti naujumo filtrą. Naujumo filtras pateikia paelementį skirtumo tarp įėjimo pavyzdžio bei įsimintų pavyzdžių matą. Kuo pavyzdžiai panašesni, tuo naujumo filtro išėjime mažesnės reikšmės. Naujumo filtro mokymas užrašomas sekančiai:

$$N = I - \mathcal{A}^{+} \cdot \mathcal{A},$$

kur I yra vienetinė n x n matrica.

TEORIJA

98/99
97/98
96/97
95/96

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

OTAA atsakas ir jo analizė

Heteroasociatyviosios OTAA atsakas

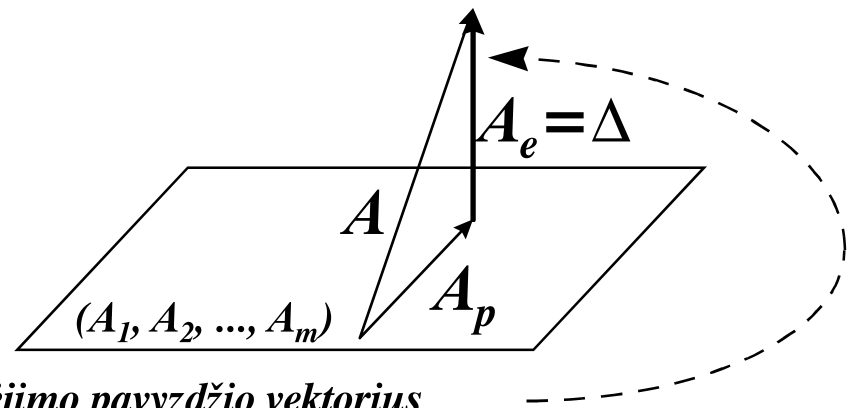
$$B = A \cdot W .$$

Autoasociatyviosios OTAA atsakas

$$A' = A \cdot V .$$

Naujumo filtro atsakas

$$\Delta = A \cdot N ,$$



kur Δ yra skirtumo tarp įsimintų pavyzdžių ir įėjimo pavyzdžio vektorius

Atsako analizė

OTAA atsakas paklūsta triukšmo slopinimo kvadratinės šaknies dėsniui:

$$\left\| A_p - A_k \right\|^{1/2} = \left(m/n \right)^{1/2} \left\| A - A_k \right\|,$$

kuris sako, kad jei $m<n$, tada atstumas tarp įsiminto vektoriaus A_k ir projekcijos vektoriaus A_p (t.y. triukšmo) mažėja kartu su m. Kitaip sakant, triukšmas yra slopinamas, jei $m<n$.

Optimalios tiesinės asociatyviosios atminties savybės

Šiuo atveju „savybės“ užrašytos kaip „sąvybės“.

Privalumai

- *betarpiškas interpoliacinis atsakas*
- *didesnis negu tiesinės asociatyviosios atminties kiekis galimos įsiminti informacijos*
- *gerai suprantamas sąryšių formavimas*

Trūkumai

- *didelė matricos pseudoinversijos skaičiavimo apimtis*
- *tiesinis signalo ir triukšmo stiprinimas*
- *nesugebėjimas formuoti netiesinius (A^k, B^k) sąryšius*

Naudojimas

- *vaizdų apdorojime*
- *pavyzdžių klasifikavime*
- *kalbos apdorojime*
- *raidžių atpažinime*
- *valdymo uždaviniuose*

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

Dalius Navakauskas, asistentas
Radioelektronikos katedra, Elektronikos Fakultetas, Vilniaus Technikos Universitetas
Aušros vartų 7A, 2600 Vilnius, Lietuva
Fax: (370-2) 627 730. Tel: (370-2) 626586. E-mail: dalius@el.vtu.lt

Pagrindiniai teiginiai

- ***Optimali tiesinė asociatyvioji atmintis gali vykdyti heteroasociatoriaus, autoasociatoriaus bei naujumo filtro funkcijas.***
- ***OTAA veikianti kaip naujumo filtras nustato kiekvieno iš įėjimo pavyzdžių skirtumus nuo anksčiau įsimintų pavyzdžių.***
- ***OTAA mokymas remiasi matricos pseudoinversijos skaičiavimu.***
- ***Kokią funkciją bevykdytų OTAA, jos atsakas formuojamas betarpiškai, atliekant matricos - vektoriaus sandaugos operaciją.***
- ***Pagrindinis optimalios tiesinės asociatyviosios atminties privalumas yra didesnė negu tiesinės asociatyviosios atminties saugomos informacijos talpa, o trūkumas - vienodas (tiesinis) triukšmo ir signalo stiprinimas.***
- ***Labiausiai optimali tiesinė asociatyvioji atmintis yra tinkama naudoti pavyzdžių atitikmens radimo bei naujumo filtravimo uždaviniuose.***