

# FUNKCIJOS. RIBOS. IŠVESTINĖS

## 1. Funkcijos apibrėžimo sritis

*Nustatykite funkcijos apibrėžimo sritį:*

1.  $y = \lg(x+3)$ ; Ats.:  $x > -3$ .
2.  $y = \sqrt{5-2x}$ ; Ats.:  $x \leq 2,5$ .
3.  $y = \frac{1}{x^2-1}$ ; Ats.:  $x \neq \pm 1$ .
4.  $y = \frac{1}{x^3-x}$ ; Ats.:  $x \neq 0; x \neq \pm 1$ .
5.  $y = \frac{2x}{x^2-3x+2}$ ; Ats.:  $x \neq 1, x \neq 2$ .
6.  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-4x}}$ ; Ats.:  $x < 0; x > 4$ .
7.  $y = \sqrt{x^2-4x+3}$ ; Ats.:  $x \leq 1; x \geq 3$ .
8.  $y = \arcsin(x-2)$ ; Ats.:  $1 \leq x \leq 3$ .
9.  $y = \arccos(1-2x)$ ; Ats.:  $0 \leq x \leq 1$ .
10.  $y = \sqrt{\lg\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)}$ ; Ats.:  $1 \leq x \leq 4$ .
11.  $y = \frac{1}{\lg(1-x)} + \sqrt{x+2}$ ; Ats.:  $-2 \leq x < 0, 0 < x < 1$ .
12.  $y = \sqrt{3-x} + \arcsin \frac{3-2x}{5}$ ; Ats.:  $-1 \leq x \leq 3$ .
13.  $y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{\frac{1}{x-2}} - \lg(2x-3)$ ; Ats.:  $1,5 < x < 2; x > 2$ .
14.  $y = \frac{3}{4-x^2} + \lg(x^3-x)$ ; Ats.:  $-1 < x < 0; 1 < x < 2; x > 2$ .
15.  $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{16-x^2}$ ; Ats.:  $-4 \leq x \leq -p; 0 \leq x \leq p$ .
16.  $y = \lg \frac{x-5}{x^2-10x+24} - \sqrt[3]{x+5}$ ; Ats.:  $4 < x < 5; x > 6$ .
17.  $y = \sqrt{x^2-3x+2} + \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ ; Ats.:  $-1 < x \leq 1; 2 \leq x < 3$ .
18.  $y = \lg(1 - \lg(x^2 - 5x + 16))$ ; Ats.:  $2 < x < 3$ .
19.  $y = \log_x(5-x)$ ; Ats.:  $0 < x < 1; 1 < x < 5$ .
20.  $y = \log_x(16-x^2)$ ; Ats.:  $0 < x < 1; 1 < x < 4$ .
21.  $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-4}$ ; Ats.:  $-3 \leq x < -2; -2 < x < 2; 2 < x \leq 3$ .
22.  $y = \frac{\lg \sqrt{4-x^2}}{\sqrt{x^2+x}}$ ; Ats.:  $-2 < x < -1; 0 < x < 2$ .
23.  $y = \lg(x^2-7x+12)$ ; Ats.:  $x < 3; x > 4$ .
24.  $y = \sqrt{5x^2+x-4}$ ; Ats.:  $x \leq -1; x \geq 0,8$ .
25.  $y = \frac{1}{\sqrt{6-x-x^2}}$ ; Ats.:  $-3 < x < 2$ .
26.  $y = \lg \frac{x^2-7x+12}{x-1}$ ; Ats.:  $1 < x < 3; x > 4$ .
27.  $y = \frac{\lg(6-x)}{x} - \sqrt{5-x}$ ; Ats.:  $x < 0; 0 < x \leq 5$ .
28.  $y = \sqrt{3 - \frac{3x-2}{x+2}} + \frac{\lg(7-x)}{x-3}$ ; Ats.:  $-2 < x < 3; 3 < x < 7$ .
29.  $y = \lg\left(1 - \frac{x}{x+1}\right) + \frac{\sqrt{3-x}}{x-2}$ ; Ats.:  $-1 < x < 2; 2 < x \leq 3$ .

$$30. y = \lg \frac{6-x-x^2}{x^2-7x+12}; \quad \text{Ats.: } -3 < x < 2; 3 < x < 4.$$

$$31. y = \sqrt{\frac{x^2-5x+6}{x^2-6x+8}}; \quad \text{Ats.: } x < 2; 2 < x \leq 3; x > 4.$$

$$32. y = \lg \frac{x^2-5x+4}{x^2-7x+6}; \quad \text{Ats.: } x < 1; 1 < x < 4; x > 6.$$

$$33. y = \frac{1}{\lg(x-3)} + \frac{1}{\sqrt{8-x}}; \quad \text{Ats.: } 3 < x < 4; 4 < x < 8.$$

$$34. y = \frac{\sqrt{7-x}}{\lg(x-1)}; \quad \text{Ats.: } 1 < x < 2; 2 < x \leq 7.$$

$$35. y = \frac{\sqrt{10-x}}{(x-5)\lg(x-1)}; \quad \text{Ats.: } 1 < x < 2; 2 < x < 5; 5 < x \leq 10.$$

$$36. y = \frac{1}{\sqrt{12-x}} + \frac{1}{(x-7)\lg(x-4)}; \quad \text{Ats.: } 4 < x < 5; 5 < x < 7; 7 < x < 12.$$

$$37. y = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2-6x+3}} - 0,8; \quad \text{Ats.: } x \leq 1; x \geq 5.$$

$$38. y = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^{x^2-9x+12}} - 8\frac{1}{3}; \quad \text{Ats.: } 2 \leq x \leq 7.$$

$$39. y = \lg(24 - 5^{x+1} + 5^{x-1}); \quad \text{Ats.: } x < 1.$$

$$40. y = \lg(16 - 2^{2x+1} - 2^{x+2}); \quad \text{Ats.: } x < 1.$$

$$41. y = \sqrt{4^x + 2^{3-2x}} - 6; \quad \text{Ats.: } x \leq 0,5; x \geq 1.$$

$$42. y = \sqrt{\log_3 \frac{3x+1}{x-2}}; \quad \text{Ats.: } x \leq -1,5; x > 2.$$

## 2. Funkcijos riba

**Apskaičiuokite ribas:**

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 1}{x - 3}; \quad \text{Ats.: } -3.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}; \quad \text{Ats.: } 3.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{3x^2 - 9x}; \quad \text{Ats.: } \frac{1}{9}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9}; \quad \text{Ats.: } \frac{1}{6}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}; \quad \text{Ats.: } 0,2.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}; \quad \text{Ats.: } 3.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8}; \quad \text{Ats.: } \frac{2}{3}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20}; \quad \text{Ats.: } 3.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 7x - 6}; \quad \text{Ats.: } 1.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}; \quad \text{Ats.: } -\sqrt{5}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{\sqrt{x + 3} - 3}; \quad \text{Ats.: } 6.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}; \quad \text{Ats.: } 0,5.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}; \quad \text{Ats.: } \frac{2}{3}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - 1}{x}; \quad \text{Ats.: } 2.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{4 - \sqrt{2x-2}}; \quad \text{Ats.: } \frac{2}{3}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8} \right); \quad \text{Ats.: } -0,5.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{3}{x^3 + 1} - \frac{1}{x + 1} \right); \text{ Ats.: } 1.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1 - x} - \frac{3}{1 - x^3} \right); \text{ Ats.: } -1.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^3 - 2x^2 + x}; \text{ Ats.: } 2.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 4x}{x^3 + 2x^2 + 5}; \text{ Ats.: } \infty.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x - 2}; \text{ Ats.: } 3.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x); \text{ Ats.: } 2,5.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x); \text{ Ats.: } 1,;$$

$$31. \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + x}); \text{ Ats.: } -0,5.$$

$$33. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 3x}); \text{ Ats.: } -0,5.$$

$$35. \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x}); \text{ Ats.: } 2.$$

$$37. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{3}{x} \right)^x; \text{ Ats.: } e^3.$$

$$39. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{5}{4x} \right)^x; \text{ Ats.: } e^{-\frac{5}{4}}.$$

$$41. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{2}{x}}; \text{ Ats.: } e^8.$$

$$43. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 0,2x)^{\frac{5}{x}}; \text{ Ats.: } e.$$

$$45. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{5x}}; \text{ Ats.: } e^{\frac{12}{5}}.$$

$$47. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{1 + x} \right)^x; \text{ Ats.: } \frac{1}{e}.$$

$$49. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 3}{2x + 1} \right)^{x + \frac{1}{2}}; \text{ Ats.: } e.$$

$$51. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x + 1}{5x + 3} \right)^{x + 3}; \text{ Ats.: } e^{\frac{2}{5}}.$$

$$53. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5} \right)^{x^2}; \text{ Ats.: } e^{-4}.$$

$$55. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x + 6} \right)^x; \text{ Ats.: } \frac{1}{e^6}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1} \right); \text{ Ats.: } 0,5.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 8}{2x - 1}; \text{ Ats.: } 0,5.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x^2}{x^3 - 3x}; \text{ Ats.: } 5.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 3x}; \text{ Ats.: } 0.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{5x + 1}; \text{ Ats.: } 0,4.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x); \text{ Ats.: } 0,5,;$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 5x}); \text{ Ats.: } -2,5.$$

$$32. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - x); \text{ Ats.: } -2.$$

$$34. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 4x}); \text{ Ats.: } -0,5.$$

$$36. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x); \text{ Ats.: } -0,5.$$

$$38. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2}{3x} \right)^x; \text{ Ats.: } \sqrt[3]{e^2}.$$

$$40. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{5}{x}}; \text{ Ats.: } e^{10}.$$

$$42. \lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}; \text{ Ats.: } \frac{\sqrt{e}}{e}.$$

$$44. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{\sin x}}; \text{ Ats.: } \frac{1}{e}.$$

$$46. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^{-x}; \text{ Ats.: } \frac{1}{e}.$$

$$48. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{2x + 1} \right)^x; \text{ Ats.: } \frac{1}{\sqrt{e}}.$$

$$50. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x + 1}{4x + 3} \right)^{x - 4}; \text{ Ats.: } \frac{\sqrt{e}}{e}.$$

$$52. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x + 3}{5x + 2} \right)^{x - 0,2}; \text{ Ats.: } \sqrt[5]{e}.$$

$$54. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x + 1}{6x - 3} \right)^{x + 1}; \text{ Ats.: } \sqrt[3]{e^2}.$$

$$56. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2 - 8}; \text{ Ats.: } e^2.$$

$$57. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}; \text{ Ats.: } \frac{3}{4}.$$

$$59. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{6x}; \text{ Ats.: } \frac{1}{2}.$$

$$61. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{16x}; \text{ Ats.: } \frac{5}{16}.$$

$$63. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin 5x}; \text{ Ats.: } \frac{4}{5}.$$

$$65. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{3x}; \text{ Ats.: } \frac{2}{3}.$$

$$67. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}; \text{ Ats.: } 1.$$

$$69. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}; \text{ Ats.: } 0.$$

$$71. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2}; \text{ Ats.: } \frac{1}{4}.$$

$$73. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}; \text{ Ats.: } \frac{1}{2}.$$

$$75. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^2 x}{x^2}; \text{ Ats.: } \frac{1}{2}.$$

$$77. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin px}{\sin 5px}; \text{ Ats.: } \frac{1}{5}.$$

$$79. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos^3 x - \cos^5 x}; \text{ Ats.: } 1.$$

$$81. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 3x}; \text{ Ats.: } \frac{4}{9}.$$

$$83. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x + 1}{x - 3}; \text{ Ats.: } 13.$$

$$85. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x}; \text{ Ats.: } \frac{2}{5}.$$

$$87. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3-x} - \sqrt{3+x}}; \text{ Ats.: } -\sqrt{3}.$$

$$89. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x}{x^4 + 2x^2 - 3}; \text{ Ats.: } 0.$$

$$91. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x; \text{ Ats.: } e^2.$$

$$93. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}; \text{ Ats.: } \frac{2}{5}.$$

$$95. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x}; \text{ Ats.: } 0.$$

$$58. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}; \text{ Ats.: } \frac{1}{2}.$$

$$60. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 10x}; \text{ Ats.: } \frac{2}{5}.$$

$$62. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 7x}; \text{ Ats.: } \frac{3}{7}.$$

$$64. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}; \text{ Ats.: } 1.$$

$$66. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{6x^2}; \text{ Ats.: } \frac{25}{12}.$$

$$68. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\sin 4x}; \text{ Ats.: } \frac{3}{4}.$$

$$70. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos x}{x^2}; \text{ Ats.: } 0.$$

$$72. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}; \text{ Ats.: } 8.$$

$$74. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{4}}{x^2}; \text{ Ats.: } \frac{1}{16}.$$

$$76. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos^2 x - \cos^4 x}; \text{ Ats.: } 1.$$

$$78. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 - \cos 2x}; \text{ Ats.: } \frac{1}{4}.$$

$$80. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x}; \text{ Ats.: } 2.$$

$$82. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}; \text{ Ats.: } 2.$$

$$84. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{4x - 8}; \text{ Ats.: } 0.$$

$$86. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{3x^2 - 9x}; \text{ Ats.: } \frac{1}{9}.$$

$$88. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{4x + 2}; \text{ Ats.: } \frac{3}{4}.$$

$$90. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 6x}\right); \text{ Ats.: } 3.$$

$$92. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}; \text{ Ats.: } \sqrt[3]{e}.$$

$$94. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 2x}{x^3}; \text{ Ats.: } 8.$$

$$96. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{2x}; \text{ Ats.: } \frac{3}{2}.$$

### 3. Funkcijos išvestinė

**Raskite funkcijų išvestines:**

1.  $y = \frac{1}{3}x^3 + 5x^2 - 3x + 4$ ; Ats.:  $x^2 + 10x - 3$ .
2.  $y = 1 - 3x + 2x^2$ ; Ats.:  $4x - 3$ .
3.  $y = 2 - \frac{7x}{2} - \frac{3\sqrt{x}}{4}$ ; Ats.:  $-3,5 - \frac{3}{8\sqrt{x}}$ .
4.  $y = \sqrt{x} - x$ ; Ats.:  $\frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$ .
5.  $y = (3 - x)^2$ ; Ats.:  $2x - 6$ .
6.  $y = (2x - 1)^3$ ; Ats.:  $24x^2 - 24x + 6$ .
7.  $y = (2x + 3)(3x + 1)$ ; Ats.:  $12x + 11$ .
8.  $y = x^3(x - \sqrt{x})$ ; Ats.:  $4x^3 - 3,5x^2\sqrt{x}$ .
9.  $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ ; Ats.:  $\frac{16x}{(x^2 + 4)^2}$ .
10.  $y = \frac{1 - x^3}{1 + x^3}$ ; Ats.:  $\frac{-6x^2}{(x^3 + 1)^2}$ .
11.  $y = 2 + \frac{2}{x}$ ; Ats.:  $-\frac{2}{x^2}$ .
12.  $y = 3x - \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$ ; Ats.:  $3 + \frac{1}{x^2} + \frac{6}{x^3}$ .
13.  $y = \frac{1 - x}{1 - \sqrt{x}}$ ; Ats.:  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ .
14.  $y = \frac{5}{\sqrt{x}} + x\sqrt{x}$ ; Ats.:  $-\frac{5}{2x\sqrt{x}} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$ .
15.  $y = \frac{3}{4}\sqrt[3]{x} - \frac{2x^2}{\sqrt[4]{x}}$ ; Ats.:  $\frac{1}{4\sqrt[3]{x^2}} - \frac{7\sqrt[4]{x^3}}{2}$ .
16.  $y = \frac{4}{5}\sqrt[5]{x} + \frac{4x}{\sqrt[4]{x}}$ ; Ats.:  $\frac{4}{25\sqrt[5]{x^4}} + \frac{3}{\sqrt[4]{x}}$ .
17.  $y = x^2 \ln x$ ; Ats.:  $x(2 \ln x + 1)$ .
18.  $y = \frac{\ln x - 2}{\ln x}$ ; Ats.:  $\frac{2}{x \ln^2 x}$ .
19.  $y = 2 \cdot 5^x + 3 \cdot e^x$ ; Ats.:  $2 \cdot 5^x \ln 5 + 3e^x$ .
20.  $y = x^2 e^x$ ; Ats.:  $xe^x(2 + x)$ .
21.  $y = \operatorname{ctgx} - \operatorname{tgx}$ ; Ats.:  $-\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x}$ .
22.  $y = x \sin x$ ; Ats.:  $\sin x + x \cos x$ .
23.  $y = \sin x(1 - \cos x)$ ; Ats.:  $\cos x - \cos 2x$ .
24.  $y = 5 \arcsin x - 3 \arccos x$ ; Ats.:  $\frac{8}{\sqrt{1 - x^2}}$ .
25.  $y = \left( \frac{\sqrt{x}\sqrt{x^{-2}}}{\sqrt[3]{x}} \right)^3$ ; Ats.:  $-\frac{5}{2x^3\sqrt{x}}$ .
26.  $y = \frac{\sqrt[3]{x}\sqrt{x^3}}{x}$ ; Ats.:  $\frac{5}{6\sqrt[6]{x}}$ .
27.  $y = \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$ ; Ats.:  $-\frac{1}{6x\sqrt[6]{x}} - \frac{1}{2x\sqrt{x}}$ .
28.  $y = \frac{1}{x} \left( x\sqrt[3]{x} + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2} \right)$ ; Ats.:  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{6x\sqrt[3]{x}}$ .

**Apskaičiuokite funkcijos išvestinę taške  $x_0$ :**

29.  $f(x) = 2x^2 + 5x$ ,  $x_0 = 1$ ; Ats.: 9.
30.  $f(x) = (2x - 4)(1 - x^2)$ ,  $x_0 = -4$ ; Ats.: -126.
31.  $f(x) = \left( x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \sqrt{x}$ ,  $x_0 = 4$ ; Ats.: 3.
32.  $f(x) = \sqrt{2x}(x^2 + 1)$ ,  $x_0 = 2$ ; Ats.: 10,5.
33.  $f(x) = \frac{3x - 1}{5x + 4}$ ,  $x_0 = 1$ ; Ats.:  $\frac{17}{81}$ .
34.  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - 8x}$ ,  $x_0 = 1$ ; Ats.:  $-\frac{1}{2}$ .
35.  $f(x) = \frac{\sin x - 1}{\sin x}$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ ; Ats.:  $\frac{2}{3}$ .
36.  $f(x) = \operatorname{arctgx}$ ,  $x_0 = \sqrt{3}$ ; Ats.:  $\frac{1}{4}$ .
37.  $f(x) = 5 \ln x + e^x$ ,  $x_0 = 1$ ; Ats.:  $5 + e$ .
38.  $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ ,  $x_0 = 1$ ; Ats.:  $-\frac{2e}{(e - 1)^2}$ .

**Raskite funkcijų išvestines:**

$$39. y = (4x^2 - 3)^3; \quad \text{Ats.: } 24x(4x^2 - 3)^2.$$

$$41. y = 3\sqrt[5]{(3x^2 - 1)^3}; \quad \text{Ats.: } \frac{54x}{5\sqrt[5]{(3x^2 - 1)^2}}.$$

$$43. y = \sqrt{x^2 + 3x + 6}; \quad \text{Ats.: } \frac{2x + 3}{2\sqrt{x^2 + 3x + 6}}.$$

$$45. y = (x^2 + 6)\sqrt{x^2 - 3}; \quad \text{Ats.: } \frac{3x^3}{\sqrt{x^2 - 3}}.$$

$$47. y = \frac{1 + 2x}{\sqrt{1 - 2x}}; \quad \text{Ats.: } \frac{3 - 2x}{(1 - 2x)\sqrt{1 - 2x}}.$$

$$49. y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}; \quad \text{Ats.: } \frac{-x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}.$$

$$51. y = 2 \cdot 5^x + 3e^x; \quad \text{Ats.: } 2 \cdot 5^x \ln 5 + 3e^x.$$

$$53. y = \lg(2x^2 + 4); \quad \text{Ats.: } \frac{2x}{(x^2 + 2)\ln 10}.$$

$$55. y = \lg(3x^2 - 2); \quad \text{Ats.: } \frac{6x}{(3x^2 - 2)\ln 10}.$$

$$57. y = \ln^6 x; \quad \text{Ats.: } \frac{6\ln^5 x}{x}.$$

$$59. y = 3 \cos x + 2 \sin x; \quad \text{Ats.: } 2 \cos x - 3 \sin x.$$

$$61. y = \frac{\cos x}{\sin 2x}; \quad \text{Ats.: } -\frac{\cos x}{2 \sin^2 x}.$$

$$63. y = 3 \cos 3x; \quad \text{Ats.: } -9 \sin 3x.$$

$$65. y = \sqrt[4]{1 + \cos^2 x}; \quad \text{Ats.: } -\frac{\sin 2x}{4\sqrt[4]{(1 + \cos^2 x)^3}}.$$

$$67. y = \operatorname{tg} x \sin^2 x; \quad \text{Ats.: } \operatorname{tg}^2 x + 2 \sin^2 x.$$

$$69. y = (2x + 1)^{10}; \quad \text{Ats.: } 20(2x + 1)^9.$$

$$71. f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3}, f'(1) = ?; \quad \text{Ats.: } \frac{1}{3\sqrt[3]{2}}.$$

$$73. y = 3^x e^x; \quad \text{Ats.: } 3^x e^x (1 + \ln 3).$$

$$75. f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, f(-1) = ?; \quad \text{Ats.: } \frac{-2e}{(1 - e)^2}.$$

$$77. y = (x^2 + 4)e^{-x^2}; \quad \text{Ats.: } -2(x^3 + 3x)e^{-x^2}.$$

$$40. y = (1 - 2\sqrt{x})^3; \quad \text{Ats.: } \frac{-3(1 - 2\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}.$$

$$42. y = \sqrt[3]{(x^3 + 1)^2}; \quad \text{Ats.: } \frac{2x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}.$$

$$44. y = \sqrt{4 - x^2}; \quad \text{Ats.: } \frac{-x}{\sqrt{4 - x^2}}.$$

$$46. S = (t^2 + 1)\sqrt{t^2 - 1}; \quad \text{Ats.: } \frac{t(3t^2 - 1)}{\sqrt{t^2 - 1}}.$$

$$48. y = \frac{3x}{\sqrt{x^2 - 1}}; \quad \text{Ats.: } \frac{-3}{(x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 1}}.$$

$$50. y = \left( \frac{1 + x}{x^2 - x} \right)^2; \quad \text{Ats.: } \frac{2(1 + x)(1 - 2x - x^2)}{(x^3 - x)^3}.$$

$$52. y = x^2 e^x; \quad \text{Ats.: } x e^x (x + 2).$$

$$54. y = \sqrt{x} + \log_2 x; \quad \text{Ats.: } \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x \ln 2}.$$

$$56. y = \ln \frac{x + 1}{x - 1}; \quad \text{Ats.: } \frac{2}{1 - x^2}.$$

$$58. y = \sqrt[3]{x + e^x}; \quad \text{Ats.: } \frac{1 + e^x}{3\sqrt[3]{(x + e^x)^2}}.$$

$$60. y = \cos x \cdot \sin x; \quad \text{Ats.: } \cos 2x.$$

$$62. y = \sin(x^2 + 5); \quad \text{Ats.: } 2x \cos(x^2 + 5).$$

$$64. y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{3}; \quad \text{Ats.: } \frac{1}{\cos^2 3x}.$$

$$66. y = \operatorname{ctg} \sqrt{x}; \quad \text{Ats.: } -\frac{1}{2\sqrt{x} \sin^2 \sqrt{x}}.$$

$$68. y = \operatorname{tg}^2 x \sin x; \quad \text{Ats.: } \frac{\sin^2 x (2 + \cos^2 x)}{\cos^3 x}.$$

$$70. y = (5 - 3x)^4; \quad \text{Ats.: } 12(3x - 5)^3.$$

$$72. f(x) = \sqrt[4]{(x^2 - 1)^3}, f'(0) = ?; \quad \text{Ats.: } 0.$$

$$74. y = \frac{e^x}{2^x}; \quad \text{Ats.: } \frac{e^x(1 - \ln 2)}{2^x}.$$

$$76. y = \frac{5 - e^x}{e^x + 2}; \quad \text{Ats.: } \frac{-7e^x}{(e^x + 2)^2}.$$

$$78. g(x) = 3^x(x^2 - 2x), g'(0) = ?; \quad \text{Ats.: } -2.$$

$$79. y = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}+1}; \quad \text{Ats.: } \frac{e^{\sqrt{x}}}{2(\sqrt{x}+1)^2}.$$

$$81. y = \frac{x^2}{3\ln x}; \quad \text{Ats.: } \frac{2x \ln x - x}{3\ln^2 x}.$$

$$83. y = \log_3 \frac{3x}{3x-1}; \quad \text{Ats.: } \frac{1}{x(1-3x)\ln 3}.$$

$$85. y = \operatorname{ctgx} - \frac{1}{\operatorname{ctgx}}; \quad \text{Ats.: } -\frac{4}{\sin^2 2x}.$$

$$87. y = \frac{2 + \operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x}; \quad \text{Ats.: } -\frac{2}{\sin^2 x}.$$

$$89. y = \ln^2 \sin x; \quad \text{Ats.: } 2\ln(\sin x) \cdot \operatorname{ctgx}.$$

$$91. y = \cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x; \quad \text{Ats.: } -\sin x.$$

$$93. y = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 4; \quad \text{Ats.: } \frac{1}{x\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}.$$

$$95. y = \frac{\ln t - 2}{\ln t}; \quad \text{Ats.: } \frac{2}{t \ln^2 t}.$$

$$97. f(x) = \sqrt{3x^2 + 4}, f'(2) - ?; \quad \text{Ats.: } 1,5.$$

$$99. f(x) = \sqrt{5x^2 + 16}, f'(2) - ?; \quad \text{Ats.: } 1\frac{2}{3}.$$

$$101. y = e^{2x}; \quad \text{Ats.: } 2e^{2x}.$$

$$103. y = e^{\sqrt{x}}; \quad \text{Ats.: } \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}.$$

$$105. y = e^{5x^2-3x}; \quad \text{Ats.: } (10x-3)e^{5x^2-3x}.$$

$$107. y = 3\ln x - x^2; \quad \text{Ats.: } \frac{3}{x} - 2x.$$

$$109. y = 3\operatorname{tg}(2x+1); \quad \text{Ats.: } \frac{6}{\cos^2(2x+1)}.$$

$$111. y = \operatorname{tg} \sqrt[3]{x^2}; \quad \text{Ats.: } \frac{2}{3\sqrt[3]{x} \cos^2 \sqrt[3]{x^2}}.$$

$$113. y = \frac{\sqrt{9+x^2}}{x}; \quad \text{Ats.: } \frac{-9}{x^2 \sqrt{9+x^2}}.$$

$$115. f(t) = \sqrt{\frac{1-t}{t}}; \quad \text{Ats.: } -\frac{1}{2\sqrt{t^3(1-t)}}.$$

$$117. y = 2^{\sqrt{x}}; \quad \text{Ats.: } \frac{2^{\sqrt{x}-1} \ln 2}{\sqrt{x}}.$$

$$119. y = x^3 \cdot e^x; \quad \text{Ats.: } (x^3 + 3x^2)e^x.$$

$$80. y = (e^{3x} + 1)^2; \quad \text{Ats.: } 6e^{3x}(e^{3x} + 1).$$

$$82. y = x^2 \ln x; \quad \text{Ats.: } x(2\ln x + 1).$$

$$84. y = \log_4 \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}; \quad \text{Ats.: } \frac{4x}{(1-x^4)\ln 4}.$$

$$86. f(x) = \frac{\sin x - 1}{\sin x}, f\left(\frac{\pi}{4}\right) - ?; \quad \text{Ats.: } \sqrt{2}.$$

$$88. y = \frac{\sin x}{x^2}; \quad \text{Ats.: } \frac{x \cos x - 2 \sin x}{x^3}.$$

$$90. y = \frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x; \quad \text{Ats.: } \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x}.$$

$$92. y = 2 \sin \frac{x}{2}; \quad \text{Ats.: } \cos \frac{x}{2}.$$

$$94. y = (3x^2 + 4)^5; \quad \text{Ats.: } 30x(3x^2 + 4)^4.$$

$$96. y = \cos(3x^2 - 1); \quad \text{Ats.: } -6x \sin(3x^2 - 1).$$

$$98. f(t) = \sqrt{t^2 - t + 1}, f'(2) - ?; \quad \text{Ats.: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$100. f(x) = x\sqrt{1+x^2}, f'(\sqrt{3}); \quad \text{Ats.: } 3,5.$$

$$102. y = e^{-x^2}; \quad \text{Ats.: } -2xe^{-x^2}.$$

$$104. y = 3^{2x^2}; \quad \text{Ats.: } 4x3^{2x^2} \ln 3.$$

$$106. y = x^2 e^{x^2+3x}; \quad \text{Ats.: } (2x^3 + 3x^2 + 2x)e^{x^2+3x}.$$

$$108. f(x) = 4\ln x + x^3, f'(2) - ?; \quad \text{Ats.: } 14.$$

$$110. y = \cos(3x^2 - 1); \quad \text{Ats.: } -6x \sin(3x^2 - 1).$$

$$112. y = 3\sin^2(2x-1); \quad \text{Ats.: } 6\sin(4x-2).$$

$$114. y = \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}; \quad \text{Ats.: } \frac{8}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}.$$

$$116. f(x) = \sqrt{\frac{x}{1+x}}; \quad \text{Ats.: } \frac{\sqrt{x(x+1)}}{2x(x+1)^2}.$$

$$118. y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}; \quad \text{Ats.: } \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}.$$

$$120. f(x) = e^{\sqrt{2x^2-1}}, f'(1) - ?; \quad \text{Ats.: } 2e.$$

121.  $y = \ln \frac{2}{2+x}$ ;  $Ats.: -\frac{1}{2+x}$ .  
 122.  $y = \ln \sqrt{2x-1}$ ;  $Ats.: \frac{1}{2x-1}$ .  
 123.  $y = (x^2-1)\ln x^3$ ;  $Ats.: 6x \ln x + \frac{3(x^2-1)}{x}$ .  
 124.  $y = \frac{\ln x}{x-1}$ ;  $Ats.: \frac{1}{(x-1)^2} \left( \frac{x-1}{x} - \ln x \right)$   
 125.  $f(x) = 3 \sin^2 x$ ,  $f\left(\frac{p}{6}\right) - ?$ ;  $Ats.: \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .  
 126.  $f(x) = \sin^2 x \operatorname{tg} x$ ,  $f\left(\frac{p}{4}\right) - ?$ ;  $Ats.: 2$ .  
 127.  $y = 5 \sin^3 x$ ;  $Ats.: 15 \sin^2 x \cos x$ .  
 128.  $y = 3 \sin(2x^2-3)^3$ ;  $Ats.: 36x(2x-3)^2 \cos(2x^2-3)^3$ .  
 129.  $f(x) = \frac{e^x+2}{e^x-2}$ ,  $f'(-1) - ?$ ;  $Ats.: -\frac{4e}{(1-2e)^2}$ .  
 130.  $y = (x+1)e^x$ ;  $Ats.: (x+2)e^x$ .  
 131.  $y = \frac{x^2+1}{e^x}$ ;  $Ats.: (2x-x^2-1)e^{-x}$ .  
 132.  $y = x \cdot 2^{3x+x^2}$ ;  $Ats.: ((2x^2+3x)\ln 2 + 1)2^{3x+x^2}$ .  
 133.  $y = (1-\ln x)x$ ;  $Ats.: -\ln x$ .  
 134.  $f(t) = t^2 - 3\ln t$ ,  $f'(3) - ?$ ;  $Ats.: 5$ .  
 135.  $y = \frac{\ln x}{1-\ln x}$ ;  $Ats.: \frac{1}{x(1-\ln x)^2}$ .  
 136.  $y = \ln \frac{2x-1}{x^2}$ ;  $Ats.: \frac{2(1-x)}{x(2x-1)}$ .  
 137.  $y = \frac{1}{(1+\cos 4x)^5}$ ;  $Ats.: \frac{20 \sin 4x}{(1+\cos 4x)^6}$ .  
 138.  $y = \frac{\cos^2 x}{1+\cos^2 x}$ ;  $Ats.: -\frac{\sin 2x}{(1+\cos^2 x)^2}$ .  
 139.  $y = 2 \cos^2 3x$ ;  $Ats.: -6 \sin 6x$ .  
 140.  $y = \sqrt{\sin x}$ ;  $Ats.: \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$ .  
 141.  $y = x^2 \ln^2(3x)$ ;  $Ats.: 2x \ln(3x)(\ln(3x)+1)$ .  
 142.  $f(x) = \frac{\ln x+2}{2-\ln x}$ ,  $f'(e) - ?$ ;  $Ats.: \frac{4}{e}$ .  
 143.  $y = \log_4(3-x)^3$ ;  $Ats.: \frac{3}{(x-3)\ln 4}$ .  
 144.  $y = 2^{\ln(x+1)}$ ;  $Ats.: \frac{2^{\ln(x+1)} \ln 2}{x+1}$ .  
 145.  $y = \frac{1}{3} \cos 3x$ ;  $Ats.: -\sin 3x$ .  
 146.  $y = \frac{\sin 5x}{5} - 2 \cos \frac{x}{2}$ ;  $Ats.: \cos 5x + \sin \frac{x}{2}$ .  
 147.  $y = x(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)$ ;  $Ats.: 2x-9$ .  
 148.  $y = \frac{x^2+3}{x^2-3}$ ;  $Ats.: \frac{-12x}{(x^2-3)^2}$ .  
 149.  $y = \frac{\ln x-2}{\ln x}$ ;  $Ats.: \frac{2}{x \ln^2 x}$ .  
 150.  $y = \ln(2x^2-3)$ ;  $Ats.: \frac{4x}{2x^2-3}$ .  
 151.  $y = \ln \sqrt{2x}$ ;  $Ats.: \frac{1}{2x}$ .  
 152.  $y = \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ ;  $Ats.: \frac{1}{x^2-1}$ .  
 153.  $y = \ln^2(2x+1)$ ;  $Ats.: \frac{4 \ln(2x+1)}{2x+1}$ .  
 154.  $y = \ln^3(3x)$ ;  $Ats.: \frac{3 \ln^2(3x)}{x}$ .  
 155.  $y = e^{x+1} \ln(x+5)$ ;  $Ats.: e^{x+1} \left( \ln(x+5) + \frac{1}{x+5} \right)$ .  
 156.  $y = \log_3(1-2x^2)^4$ ;  $Ats.: \frac{16x}{(2x^2-1)\ln 3}$ .  
 157.  $f(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1}$ ,  $f'(1)$ ;  $Ats.: \frac{2e}{(e+1)^2}$ .  
 158.  $y = \ln \sqrt{\cos x}$ ;  $Ats.: -\frac{1}{2} \operatorname{tg} x$ .  
 159.  $y = \frac{5^{x+1}}{\ln 5} - \frac{5^{x-1}}{\ln 5}$ ;  $Ats.: 5^{x+1} - 5^{x-1}$ .  
 160.  $y = \cos^2 x + \sin^4 x - \cos^4 x$ ;  $Ats.: \sin 2x$ .



#### 4. Funkcijų išvestinių taikymai

*Raskite funkcijų didėjimo ir mažėjimo intervalus:*

1.  $y = 3x^2 - 12x + 5$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (2; +\infty)$ ; mažėja, kai  $x \in (-\infty; 2)$ .*
2.  $y = 3 - 4x - x^2$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (-\infty; -2)$ ; mažėja, kai  $x \in (-2; +\infty)$ .*
3.  $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (2; +\infty)$ ; mažėja, kai  $x \in (-\infty; 2)$ .*
4.  $g(x) = 5 - 6x - x^2$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (-\infty; -3)$ ; mažėja, kai  $x \in (-3; +\infty)$ .*
5.  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 10$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (-\infty; 2)$  ir  $x \in (3; +\infty)$ ; mažėja, kai  $x \in (2; 3)$ .*
6.  $f(x) = 1 + 6x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (-2; 3)$ ; mažėja, kai  $x \in (-\infty; -2)$  ir  $x \in (3; +\infty)$ .*
7.  $S(t) = \frac{1}{5}t^5 - \frac{5}{3}t^3 + 4t$ ;      *Ats.: didėja, kai  $t \in (-\infty; -2)$ ,  $t \in (-1; 1)$  ir  $t \in (2; +\infty)$ ;  
mažėja, kai  $t \in (-2; -1)$  ir  $t \in (1; 2)$ .*
8.  $y = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 - x^2 - 5$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (-\infty; 0)$  ir  $x \in (1; 2)$ ;  
mažėja, kai  $x \in (0; 1)$  ir  $x \in (2; +\infty)$ .*
9.  $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 - 6$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (0; 1)$  ir  $x \in (2; +\infty)$ ;  
mažėja, kai  $x \in (-\infty; 0)$  ir  $x \in (1; 2)$ .*
10.  $f(x) = (1 - \ln x)x$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (0; 1)$ ; mažėja, kai  $x \in (1; +\infty)$ .*
11.  $f(x) = x \ln x$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in \left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$  mažėja, kai  $x \in \left(0; \frac{1}{e}\right)$*
12.  $y = \ln x^2$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (0; +\infty)$ ; mažėja, kai  $x \in (-\infty; 0)$ .*
13.  $y = \ln \frac{1}{x}$ ;      *Ats.: mažėja, kai  $x \in (0; +\infty)$ .*
14.  $y = e^{x^2}$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (0; +\infty)$ ; mažėja, kai  $x \in (-\infty; 0)$ .*
15.  $f(x) = 3x + \frac{3}{x} + 5$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (-\infty; -1)$  ir  $x \in (1; +\infty)$ ;  
mažėja, kai  $x \in (-1; 0)$  ir  $x \in (0; 1)$ .*
16.  $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2$ ;      *Ats.: didėja, kai  $x \in (-\infty; -1)$  ir  $x \in (1; +\infty)$ ;  
mažėja, kai  $x \in (-1; 0)$  ir  $x \in (0; 1)$ .*
17.  $y = \frac{1}{2x}$ ;      *Ats.: mažėja, kai  $x \in (-\infty; 0)$  ir  $x \in (0; +\infty)$ .*

$$18. y = \frac{4}{2-x};$$

$$19. f(t) = \frac{t^3}{1-t};$$

$$20. y = \sqrt{1-x^2};$$

Ats.: didēja, kai  $x \in (-\infty; 2)$  ir  $x \in (2; +\infty)$ .

Ats.: didēja, kai  $t \in (-\infty; 0)$ ,  $t \in (0; 1)$  ir  $t \in \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$  mažēja, kai  $t \in \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Ats.: didēja, kai  $x \in (-1; 0)$ ; mažēja, kai  $x \in (0; 1)$ .

**Raskite funkcijų ekstremumus:**

$$21. y = x^2 - \frac{1}{2}x^4;$$

Ats.:  $y_{\max} = y(\pm 1) = \frac{1}{2}$ ;  $y_{\min} = y(0) = 0$ .

$$22. y = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3;$$

Ats.:  $y_{\max} = y(-1) = 4\frac{1}{6}$ ;  $y_{\min} = y(2) = -\frac{1}{3}$ .

$$23. y = x^4 - 2x^3 - 2x^2;$$

Ats.:  $y_{\max} = y(0) = 0$ ;  $y_{\min} = y(-0,5) = -\frac{3}{16}$ ;  $y_{\min} = y(2) = -8$ .

$$24. y = x^4 - 2x^2 + 1;$$

Ats.:  $y_{\max} = y(0) = 1$ ;  $y_{\min} = y(\pm 1) = 0$ .

$$25. f(x) = 0,5x^2 - 3x;$$

Ats.:  $f_{\min} = f(3) = -4,5$ .

$$26. f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 18x + 120;$$

Ats.:  $f_{\max} = f(-3) = 174$ ;  $f_{\min} = f(1) = 110$ .

$$27. f(x) = 3x^4 - 4x^3;$$

Ats.:  $f_{\min} = f(1) = -1$ .

$$28. f(t) = \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} - 2t + \frac{8}{3};$$

Ats.:  $f_{\max} = f(-2) = 6$ ;  $f_{\min} = f(1) = 1,5$ .

$$29. f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2};$$

Ats.:  $f_{\max} = f(1) = \frac{2}{3}$ ;  $f_{\min} = f(0) = 0,5$ .

$$30. f(x) = x^4 - 2x^2 + 6;$$

Ats.:  $f_{\max} = f(0) = 6$ ;  $f_{\min} = f(\pm 1) = 5$ .

$$31. f(x) = -x^4 + 8x^2 - 1;$$

Ats.:  $f_{\max} = f(\pm 2) = 15$ ;  $f_{\min} = f(0) = -1$ .

$$32. f(x) = \sqrt[3]{x^2}(x-3);$$

Ats.:  $f_{\max} = f(0) = 0$ ;  $f_{\min} = f(1,2) \approx -2$ .

$$33. f(x) = 3\sqrt[3]{x^2} - x;$$

Ats.:  $f_{\max} = f(8) = 4$ ;  $f_{\min} = f(0) = 0$ .

$$34. f(x) = \sqrt[3]{x};$$

Ats.: Ekstremumų nėra.

$$35. f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x};$$

Ats.:  $f_{\max} = f(-3) = -2$ ;  $f_{\min} = f(3) = 2$ .

$$36. f(x) = x^2 e^{-x};$$

Ats.:  $f_{\max} = f(2) = \frac{4}{e^2}$ ;  $f_{\min} = f(0) = 0$ .

$$37. f(x) = x \ln x;$$

Ats.:  $f_{\min} = f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$ .

$$38. f(x) = e^x + e^{-x};$$

Ats.:  $f_{\min} = f(0) = 2$ .

$$39. f(x) = \sin x + \cos x;$$

Ats.:  $f_{\max} = f\left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right) = \sqrt{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;

$f_{\min} = f\left(\frac{5\pi}{4} + 2k\pi\right) = -\sqrt{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

$$40. f(x) = \sin 2x - x;$$

Ats.:  $f_{\max} = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$ ;  $f_{\min} = f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos reikšmes duotame intervale:**

41.  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 2$ ;  $Ats.: \max_{[-1;1]} f(x) = f\left(-\frac{2}{3}\right) = 3\frac{13}{27}$ ;  $\min_{[-1;1]} f(x) = f(1) = -3$ .  
 $x \in [-1;1]$ ;

42.  $f(x) = -x^4 + 4x - 3$ ,  $[0;3]$ ;  $Ats.: \max_{[0;3]} f(x) = f(1) = 0$ ;  $\min_{[0;3]} f(x) = f(3) = -72$ .

43.  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ ,  $[-1;4]$ ;  $Ats.: \max_{[-1;4]} f(x) = f(-1) = 12$ ;  $\min_{[-1;4]} f(x) = f(3) = -4$ .

44.  $f(x) = -2x^2 + 8x - 7$ ,  $[0;3]$ ;  $Ats.: \max_{[0;3]} f(x) = f(2) = 1$ ;  $\min_{[0;3]} f(x) = f(0) = -7$ .

45.  $f(x) = x^2 - 8x + 7$ ,  $[-1;7]$ ;  $Ats.: \max_{[-1;7]} f(x) = f(-1) = 16$ ;  $\min_{[-1;7]} f(x) = f(4) = -9$ .

46.  $f(x) = x^3 - 3x$ ,  $[-1;2]$ ;  $Ats.: \max_{[-1;2]} f(x) = f(-1) = f(2) = 2$ ;  $\min_{[-1;2]} f(x) = f(1) = -2$ .

47.  $f(x) = 4x - x^3$ ,  $[-2;2]$ ;  $Ats.: \max_{[-2;2]} f(x) = f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{16\sqrt{3}}{9}$ ;

$\min_{[-2;2]} f(x) = f\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{16\sqrt{3}}{9}$ .

48.  $f(x) = x^3 - 4x$ ,  $[-2;3]$ ;  $Ats.: \max_{[-2;3]} f(x) = f(3) = 15$ ;

$\min_{[-2;3]} f(x) = f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{16\sqrt{3}}{9}$ .

49.  $f(x) = x - x^3$ ,  $[-2;1]$ ;  $Ats.: \max_{[-2;1]} f(x) = f(-2) = 6$ ;  $\min_{[-2;1]} f(x) = f\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ..

50.  $f(x) = e^{x^2}$ ,  $[-1;1]$ ;  $Ats.: \max_{[-1;1]} f(x) = f(\pm 1) = e$ ;  $\min_{[-1;1]} f(x) = f(0) = 1$ .

51.  $f(x) = \ln x$ ,  $[1;e]$ ;  $Ats.: \max_{[1;e]} f(x) = f(e) = 1$ ;  $\min_{[1;e]} f(x) = f(1) = 0$ .

52.  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ ,  $[1;4]$ ;  $Ats.: \max_{[1;4]} f(x) = f(1) = f(4) = 2,5$ ;  $\min_{[1;4]} f(x) = f(2) = 2$ .

53.  $f(x) = \sin 2x$ ,  $\left[\frac{p}{6}; \frac{3p}{4}\right]$ ;  $Ats.: \max_{\left[\frac{p}{6}; \frac{3p}{4}\right]} f(x) = f\left(\frac{p}{4}\right) = 1$ ;  $\min_{\left[\frac{p}{6}; \frac{3p}{4}\right]} f(x) = f\left(\frac{3p}{4}\right) = -1$ .

54. Dviejų neneigiamų skaičių suma lygi 4. Kokie turi būti tie skaičiai, kad jų kvadratų suma būtų mažiausia?

*Ats.: 2;2.*

55. Iš stačiakampio skardos lakšto, kurio kraštinės 80 cm ir 50 cm, reikia pagaminti dėžutę be dangčio, išpjaujant kampuose kvadratus ir užlenkiant lakšto kraštus. Kokia turi būti išpjaujamų kvadratų kraštinė, kad dėžutės tūris būtų didžiausias?

*Ats.: 10 cm.*

56. Prie namo sienos reikia aptverti 120 m ilgio vielos tinklu stačiakampį žemės sklypą. kokie turi būti stačiakampio matmenys, kad jo plotas būtų didžiausias?

*Ats.: 30 m; 60m.*

57. Skaičių 10 išskaidykite į 2 dėmenis taip, kad jų sandauga būtų didžiausia.

*Ats.: 5 ir 5.*

58. Dviejų teigiamų skaičių suma lygi 6. kokie turi būti tie skaičiai, kad jų kubų suma būtų mažiausia?

Ats.: 3 ir 3.

59. Iš 10 dm ilgio vielos gabalo reikia išlankstyti didžiausio ploto stačiakampį. Apskaičiuokite jo kraštines.

Ats.: 2,5 dm ir 2,5 dm.

60. Į atvirą baką, kurio pagrindas kvadratas, turi tilpti 256 litrai benzino. Kokių matmenų bakui pagaminti bus sunaudota mažiausia medžiaga?

Ats.: 8 dm, 8 dm ir 4 dm.

61. Įrodykite, kad iš visų stačiųjų trikampių, kurių įžambinė duota, lygiašonio trikampio plotas yra didžiausias.

62. Skaičių 6 išskaidykite į 2 dėmenis taip, kad prie vieno skaičiaus pridėjus kito kvadratą, gautoji suma būtų mažiausia.

Ats.: 5,5 ir 0,5.

63. kokia turi būti  $a$  reikšmė, kad lygties  $x^2 - (a-2)x - a - 3 = 0$  šaknų kvadratų suma būtų mažiausia?

Ats.: 1.

64. Lango yra stačiakampio, viršuje sujungto su pusskrituliu, formos. Lango perimetras 8 m. Koks turi būti pusskritulio spindulys, kad langas praleistų daugiausia šviesos?

Ats.:  $\frac{8}{p+4}$ .

65. Į apskritimą įbrėžtas mažiausio perimetro stačiakampis. Jo plotas lygus  $16 \text{ cm}^2$ . Apskaičiuokite apskritimo spindulį.

Ats.:  $2\sqrt{2} \text{ cm}$ .

66. Lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė ir trumpesnysis pagrindas lygus 40 cm. Koks turi būti ilgesnysis pagrindas, kad trapecijos plotas būtų didžiausias?

Ats.: 80 cm.

67. Kūgio sudaromoji lygi  $20\sqrt{3} \text{ cm}$ . Kokia turi būti kūgio aukštinė, kad jo tūris būtų didžiausias?

Ats.: 20 cm.

68. Apie rutulį, kurio spindulys  $r$ , apibrėžtas kūgis. Raskite jo aukštinę.

Ats.:  $4r$ .

69. Į rutulį, kurio spindulys lygus 3 cm, įbrėžtas kūgis. Kokia turi būti kūgio aukštinė, kad jo tūris būtų didžiausias?

Ats.: 4 cm.

70. Į rutulį, kurio spindulys lygus  $\sqrt{3} \text{ cm}$ , įbrėžtas didžiausio tūrio ritinys. Raskite jo tūrį.

Ats.: 4 cm.

**Ištyrkykite funkcijas ir nubraižykite jų grafikus:**

71.  $y = x^4 - 5x^2 + 4$ .

72.  $y = x^4 - 10x^2 + 9$ .

73.  $y = 3x^3 - 2x^2 + 4$ .

74.  $y = 4x^2 - x^4$ .

75.  $y = x^3 + x$ .

76.  $y = x^3 - 3x$ .

77.  $y = -3x^2 + 5x - 4$ .

78.  $y = -3x^2 + 12x$ .

79.  $y = -x^4 + 8x^2 + 9$ .

80.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

81.  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ .

82.  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ .

83.  $y = x \ln x$ .

84.  $y = e^{x^2}$ .

85.  $y = 2^{-x^2+1}$ .

86.  $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$ .

87.  $y = \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^4$ .

88.  $y = x^2 \ln x$ .