

**Kauno Technologijos Universitetas**

Fizikos katedra

Ignas Požėla, Česlovas Radvilavičius

# **Optika ir atomo fizika**

Mokomoji knyga

Kaunas, 2003 m.

# Turinys

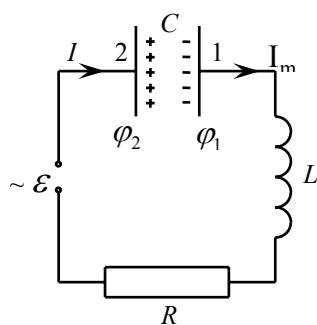
1. Elektromagnetiniai virpesiai ir bangos.....	3
1.1 Elektromagnetiniai virpesiai .....	3
1.2 Maksvelo lygtys .....	13
1.3 Elektromagnetinės bangos.....	19
2. Banginė optika.....	24
2.1 Šviesos bangos .....	24
2.2 Pagrindinės fotometrinės sąvokos.....	27
2.3 Šviesos interferencija .....	30
2.3.1 Šviesos interferavimo būdai .....	30
2.3.2 Plonų plėvelių spalvos.....	35
2.3.3 Niutono žiedai .....	36
2.3.4 Interferometrai.....	37
2.3.5 Interferencijos panaudojimas .....	40
2.4 Šviesos difrakcija .....	42
2.4.1 Heigenso ir Frenelio principas .....	42
2.4.2 Frenelio zonų metodas .....	43
2.4.3 Frenelio difrakcija .....	44
2.4.4 Fraunhoferio difrakcija.....	45
2.4.5 Šviesos difrakcija vienmatėje difrakcinėje gardelėje.....	46
2.4.6 Šviesos difrakcija erdvinėje difrakcinėje gardelėje.....	48
2.4.7 Optinių prietaisų skiriamoji geba .....	50
2.4.8 Holografija .....	51
2.5 Šviesos poliarizacija.....	53
2.5.1 Natūrali ir poliarizuota šviesa. Briusterio dėsnis .....	53
2.5.2 Atsispindėjusios ir lūžusios šviesos poliarizacija.....	54
2.5.3 Dvejopas šviesos lūžimas. Poliarizacijos prietaisai .....	55
2.5.4 Poliarizuotos šviesos interferencija.....	58
2.5.5 Dirbtinė optinė anizotropija .....	61
2.5.6 Poliarizacijos plokštumos sukimas.....	62
2.6 Šviesos dispersija .....	64
2.6.1 Normali ir anomali šviesos dispersija .....	64
2.6.2 Šviesos dispersijos elektroninė teorija .....	65
2.6.3 Šviesos absorbcija ir sklaida .....	69
2.7 Čerenkovo spinduliavimas .....	73
2.8 Doplerio reiškinyss .....	74
2.9 Grupinis greitis.....	76
2.10 Netiesinės optikos samprata .....	78
3. Kvantinė optika .....	81
3.1 Šiluminio spinduliavimo samprata.....	81
3.2 Šiluminio spinduliavimo dėsniai .....	82
3.3 Spinduliavimo kvantų hipotezė ir Planko formulė.....	85
3.4 Fotoefekto aiškinimas .....	87
3.5 Komptono reiškinyss .....	90
3.6 Dvejopa šviesos prigimtis .....	93
4. Pagrindiniai kvantinės mechanikos principai.....	96
4.1 Vandeniliškųjų sistemų linijiniai spektrai .....	96
4.2 Dvejopa mikrodalelių prigimtis .....	100
4.3 Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšiai .....	103
4.4 Banginė funkcija .....	106
4.5 Fizikinių dydžių operatoriai .....	108

4.6 Šrėdingerio lygtis .....	113
4.7 Laisvosios dalelės judėjimas .....	115
4.9 Dalelės atspindys ir praėjimas pro potencialinį barjerą .....	121
4.10 Tiesinis osciliatorius.....	126
5. Kvantinės statistikos pradmenys .....	129
5.1 Klasikinė ir kvantinė statistika .....	129
5.2 Fazinė erdvė .....	130
5.3 Būsenų skaičius .....	132
5.4 Cheminis potencialas.....	134
5.5 Kvantiniai skirstiniai .....	135
5.6 Neišsigimusios ir išsigimusios dujos.....	138
5.7 Kvantinių skirstinių taikymas.....	139
6. Atomų ir molekulių fizikos pradmenys.....	143
6.1 Mikrodalelių impulso momentas.....	143
6.2 Šrėdingerio lygties taikymas vandeniliškosioms sistemoms .....	146
6.3 Zėmano ir Štarko reiškiniai .....	153
6.4 Elektrono sukinys.....	155
6.5 Elektronų pasiskirstymas daugiaelektroniniame atome ir periodiškumas .....	157
6.6 Rentgeno spinduliai.....	162
6.7 Molekulių ir jų spektrų samprata .....	165
6.8 Kvantiniai stiprintuvai ir generatoriai .....	170
7. Kietojo kūno fizikos pradmenys .....	179
7.1 Kietojo kūno modelis .....	179
7.2 Kristalo energijų juostos.....	180
7.3 Energijos juostų užpildymas elektronais. Laidininkai, puslaidininkiai ir dielektrikai .....	182
7.4 Puslaidininkių savasis ir priemaišinys laidumas .....	184
7.5 Puslaidininkių elektrinis laidumas .....	187
7.6 Puslaidininkių fotolaidumas .....	191
7.7 Elektroninė ir skylinė (np) sandūra .....	193
7.8 Fononai.....	196
7.9 Metalų šiluminė talpa .....	198
7.10 Metalų elektrinis laidumas .....	202
8. Atomo branduolio fizika .....	207
8.1 Atomo branduolio sandara ir pagrindinės savybės .....	207
8.2 Branduolinės jėgos .....	211
8.3 Branduolio ryšio energija .....	213
8.4 Dalelių registravimo būdai .....	215
8.5 Radioaktyvusis irimas .....	216
8.6 Branduolinės reakcijos .....	221
8.7 Branduolių savaiminis dalijimasis .....	224
8.8 Branduoliniai reaktoriai.....	226
8.9 Termobranduolinės reakcijos .....	228
9. Elementariosios dalelės .....	232
9.1 Makro ir mikropasaulių masteliai .....	232
9.2 Dalelės ir antidalelės .....	234
9.3 Fundamentalios sąveikos.....	237
9.4 Subatominių dalelių klasifikacija .....	240
9.5 Elementarių dalelių virsmai .....	245
9.6 Kvarkai .....	247
9.7 Fundamentaliųjų sąveikų nešikliai .....	251

# 1. Elektromagnetiniai virpesiai ir bangos

## 1.1 Elektromagnetiniai virpesiai

Omo dėsnį galima taikyti ne tik nuolatinei srovei, bet ir lėtai kintančios srovės momentinėms vertėms. Tokias sroves vadiname *kvizistacionariosiomis*. Kvazistacionarumo sąlyga yra  $\tau = \frac{l}{c} \ll T$  ( $\tau$  – elektrinio impulso sklaidymo laikas  $l$  ilgio elektros grandinė,  $c$  – šviesos greitis vakuume, o  $T$  – kintamosios srovės periodas). Pavyzdžiui, 50Hz dažnio kintamąją srovę galima laikyti kvazistacionariąja iki 100km ilgio elektros srovės grandinės  $\left( \tau = \frac{10^5}{3 \cdot 10^8} = 3,3 \cdot 10^{-4} \ll 2 \cdot 10^{-2} \right)$ .



1.1 pav.

Iš daugelio elektromagnetinių reiškinių praktikoje vieni iš svarbiausių yra *elektromagnetiniai virpesiai*, t.y. *elektrinio ir magnetinio lauko, elektros srovės, įtampos arba elektros krūvio kitimas tam tikrais dėsningumais*. Jie susidaro *virpesių kontūre*, t.y. elektrinėje grandinėje, turinčioje induktyvumą ir talpą. Kad būtų tenkinama kvazistacionarumo sąlyga, nagrinėsime virpesių kontūrą, sudarytą iš nuosekliai sujungtų didelio induktyvumo  $L$  ritės ir didelės talpos  $C$  kondensatoriaus. Reali ritė turi ir ominę varžą  $R$ . Tokio virpesių kontūro ekvivalentinė schema parodyta 1.1 paveiksle. Šį virpesių kontūrą prijungus prie kintančios elektrovaros šaltinio, tekės  $I$  stiprumo kintamoji srovė – susidarys *elektromagnetiniai virpesiai*. Omo dėsnį grandinei 4LR & 2 užrašome šitaip:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} + \mathcal{E}_S. \quad (1.1.1)$$

Srovę  $I$  laikysime teigiama, kai kondensatorius įkraunamas taip, kaip parodyta paveiksle. Srovės stiprumas yra lygus kondensatoriaus krūvio  $q$  išvestinei laiko atžvilgiu:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (1.1.2)$$

Kondensatoriaus elektrodų potencialai  $\varphi_1 < \varphi_2$ , todėl grandinės galų potencialų skirtumas:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{q}{C}. \quad (1.1.3)$$

Jei  $L = const$ , tai saviindukcijos elektrovara  $\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$ . Įrašę šiuos dydžius į (1.1.1) ir atsižvelgę,

kad  $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2}$ , gauname elektromagnetinių virpesių diferencialinę lygtį:

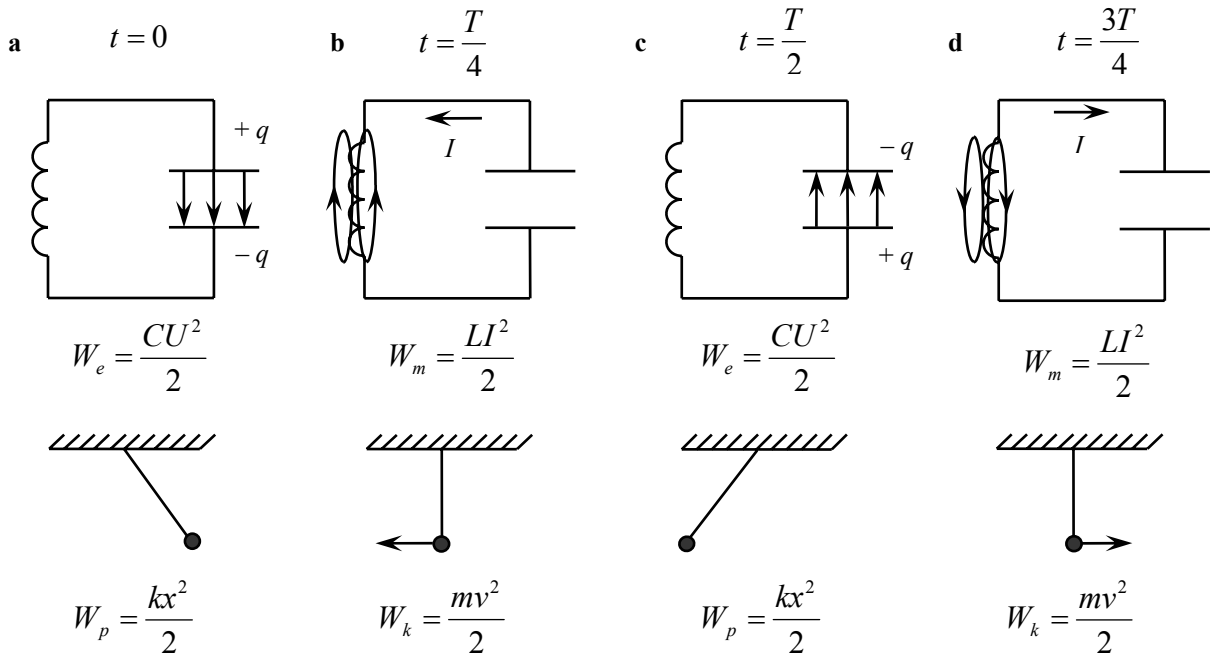
$$\boxed{\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{1}{L} \varepsilon(t)}. \quad (1.1.4)$$

Savo pavidalu ši lygtis panaši į mechaninių priverstinių svyravimų diferencialinę lygtį, todėl ir sprendiniai yra panašūs.

Panagrinėkime atvejus:

1. Kai  $R = 0$ , kontūras vadinamas *idealiuoju*. Virpesiai, kurie vyksta vieną kartą suteikus kontūrai energiją, vadinami *laisvaisiais*. Laisviesiems virpesiams ( $\varepsilon(t) = 0$ ), vykstantiems idealiajame kontūre, (1.1.4) lygtis tampa šitokia:

$$\boxed{\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0}. \quad (1.1.5)$$



1.2 pav.

Laisvuosius virpesius galima sužadinti įkrovus kondensatorių. Tuomet tarp jo elektrodų susidaro elektrinis laukas, kurio energija  $W_e = \frac{CU^2}{2}$ . Šią virpesių kontūro pradinę būseną ir jos analogiją su mechanine svyruokle vaizduoja 1.2 paveikslas a.

Sujungus grandinę, kondensatorius pradeda išsikrauti, per ritę – ima tekėti stiprėjanti elektros srovė.

Kondensatoriui išsikraunant, elektrinio lauko energija palaipsniui virsta magnetinio lauko energija  $W_m = \frac{LI^2}{2}$ . Idealiajame kontūre energijos virsmų šiluma nėra ir tariant, kad virpesių kontūras nespinduliuoja elektromagnetinių bangų, todėl pagal energijos tvermės dėsnį

$$\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}.$$

Kai kondensatorius yra visiškai išsikrovęs (1.2 pav., b), magnetinio lauko energija yra didžiausia. Silpnėjanti iškrovos srovė indukuota jos tekėjimo kryptimi (Lenco taisyklė) saviindukcijos srovę. Dėl to kondensatoriaus elektrodai įkraunami priešingų ženklų krūviais, negu buvo prieš tai. Kondensatoriui įsikraunant, magnetinio lauko energija virsta elektrinio lauko energija. Jam įsikrovus (1.2 pav., c), tie patys procesai vyksta priešinga kryptimi.

Kaip matyti 1.2 paveiksle, energijos virsmai kontūre analogiškai mechaninės svyruoklės energijos virsmams: kontūro elektrinio lauko energiją atitinka svyruoklės potencinė energija, o magnetinio lauko energiją – kinetinė.

Pažymėję (1.1.5) lygybės teigiamą dydį

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2, \quad (1.1.6)$$

minėtą lygybę perrašome šitaip:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0. \quad (1.1.5a)$$

Ši formulė yra analogiška laisvųjų harmoninių svyravimų diferencialinei lygčiai mechanikoje. Ją tenkina sprendinys

$$\boxed{q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha_0)}. \quad (1.1.7)$$

Taigi *virpesiai yra harmoniniai*. Jie dar vadinami *savaisiais*. Jų ciklinis dažnis nusakomas (1.1.6) lygybe. Remiantis ja, savųjų virpesių periodas priklauso nuo kontūro parametrų šitaip:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (1.1.8)$$

Ši formulė vadinama Tomsono formule.

Įtampa tarp kondensatoriaus elektrodų:

$$U_C = \frac{q}{C} = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha_0); \quad (1.1.9)$$

čia dydis  $U_m = \frac{q_m}{C}$  – įtampos amplitudė. (1.1.7) lygybę išdiferencijavę laiko atžvilgiu, gauname srovės išraišką:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \alpha_0) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \alpha_0 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.1.10)$$

čia  $\omega_0 q_m = I_m$  – srovės amplitudė. Sugretinę (1.1.9) su (1.1.10), matome, kad srovės stiprumo fazė dydžiu  $\frac{\pi}{2}$  lenkia kondensatoriaus įtampos fazę. Pasinaudoję Oilerio formule, (1.1.7) sprendinį užrašome eksponentiniu pavidalu:

$$\tilde{q} = q_m e^{\pm i(\omega_0 t + \alpha_0)}. \quad (1.1.11)$$

Tačiau  $\tilde{q}$  nėra elektros krūvis – jį išreiškia šio sprendinio realioji dalis. Kompleksinis sprendinys patogus skaičiavimams.

2. Realus virpesių kontūro varža  $R \neq 0$ , todėl pradinio momentu jam suteikta energija palaipsniui virsta Džaulio šiluma ir virpesiai slopsta. Laisviesiems virpesiams realiame kontūre (1.1.4) lygtis tampa šitokia:

$$\boxed{\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0}. \quad (1.1.12)$$

Pažymėję

$$\frac{R}{L} = 2\delta, \quad (1.1.13)$$

ir atsižvelgę į (1.1.6), (1.1.12) perrašome šitaip:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (1.1.12a)$$

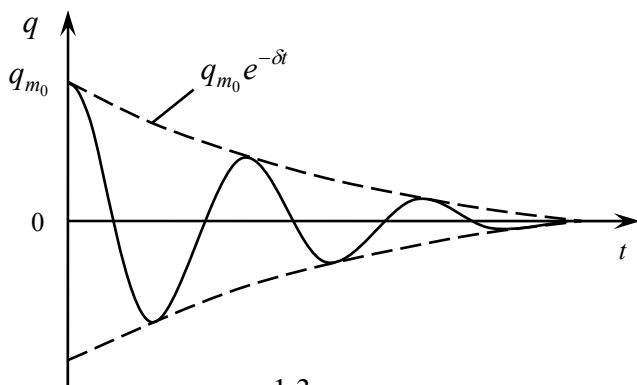
Ši lygtis atitinka mechaninių slopinamųjų svyravimų diferencialinę lygtį. Dydį  $\delta$  vadiname *slopinimo koeficientu*. Kai  $\delta < \omega_0$ , gauname šitokią (1.1.12a) lygties sprendinį:

$$\boxed{q = q_{m_0} e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t + \alpha_0)}; \quad (1.1.14)$$

dydis

$$\boxed{\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (1.1.15)$$

vadinamas *slopinamųjų virpesių kampiniu dažniu*. Jis yra mažesnis už  $\omega_0$ .



1.3 pav.

Dydis  $q_{m_0} e^{-\delta t}$  nusako kondensatoriaus krūvio amplitudės mažėjimo dėsningumą. Amplitudės mažėjimo sparta priklauso nuo slopinimo koeficiento  $\delta = \frac{R}{2L}$ . 1.3 paveiksle parodytas (1.1.14) funkcijos grafikas. Matosi, kad kondensatoriaus krūvio amplitudė nėra periodinė laiko funkcija. Taigi slopinamieji virpesiai yra *neharmoniniai*.

Kondensatoriaus įtampa užrašoma šitaip:

$$U_C = \frac{q}{C} = U_m e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t + \alpha_0); \quad (1.1.16)$$

čia  $U_m = \frac{q_{m_0}}{C}$  – įtampos amplitudė. (1.1.14) lygybę išdiferencijavę laiko atžvilgiu ir pertvarkę, gauname srovės kontūrę išraišką:

$$I = \frac{dq}{dt} = \omega_0 q_{m_0} e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t + \alpha_0 + \Psi); \quad (1.1.17)$$

čia priklausantis nuo  $\delta$  ir  $\omega_1$  dydis  $\Psi$  turi vertę:  $\frac{\pi}{2} < \Psi < \pi$ . Jeigu  $\delta > \omega_0$ , tuomet slopinamieji virpesiai nesusidaro ir gaunasi kondensatoriaus *aperiodinė* iškrova.

Virpesių slopinimo sparta apibūdinama krūvio, įtampos ar srovės stiprumo vertės santykiu su to paties dydžio verte po vieno periodo  $T = \frac{2\pi}{\omega_1}$ :

$$\frac{I(t)}{I(t+T)} = \frac{e^{-\delta t}}{e^{-\delta(t+T)}} = e^{\delta T}. \quad (1.1.18)$$

Šis dydis vadinamas *slopinimo dekrementu*, o jo natūrinis logaritmas – *logaritminiu slopinimo dekrementu*:

$$\Lambda = \ln e^{\delta T} = \delta T. \quad (1.1.19)$$

Pažymėkime  $\tau$  laiko tarpą, per kurį svyravimo amplitudė sumažėja  $e$  karto. Tuomet iš (1.1.18) gauname:

$$\frac{I(t)}{I(t+\tau)} = e^{\delta \tau} = e.$$



Išlogaritmavę šią lygybę, gauname:  $\delta\tau = 1$ , arba

$$\delta = \frac{1}{\tau}. \quad (1.1.20)$$

Tarkime, kad per laiką  $\tau$  įvyksta  $N$  virpesių, t.y.

$$\tau = NT. \quad (1.1.21)$$

(1.1.20) ir (1.1.21) išraiškas įrašę į (1.1.19), gauname:

$$\Lambda = \frac{1}{N}. \quad (1.1.22)$$

Taigi *logaritminis slopinimo dekrementas skaitine verte atvirkštinis skaičiui virpesių, po kurių amplitudė sumažėja e kartų*. Į (1.1.19) įrašę (1.1.13)  $\delta$  išraišką, gauname:

$$\Lambda = \frac{RT}{2L} = \frac{\pi R}{L\omega_1}. \quad (1.1.23)$$

Matosi, kad *logaritminis slopinimo dekrementas yra virpesių kontūro parametrų charakteristika*. Kai slopinimas mažas ( $\delta \ll \omega_0$ ),  $\omega_1 \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , tuomet (1.1.23) perrašome šitaip:

$$\Lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (1.1.24)$$

Radiotechnikoje virpesių kontūras dažniausiai apibūdinamas ne slopinimo dekrementu, o *kontūro kokybe*, kuri yra *atvirkščiai proporcinga logaritminiam slopinimo dekrementui*:

$$Q = \frac{\pi}{\Lambda}. \quad (1.1.25)$$

Kai slopinimas mažas, virpesių kontūro kokybė iš (1.1.24) ir (1.1.25) išreiškiamas šitaip:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (1.1.26)$$

Nuo kontūro kokybės priklauso virpesių sistemos *rezonansinės savybės*.

3. *Virpesiai, kurie vyksta veikiant išorinei periodinei elektrovarai ar įtampai, vadinami priverstiniais*. Išorinio energijos šaltinio kompensuojami Džaulio šilumos nuostoliai, todėl priverstiniai virpesiai yra neslopinamieji. Priverstiniai virpesiai yra paprasčiausi, kai išorinė įtampa ar elektrovara kinta harmoniškai:

$$U = U_m \cos \omega t; \quad (1.1.27)$$

čia  $U_m$  – įtampos amplitudė,  $\omega$  – kampinis dažnis. Šiuo atveju diferencialinė lygtis (1.1.4) užrašoma šitaip:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t. \quad (1.1.28)$$

Šios lygties sprendiniai yra:

$$q = q_m \cos(\omega t - \alpha_0). \quad (1.1.29)$$

čia esanti kondensatoriaus krūvio amplitudė  $q_m$  bei įtampos ir krūvio fazių skirtumas  $\alpha_0$  išreiškiami šitaip:

$$q_m = \frac{U_m/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\delta^2 \omega^2}} \quad (1.1.30)$$

ir

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (1.1.31)$$

Į šias lygtis įrašę  $\omega_0$  bei  $\delta$  išraiškas, gauname:

$$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (1.1.32)$$

ir

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L} \quad (1.1.33)$$

Išdiferencijuoję (1.1.29) laiko atžvilgiu, gauname virpesių kontūre tekančios elektros srovės stiprumo išraišką:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_m \sin(\omega t - \alpha_0) = I_m \cos\left(\omega t - \alpha_0 + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos(\omega t - \alpha); \quad (1.1.34)$$

čia  $I_m = \omega q_m$  – srovės amplitudė,  $\alpha = \alpha_0 - \frac{\pi}{2}$  – išorinės įtampos ir srovės fazių skirtumas.

Atsižvelgę į tai ir (1.1.33), gauname:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_0} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (1.1.35)$$

Iš (1.1.27), (1.1.34) ir (1.1.35) seka, kad srovės kitimas atsilieka nuo išorinės įtampos kitimo

( $\alpha > 0$ ), kai  $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ , ir jį pralenkia ( $\alpha < 0$ ), kai  $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ .

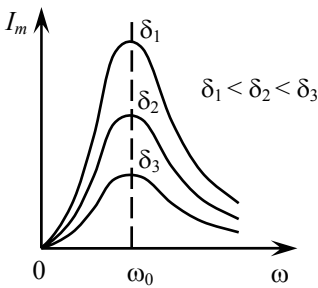
Srovės stiprumo amplitudė

$$I_m = \omega q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U_m}{Z}. \quad (1.1.36)$$

čia  $Z$  yra virpesių *kontūro pilnutinė varža*, kartais vadinama *impedansu* arba *tariamąja varža*. Ji susideda iš *aktyviosios varžos*  $R$  ir *reaktyviosios varžos*  $X$ . Pastarąją sudaro *induktyvioji varža*  $R_L = \omega L$  ir *talpinė varža*  $R_C = \frac{1}{\omega C}$ . Aktyvioji varža yra kintamosios srovės elektrinės grandinės dalies savybė vartoti elektros energiją, pavyzdžiui, paverčiant ją šiluma ar mechaniniu darbu. Kai srovės dažnis žemas ir laidas plonas, aktyvioji varža yra tokia pat kaip ir nuolatinei srovei, ir vadinama *omine varža*. Kai srovės dažnis aukštas, dėl paviršinio reiškinių (skin efekto) aktyvioji varža pasidaro didesnė už varžą nuolatinei srovei. Kintamajai srovei tekant grandine, kurios varža yra tik reaktyvioji, srovės šaltinio energija virsta tai magnetinio, tai elektrinio lauko energija, kitaip sakant, tai perduodama grandinei, tai grįžta atgal į šaltinį – tokioje grandinėje energijos nuostolių nėra.

Kaip matyti (1.1.36) formulėje, elektros varžos amplitudė  $I_m$  priklauso nuo virpesių kontūro parametrų  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , o taip pat nuo išorinės įtampos dažnio  $\omega$ . Dažnio  $\omega_r$  tenkinančio lygybę  $\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$ , srovės amplitudė yra didžiausia – turime srovės rezonansą. *Rezonansinis dažnis*

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0. \quad (1.1.37)$$



1.4 pav.

Taigi srovės *rezonansinis dažnis lygus virpesių kontūro savajam dažniui*. Srovės stiprumo rezonansinės kreivės  $I_m = f(\omega)$  parodytos 1.4 paveiksle. Čia kontūro parametru yra *slopinimo koeficientas*  $\delta = \frac{R}{2L}$ : kuo jis mažesnis, tuo didesnis ir ryškesnis rezonansinės kreivės maksimumas. Grandine su kondensatoriumi nuolatine srove ( $\omega = 0$ ) neteka, todėl  $I_m(0) = 0$ .

Kiek kitoks yra kondensatoriaus įtampos  $U_C$  rezonansinis dažnis  $\omega'_r$ . Iš (1.1.29) ir (1.1.30) kondensatoriaus įtampa užrašoma šitaip:

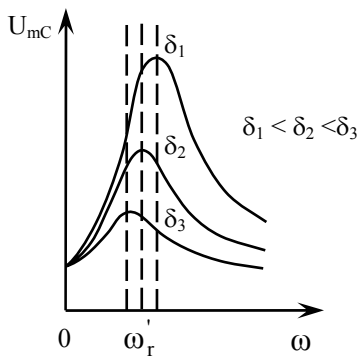
$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{U/L}{C\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}} \cos(\omega t - \alpha_0). \quad (1.1.38)$$

Kondensatoriaus įtampos amplitudės išraiška

$$U_{mC} = \frac{U/L}{C\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}. \quad (1.1.39)$$

Iš (1.1.39) lygybės vardiklio minimumo sąlygos gauname šitokią įtampos rezonansinio dažnio išraišką:

$$\omega_r' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \leq \omega_0. \quad (1.1.40)$$



1.5 pav.

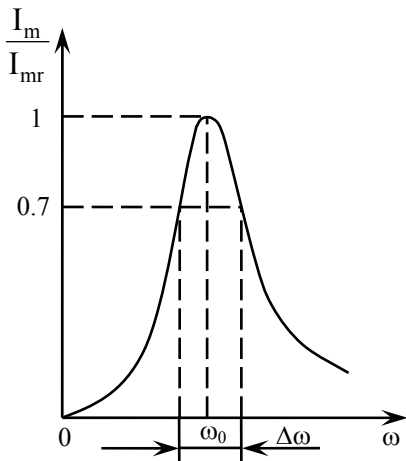
Taigi įtampos  $U_C$  rezonansinis dažnis priklauso nuo virpesių kontūro savojo dažnio  $\omega_0$  bei nuo slopinimo koeficiento  $\delta$ , ir tik tada, kai slopinimas labai mažas ( $\delta \ll \omega_0$ ), srovės ir įtampos rezonansiniai dažniai sutampa, t.y.  $\omega_r \approx \omega_r' \approx \omega_0$ .

1.5 paveiksle parodytos kontūrų, kurie skiriasi slopinimo koeficientu, įtampos rezonansinės kreivės. Kai slopinimas mažas, rezonanso atveju (1.1.39) užrašoma šitaip:

$$U_{mC,r} = \frac{U_m}{2LC\delta\omega_0} = \frac{U_m\sqrt{LC}}{CR}. \quad (1.1.41)$$

Todėl įtampos rezonansinės amplitudės santykis su išorinės įtampos amplitude  $U_m$

$$\frac{U_{mC,r}}{U_m} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q. \quad (1.1.42)$$



1.6 pav.

Taigi didelės kokybės virpesių *kontūro kokybė*  $Q$  parodo, kiek kartų kondensatoriaus įtampa gali būti didesnė už išorinę įtampą. Nuo jos priklauso rezonansinės kreivės pavidalas: kuo didesnė kokybė, tuo aukštesnis ir smailesnis rezonansinės kreivės maksimumas. 1.6 paveiksle parodyta srovės stiprumo kontūre rezonansinė kreivė. Kreivės plotis  $\Delta\omega$  paimtas aukštyje 0.7, kadangi srovių amplitudžių santykis 0.7 atitinka

galingumų santykį  $0.5$  ( $0.7^2 \approx 0.5$ ). Šio pločio santykis su rezonansiniu dažniu yra atvirkščiai proporcingas kontūro kokybei:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}. \quad (1.1.43)$$

Virpesių kontūro rezonansinės savybės radiotechnikoje naudojamos norimo dažnio virpesiams išskirti iš kitų virpesių. Keičiant parametą  $C$  ar  $L$ , kontūras suderinamas norimam dažniui – pasiekiamas rezonansas to dažnio virpesiams. Tada kondensatoriuje šio dažnio virpesių įtampos amplitudė  $Q$  kartų padidėja, o kitų virpesių amplitudė lieka maža. Kuo didesnė virpesių kontūro kokybė, tuo geresnės jo rezonansinės savybės ir tuo artimesnių dažnių virpesius galima atskirti suderinant kontūrą rezonansui.

## Kontroliniai klausimai

1. Kas sudaro virpesių kontūrą?
2. Kokį virpesių kontūrą vadiname idealiuoju?
3. Kokius virpesius vadiname laisvaisiais?
4. Nuo ko priklauso savųjų virpesių ciklinis dažnis?
5. Kokius virpesius vadiname slopinamaisiais?
6. Nuo ko priklauso virpesių kontūro kokybė?
7. Kokius virpesius vadiname priverstiniais?
8. Kokį reiškinį vadiname rezonansu?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Virpamojo kontūro parametrai yra šitokie:  $C = 1000 \text{ pF}$ ,  $L = 6 \mu\text{H}$ ,  $R = 0.5 \Omega$ . Apskaičiuokite kokį galingumą  $P$  reikia suteikti kontūrai, kad jame vyktų negėstamieji virpesiai, kurių kondensatoriaus įtampos amplitudė būtų  $U_m = 10 \text{ V}$ ?

Sprendimas. Galingumas  $P$  naudojamas šilumai išskirti varžoje  $R$ . Vidutinis šilumos kiekis, išsiskiriantis per laiko vienetą yra lygus sunaudotam galingumui:  $P = \langle RI^2 \rangle = \langle RI_m^2 \cos^2 \omega t \rangle = \frac{RI_m^2}{2}$ , čia  $I_m$  – srovės stiprumo kontūre amplitudė. Esant negėstamiesiems virpesiams elektrinio lauko energijos maksimali vertė yra lygi magnetinio lauko energijos maksimaliai vertei:

$$\frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2},$$

iš čia  $I_m^2 = \frac{CU_m^2}{L}$ .

Įrašę  $I_m^2$  vertę į  $P$  išraišką, gauname

$$P = \frac{RI_m^2}{2} = \frac{RCU_m^2}{2L} = \frac{0.5 \cdot 1000 \cdot 10^{-12} \cdot 10^2}{2 \cdot 6 \cdot 10^{-6}} \text{ W} = 4.2 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 4.2 \text{ mW}.$$

2. Virpesių kontūro parametrai yra šitokie:  $L = 10 \text{ mH}$ ,  $R = 1 \Omega$ . Apskaičiuokite rezonansinės kreivės plotį.

Sprendimas. Iš formulės  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$ , gauname  $\Delta\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} R \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{L} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} \text{ s}^{-1} = 10^2 \text{ s}^{-1}$ .

## 1.2 Maksvelo lygtys

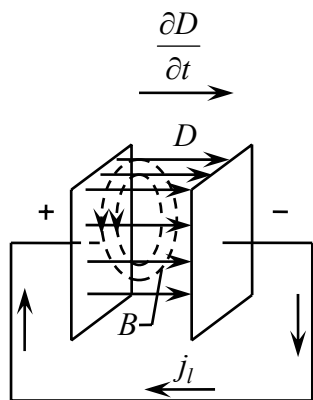
XIX amžiaus pirmojoje pusėje A.Ampero, Ž.Bio, F.Savaro bei kitų mokslininkų eksperimentai parodė, kad elektriniai ir magnetiniai reiškiniai yra susiję. 1855 – 1865 m. Dž.Maksvelas, pasinaudojęs M.Faradėjaus idėjomis apie elektrinį ir magnetinį laukus, apibendrino šiuos eksperimentais nustatytus dėsnius ir sukūrė fundamentalią elektromagnetinio lauko teoriją. Jo teorija yra makroskopinė, nagrinėjanti tik makroskopinių krūvių ir srovių sukurtus elektrinius ir magnetinius laukus erdvės taškuose, kurių atstumas nuo lauko šaltinio daug didesnis už molekulių matmenis. Teorijos pagrindą sudaro Maksvelo lygčių sistema. Lygčių numeracija yra sąlyginė.

Maksvelo lygtys susieja elektrinį bei magnetinį lauką apibūdinančius dydžius  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  ir  $\vec{H}$  su šių laukų šaltinių, t.y. su jų pačių ar su elektros krūvių bei elektros srovių, charakteristikomis. Lygtys, užrašytos kiekvienam lauko taškui, yra *diferencialinės*. Lygtys, kuriose šie ryšiai išreikšti tam tikrais integraliniais dydžiais, vadinamos *integralinėmis*. Nagrinėjant elektromagnetinius reiškinius medžiagoje, prie Maksvelo lygčių dar pridedamos lygtys, siejančios laukų charakteristikas su medžiagos magnetines bei elektrines savybes apibūdinančiais dydžiais  $(\epsilon, \mu, \gamma)$ .

Pradėdami nagrinėti Maksvelo lygtis, pirmiausiai trumpai aptarsime slinkties srovę ir vektorinio lauko matematikos kai kuriuos elementus.

Kiekviena laidumo ar konvencinė elektros srovė kuria magnetinį lauką. Tačiau 1861 m., apibendrinamas kitų fizikų eksperimentus, Dž.Maksvelas atrado fundamentalų gamtos dėsnį, kuris teigia, kad *kiekvienas kintamasis magnetinis laukas erdvėje sukuria sūkurinį elektrinį lauką ir kiekvienas kintamasis elektrinis laukas kuria sūkurinį magnetinį lauką*. Taigi kintamasis elektrinis

laukas magnetinio lauko kūrimo aspektu yra ekvivalentus elektros srovei, todėl Dž.Maksvelas jį pavadino *slinkties srove*.



1.7 pav.

Rasime kintamojo elektrinio lauko ir jo sukurto magnetinio lauko kiekybinį ryšį. Nagrinėsime kintamosios srovės grandinę, į kurią įjungtas kondensatorius su idealiai nelaidžiu dielektriku (1.7 pav.). Tekant kintamajai srovei, kondensatorius periodiškai įsikrauna ir išsikrauna, todėl tarp elektrodų elektrinis laukas kinta laike ir, pagal Dž.Maksvelą, pro kondensatorių teka magnetinį lauką kurianti slinkties srovė. Jei kondensatoriaus krūvis  $q$ , o elektrodo paviršiaus plotas  $S_0$ , tai elektrodu tekančios *laidumo srovės tankis*

$$j_l = \frac{I_l}{S_0} = \frac{1}{S_0} \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{q}{S_0} \right) = \frac{\partial \sigma}{\partial t}; \quad (1.2.1)$$

čia  $\sigma$  – kondensatoriaus elektrodo krūvio paviršinis tankis. Jei kondensatoriaus elektrodai – didelės, palyginti su atstumu tarp jų, lygiagrečios plokštelės, tai *elektrinio lauko slinkties modulis*  $D$  lygus  $\sigma$ , t.y.  $\sigma = D$ . Šią lygtį išdiferencijavę laiko atžvilgiu, gauname:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (1.2.2)$$

Šios lygybės kairioji pusė nusako laidumo srovės tankį kondensatoriaus elektrode. Kadangi elektrinė slinktis  $D$  būdinga dielektrikui, tai akivaizdu, kad  $\frac{\partial D}{\partial t}$  nusako slinkties srovės tankį idealiam dielektrikui. Taigi

$$j_s = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1.2.3)$$

ir yra slinkties srovės tankio modulis.

*Srovės tankis yra elektrinio lauko kryptimi nukreiptas vektorius*, todėl rasime vektorių  $\vec{j}_l$  ir  $\vec{j}_s$  kryptis. Kondensatorių įkraunant (1.7 pav.), laidumo srovės tankis  $\vec{j}_l$  nukreiptas paveiksle parodyta kryptimi. Įkraunant slinktis  $\vec{D}$  didėja, todėl jos išvestinė  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  yra tos pačios krypties kaip ir  $\vec{D}$ . Šiuo atveju  $\vec{j}_l$  ir  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  kryptys sutampa. Kondensatoriui išsikraunant, vektorius  $\vec{j}_l$  yra priešingos krypties negu yra paveiksle. Šiuo atveju slinktis  $\vec{D}$  mažėja, todėl jos išvestinė  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} < 0$  ir yra priešingos krypties negu  $\vec{D}$ . Taigi ir dabar  $\vec{j}_l$  ir  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  yra vienos krypties. Todėl galime vektoriškai išreikšti šitaip:

$$\vec{j}_s = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Taigi, kintant elektriniam laukui  $\left( \vec{D} \right)$ , tiek vakuume, tiek dielektrike „teka“ slinkties srovė, kurianti magnetinį lauką visai taip pat kaip ir laidumo srovė.

Elektrinė slinktis dielektrike užrašoma šitaip:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P};$$

čia  $\vec{E}$  – elektrinio lauko stiprumas,  $\vec{P}$  – dielektriko poliarizuotumas. Todėl slinkties srovės tankis dielektrike susideda iš dviejų dėmenų:

$$\vec{j}_s = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}. \quad (1.2.4)$$

Pirmasis dėmuo  $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  nusako slinkties srovės tankį vakuume. Toji dedamoji visai nesusijusi su

krūvininkų judėjimu ir šilumos išskyrimu. Antroji dedamoji  $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$  reiškia tankį srovės, kurią sudaro surišųjų elektros krūvių tvarkingas judėjimas dielektrike (krūvių pasislinkimas molekulėje arba elektrinių dipolių pasisukimas). Ši srovė vadinama *poliarizacijos srove*, ir dėl jos išsiskiria Džaulio šiluma. Taigi ši slinkties srovės dedamoji yra tokios pat prigimties kaip ir laidumo srovė.

*Pilnutinės srovės tankis* užrašomas šitaip:

$$\vec{j} = \vec{j}_l + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (1.2.5)$$

Tačiau laiduose  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \ll \vec{j}_l$  ir slinkties srovės galima nepaisyti.

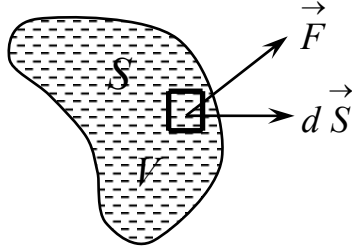
Įvedus pilnutinės srovės sąvoką, imta naujai traktuoti grandinių uždaramą. Pagal Maksvelą, kaip ir nuolatinės srovės, kintamos srovės grandinės yra uždaros. Jas „uždaro“ slinkties srovės, „tekančios“ tomis grandinės dalimis, kur nėra laidininkų, pavyzdžiui, tarp kondensatoriaus elektrodų.

Dabar trumpai aptarsime *divergencijos* ir *rotoriaus* sąvokas. Vektorinės funkcijos  $\vec{F}$  divergencija taško aplinkoje žymima  $\text{div } \vec{F}$  ir yra lygi

$$\text{div } \vec{F} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}; \quad (1.2.6)$$

čia  $\Delta V$  – tūris, kuriame yra nagrinėjamas vektorinio lauko taškas,  $S$  – šio tūrio paviršius, kuriuo integruojama,  $d\vec{S}$  – pseudovektorius, t.y. vektorius, kurio modulis  $dS$ , o kryptis sutampa su išorinės normalės šiam ploteliui kryptimi (žr. 1.8 pav.). taigi divergencija yra srautas į išorę pro paviršių, ribojantį vienetinį tūrį. Jinai yra skaliaras ir gali kisti nuo vieno taško pereinant prie kito





1.8 pav.

taško, t.y. jinau yra koordinačių funkcija. Dekarto koordinačių sistemoje:

$$\operatorname{div} \vec{F} = \nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}; \quad (1.2.7)$$

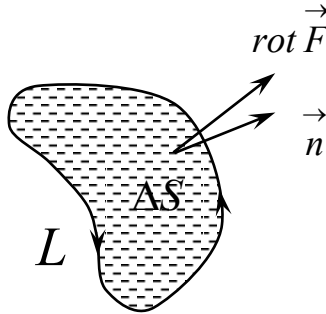
čia  $\nabla$  – nabla operatorius  $\left( \nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \right)$ . Pagal Gauso

teorema

$$\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{F} dV \quad (1.2.8)$$

Vektorinės funkcijos  $\vec{F}$  rotorius žymimas  $\operatorname{rot} \vec{F}$  ir yra lygus

$$\operatorname{rot} \vec{F} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta S} \int_L \vec{F} \cdot d\vec{l}; \quad (1.2.9)$$



1.9 pav.

čia  $\Delta S$  – paviršiaus, ribojamo kontūro  $L$  plotas. Vektorių kryptys parodytos 1.9 pav. normalės paviršui  $\vec{n}$  ir kontūro apėjimo kryptiai galioja sraigto taisyklė. Taigi rotorius yra cirkuliacija kontūru, ribojančiu vienetinį plotą. Jis yra vektorius. Jo kryptis yra tokia, jog  $\operatorname{rot} \vec{F}$  ir normalės  $\vec{n}$  skaliarinė sandauga turi būti lygi:

$$\left( \operatorname{rot} \vec{F} \right) \cdot \vec{n} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{l}}{\Delta S}$$

Dekarto koordinačių sistemoje:

$$\operatorname{rot} \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \vec{i} \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left( \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \quad (1.2.10)$$

Galima užrašyti šią išraišką determinantu, o tai palengvins ją išiminti. Taigi

$$\operatorname{rot} \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}. \quad (1.2.11)$$

Šį determinantą išskleidę ir gausime (1.2.10) formulę.

Pagal Stokso teorema

$$\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{F} \cdot d\vec{S} \quad (1.2.12)$$

Dabar jau galime rašyti Maksvelio lygtis integralinėje formoje

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0} \int_V \rho dV, \quad (1.2.13a)$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}, \quad (1.2.13b)$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad (1.2.13c)$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}. \quad (1.2.13d)$$

Šiose lygtyse  $\varepsilon_0$  – elektrinė konstanta ( $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ),  $\varepsilon$  – santykinė dielektrinė skvarba,  $\mu_0$  – magnetinė konstanta ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ ),  $\mu$  – santykinė magnetinė skvarba,  $\rho$  – krūvio tūrinis tankis,  $\vec{j}$  – srovės tankis. Pirmojoje lygtyje tūris  $V$  apgaubtas paviršiumi  $S$ , kuris pirmojoje ir trečiojoje lygtyse yra uždaras. Antrojoje ir ketvirtojoje lygtyse kontūras  $L$  yra uždaras ir riboja ploto  $S$  paviršių.

Maksvelo suformuluotų dėsnių esmė yra šitokia.

- Elektrinio lauko stiprumo srautas pro uždarą paviršių yra proporcingas krūviui, kuris duotuoju laiko momentu yra tūryje, apgaubtame šiuo paviršiumi.
- Elektrinio lauko stiprumo cirkuliacija uždaru kontūru yra proporcinga magnetinio lauko indukcijos srauto pro paviršių, ribojamą šio kontūro, kitimo greičiui. Be to, elektrinio lauko stiprumo cirkuliacija ir magnetinio lauko indukcijos srauto kitimo greitis yra priešingų ženklų.
- Magnetinio lauko indukcijos srautas pro uždarą paviršių yra lygus nuliui.
- Magnetinio lauko indukcijos cirkuliacija uždaru kontūru yra proporcinga dviems dedamiesiems, kurių pirmasis proporcingas elektros srovės, tekančios duotuoju laiko momentu šiuo kontūru, stiprumui, o antrasis – proporcingas elektrinio lauko stiprumo srautui pro paviršių, ribojamą šiuo kontūru.

Maksvelo lygtys išreiškia šitokias elektromagnetinio lauko savybes.

Pirmosios dvi reiškia, kad elektrinį lauką gali sukurti elektros krūviai arba kintantis magnetinis laukas. Pirmoji išreiškia Gauso teoremą, o antroji – elektromagnetinės indukcijos, kurią 1831 m.

atrado M.Faradėjus, reiškini.

Sekančios dvi lygtys reiškia, kad magnetinis laukas yra *sūkurinis*, jį kuria tekanti srovė arba kintantis elektrinis laukas, arba abu kartu. *Magnetiniai krūviai*, analogiški elektriniams, *neegzistuoja*.

Maksvelo lygtis galima užrašyti diferencialinėje formoje. Tam tikslui pasinaudosime Gauso ir Stokso teoremomis. Taigi šios lygtys yra šitokios:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \rho, \quad (1.2.14a)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.2.14b)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (1.2.14c)$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{j} + \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.2.14d)$$

Šių lygčių pagrindinė esmė yra tai, kad Maksvelo lygtys yra elektromagnetinio lauko kitimo lygtys.

Taigi sprendami šias lygtis kiekvienu atveju galime gauti laukų  $\vec{E}$  ir  $\vec{B}$  vertes.

Maksvelio lygtys kartu su elektringų dalelių, veikiamų Lorencio jėgos, judėjimo lygtimis sudaro fundamentalią *Maksvelo ir Lorencio lygčių sistemą*, kuri aprašo visus elektromagnetinius reiškinius, kuriuose nepasireiškia kvantiniai dėsningumai.

Maksvelo lygtys yra tiesinės, nes jose yra tik pirmosios laukų stiprumo išvestinės laiko arba koordinatės atžvilgiu ir krūvio bei srovės tankiai yra pirmame laipsnyje.

Norint pašalinti elektrinio ir magnetinio laukų asimetriją Maksvelo lygtyse, P.Dirakas 1931 m. pasiūlė hipotezę, kad turi egzistuoti magnetiniai krūviai. Elementarųjį magnetinį krūvį jis pavadino monopoliu. Tačiau, nežiūrint didelių mokslininkų pastangų, šie monopoliai ligi šiol nėra rasti. Jeigu ši hipotezė pasitvirtintų, tai Maksvelo lygtys iš esmės pakistų, o laukai taptų lygiareikšmiais ir simetriškais.

### Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname slinkties srove?
2. Kokia yra divergencijos fizikinė prasmė?
3. Kokia yra rotoriaus fizikinė prasmė?
4. Ką aprašo (1.2.13a) lygtis?
5. Ką aprašo (1.2.13b) lygtis?
6. Ką aprašo (1.2.13c) lygtis?
7. Ką aprašo (1.2.13d) lygtis?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Elektrinio lauko stiprumas tarp kondensatoriaus plokštelių kinta šitaip:  $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$ . Kaip kinta slinkties srovės tankis?

$$\text{Sprendimas. Slinkties srovės tankis } \vec{j}_s = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial (\epsilon \epsilon_0 \vec{E})}{\partial t} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \omega \cos \omega t.$$

### 1.3 Elektromagnetinės bangos

Nagrinėjant vienalytę elektriškai neutralią ( $\rho = 0$ ) ir nelaidžią ( $j_l = 0$ ) aplinką, kurios dielektrinė ir magnetinė skvarbos  $\epsilon$  ir  $\mu$  yra pastovios, Maksvelo diferencialinių lygčių sistema labai supaprastėja:

$$\text{rot } \vec{B} = \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (1.3.1a)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.3.1b)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0, \quad (1.3.1c)$$

$$\text{div } \vec{E} = 0. \quad (1.3.1d)$$

Diferencijuodami (1.3.1a) lygties abi puses laiko atžvilgiu ir eliminavę kairėje pusėje išvestinę  $\frac{\partial B}{\partial t}$  (1.3.1b) lygybės pagalba, gauname

$$- \text{rot rot } \vec{E} = \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (1.3.2)$$

Pasinaudoję formule

$$\text{rot rot } \vec{E} = \text{grad div } \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} \quad (1.3.3)$$

ir atsižvelgę į (1.3.1d), gauname lygtį:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (1.3.4)$$

Analogiškai iš (b) ir (c), gaunama ir lygtis

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}. \quad (1.3.5)$$

Kadangi abi šios lygtys yra gautos iš dydžių  $\vec{E}$  ir  $\vec{B}$  siejančių lygčių, tai jas reikia nagrinėti drauge. Abi jos yra analogiškos tamprųjų bangų diferencialinei lygčiai:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = \nabla^2 S = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}. \quad (1.3.6)$$

iš čia 1865 m. Dž.Maksvelas padarė labai svarbią išvadą, kad *elektromagnetinis laukas gali egzistuoti elektromagnetinių bangų pavidalu*, t.y. periodiškai kintantis elektromagnetinis laukas gali atsiskirti nuo jį sukūrusių materialiuųjų objektų ir nepriklausomai nuo jų skliti erdve. Šių bangų fazinis greitis

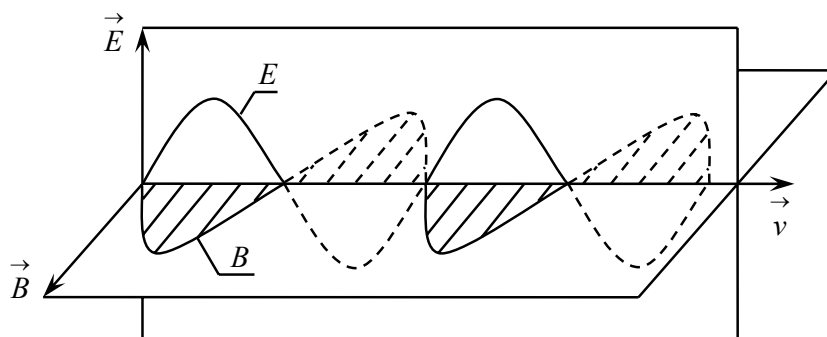
$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (1.3.7)$$

o

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 12.56 \cdot 10^{-7}}} \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

yra šių bangų greitis vakuume ( $\epsilon = \mu = 1$ ). Taigi Dž.Maksvelas teoriškai nustatė elektromagnetinių bangų fazinį greitį vakuume ir medžiagoje. Kadangi visoms medžiagoms sandauga  $\epsilon \mu > 1$ , tai visada  $v < c$ .

Panagrinėjus Maksvelo lygtis, matyti, kad vektoriai  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  ir  $\vec{v}$  visuomet statmeni tarpusavyje (1.10 pav.). Taigi *elektromagnetinės bangos yra skersinės*. Kai plokščioji



1.10 pav.

elektromagnetinė banga sklinda išilgai  $Ox$ , tai vektoriai  $\vec{E}$  ir  $\vec{B}$  nuo  $y$  bei  $z$  nepriklauso, be to,  $\vec{v}$  nukreiptas lygiagrečiai ortui  $\vec{i}$ , vektorius  $\vec{E}$  – išilgai  $\vec{j}$ , o vektorius  $\vec{B}$  – išilgai  $\vec{k}$ . Šiuo atveju (1.3.4) ir (1.3.5) lygčių sistema supaprastėja:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \quad (1.3.4a)$$

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}. \quad (1.3.5a)$$

Šias lygtis tenkina sprendiniai:

$$E = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_0), \quad (1.3.8)$$

$$B = B_m \cos(\omega t - kx + \alpha_0); \quad (1.3.9)$$

čia  $E_m$  – elektrinio lauko stiprumo,  $B_m$  – magnetinio lauko indukcijos amplitudės,  $\omega$  – bangų kampinis dažnis,  $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$  – bangos skaičius,  $\alpha_0$  – pradinė fazė. Šios lygtys vadinamos išilgai  $Ox$  ašies sklindančios plokščiosios elektromagnetinės bangos lygtimis. *Elektrinio ir magnetinio laukų kitimo dėsnis ir fazė yra vienodi.* Jų grafikai parodyti 1.10 paveiksle. Elektromagnetinės bangos laukų stiprumus sieja šitokia lygybė:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 \mu}}. \quad (1.3.10)$$

Ji tinka ir amplitudinėms vertėms  $E_m$  bei  $H_m$  ir  $B_m$ .

Elektromagnetines bangas aptinkame įvairiais jų poveikį reaguojančiais davikliais. Tai rodo, kad sklindančios elektromagnetinės bangos perneša energiją. Šių bangų energijos tūrinis tankis susideda iš jų elektrinio ir magnetinio laukų energijos tūrinių tankių:

$$w = w_e + w_m = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{E^2}{2} + \mu_0 \mu \frac{H^2}{2}.$$

Kaip matyti iš (1.3.10) formulės,  $w_e = w_m$ , todėl

$$w = 2w_e = \varepsilon \varepsilon_0 E^2. \quad (1.3.11)$$

Pasinaudoję (1.3.10) lygybe, (1.3.11) perrašome taip:

$$w = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu} EH = \frac{1}{v} EH. \quad (1.3.12)$$

*Bangos energijos tūrinį tankį padauginę iš jos sklidimo greičio, gauname energijos kiekį, pernešamą per laiko vienetą pro vienetinį plotą, statmeną energijos sklidimo kryptčiai:*

$$S = w \cdot v = EH. \quad (1.3.13)$$

Šis dydis vadinamas *energijos srauto tankiu*. Jis yra vektorius, kurio kryptis sutampa su bangos sklidimo kryptimi. Taigi vektorius  $\vec{S}$  lygiagretus vektoriui  $\vec{v}$ , t.y. lygiagretus vektoriui  $\vec{E} \times \vec{H}$ . Iš to seka, kad

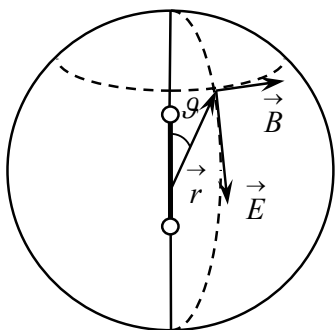
$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (1.3.14)$$

Šis energijos srauto tankio vektorius yra vadinamas *Pointingo vektoriumi*.

Maksvelo teoriją 1888 m. eksperimentiškai patvirtino vokiečių fizikas H.Hercas. Jis pirmasis gavo elektromagnetines bangas, stebėjo jų atspindį, lūžį, interferenciją, poliarizaciją.

Paprasčiausias elektromagnetinių bangų spindulis yra *elektrinis dipolis*, kurio *elektrinis momentas*  $\vec{p}_e$  kinta harmoniniu dėsniu:

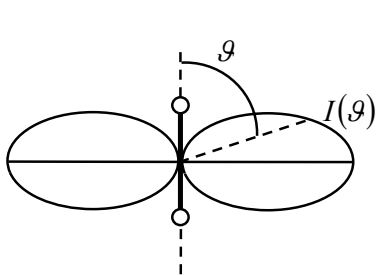
$$p_e = p_m \cos \omega t ;$$



1.11 pav.

čia  $p_m$  – vektoriaus  $\vec{p}_e$  amplitudė. Dipolis yra paprasčiausia antena, todėl jam nustatyti spinduliavimo dėsniai tinka nagrinėjant įvairių antenų spinduliavimą. Be to, daugelį elektromagnetinio lauko ir medžiagos sąveikos reiškinių galima paaiškinti atomus ir molekules laikant elektriniais dipoliais. Erdvė, kurios taškų nuotolis iki dipolio yra labai didelis, palyginti su jos spinduliuojamos bangos ilgiu, vadinama dipolio bangine erdve. Jeigu toji erdvė yra vienalytė ir izotropinė, tai per laiką  $t$  visomis

kryptimis nuo dipolio banga nusklinda tą patį nuotolį  $r$ . Tokios bangos paviršius yra *sferinis*, todėl ji vadinama *sferine banga*. Vektoriai  $\vec{E}$  ir  $\vec{B}$  kiekviename taške statmeni tarpusavyje ir



1.12 pav.

išsidėstę padėties vektoriui  $\vec{r}$  statmenoje plokštumoje (1.11 pav.). Jie kinta dėsniu  $\cos(\omega t - kr)$ , o jų amplitudė atvirkščiai proporcinga  $r$  ir priklauso nuo kampo  $\theta$ , kurį sudaro padėties vektorius  $\vec{r}$  su dipolio ašimi. Elektrinio dipolio spinduliuojamos bangos intensyvumo  $I$  tame pačiame atstume  $r$  priklausomybė nuo  $\theta$  (1.12 pav.) vadinama dipolio

spinduliavimo diagrama. Išilgai ašies ( $\theta = 0$  arba  $\theta = \pi$ ) dipolis visai nespinduliuoja. Vadovaujantis spinduliavimo diagrama, konstruojamos sudėtingos radijo antenų sistemos.

H.Hercas gavo apie 3m ilgio elektromagnetines bangas. 1895 m. P.Lebedevas gavo apie 4–6mm elektromagnetines bangas. 1923 m. buvo gautos iki 80μm elektromagnetinės bangos, kurios persidengia su infraraudonojo spinduliavimo bangomis, t.y. buvo užpildytas visas elektromagnetinių bangų diapazonas nuo ilgiausių iki trumpiausių. Visų minėtų bandymų bendras trūkumas – gauti virpesiai buvo laisvieji, todėl greitai nuslopdavo. Tikrai XX amžiuje pradėjus naudoti lempinius elektromagnetinių virpesių generatorius, buvo gautos pakankamo intensyvumo įvairaus dažnio elektromagnetinės bangos, tuomet ir paplito radijo ryšys, televizija, radiolokacija ir t.t.

### Kontroliniai klausimai

1. Iš kokių lygčių gaunamos elektromagnetinių bangų lygtys?

2. Kas parodo šviesos elektromagnetinę prigimtį?
3. Išilginės ar skersinės yra elektromagnetinės bangos?
4. Ką nusako Pointingo vektorius?
5. Ką vadiname dipolio bazine erdve?
6. Ką vadiname dipolio spinduliavimo erdve?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Vakuume  $X$  kryptimi sklinda plokščia elektromagnetinė banga. Bangos magnetinio lauko stiprumo amplitudė  $H_m = 0.05 \text{ A/m}$ . Apskaičiuokite bangos intensyvumą  $I$ .

Sprendimas. Elektromagnetinės bangos intensyvumą duotame erdvės taške nusako suvidurkintas laike Pointingo vektoriaus modulis:

$$I = \left\langle \vec{S} \right\rangle = \left\langle \vec{E} \times \vec{H} \right\rangle.$$

Bangos elektrinio ir magnetinio laukų amplitudės vakuume sieja lygybė  $\varepsilon_0 E_m^2 = \mu_0 H_m^2$ . Iš čia

$$E_m = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_m. \quad (1)$$

Esant plokščiai bangai Pointingo vektoriaus kryptis visuose taškuose yra vienoda, todėl jo vidurkio modulis yra lygus modulio vidurkiui. Taigi,

$$I = \left\langle \vec{E} \times \vec{H} \right\rangle = \langle E_m \cos(\omega t - kx) \cdot H_m \cos(\omega t - kx) \rangle = E_m H_m \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{E_m H_m}{2}.$$

Pasinaudoję (1) formule, gauname

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_m^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8.85 \cdot 10^{-12}}} \cdot 0.05^2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 0.47 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

2. Vakuume  $x$  ašies kryptimi sklinda plokščioji elektromagnetinė banga, kurios intensyvumas  $I = 21.2 \mu\text{W} / \text{m}^2$ . Apskaičiuokite bangos elektrinio lauko stiprumo amplitudę.

Sprendimas. Pasinaudoję pirmojo uždavinio aiškinimu, gauname

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m^2.$$

Iš formulės

$$E_m = \sqrt{2I \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} = \sqrt{2 \cdot 21.2 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8.85 \cdot 10^{-12}}} \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 0.126 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$



## 2. Banginė optika

### 2.1 Šviesos bangos

1865 m. Dž.Maksvelas įrodė, kad turi egzistuoti šviesos greičiu sklindančios elektromagnetinės bangos. Todėl buvo galima tarti, kad pati šviesa yra elektromagnetinės prigimties. Kaip matysime 3-iame skyriuje, *šviesa yra gana sudėtingas gamtos reiškiny, viena atvejais pasireiškiantis kaip elektromagnetinė banga, kitais atvejais – kaip tam tikrų dalelių (fotonų) srautas.*

Fizikoje šviesa vadinamos infraraudonosios, regimosios ir ultravioletinės spektro srities elektromagnetinės bangos, tiriamos optiniais metodais. Jų dažnių diapazonas yra nuo  $3 \cdot 10^{11}$  iki  $3 \cdot 10^{16}$  Hz. Šnekamojoje kalboje šviesa vadinamos tik regimosios spektro srities elektromagnetinės bangos. Jų dažnių diapazonas apytiksliai yra  $(7.5 - 4.0) \cdot 10^{14}$  Hz, o bangos ilgis vakuume – nuo 380 iki 770 nm ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ).

Bandymai rodo, kad fiziologinius, fotocheminius, fotoelektrinius ir kitus šviesos reiškinius sukelia tam tikru dažniu kintantis elektrinis laukas. Taip yra todėl, kad greičiu  $\vec{v}$  judančią elektringą dalelę, pavyzdžiui elektroną, elektromagnetinė banga veikia Lorencio jėga:

$$\vec{F} = e \vec{E} + e \vec{v} \times \vec{B}; \quad (2.1.1)$$

čia pirmasis dėmuo – elektrinė jėga, antrasis – magnetinė jėga. Magnetinės ir elektrinės jėgų santykis yra ne didesnis kaip  $v/c$ , čia  $c$  – šviesos greitis vakuume. Paprastai šviesos veikiamą elektringą dalelę įgyja greitį  $v \ll c$ , todėl magnetinės jėgos poveikio galime nepaisyti. Taigi šviesos reiškiniuose esminis yra elektrinis laukas, ir jo stiprumo vektorius  $\vec{E}$  vadinamas šviesos vektoriumi.

*Monochromatinė, arba vienspalvė, šviesa – tai vieno pastovaus dažnio optinės bangos.* Tokia banga užrašoma sinuso arba kosinuso funkcija: jos amplitudė, ciklinis dažnis ir pradinė fazė visame koordinačių verčių intervale  $-\infty \leq r \leq \infty$  ir laiko intervale  $0 \leq t \leq \infty$  yra pastovūs dydžiai. Taigi *monochromatinė banga yra periodinė ir nesibaigianti nei erdvėje, nei laike.* Deja, realūs šviesos spinduliavimo procesai yra ribotos trukmės, todėl reali šviesos banga aprašoma neharmonine funkcija. Jinai pasižymi tam tikru dažnių intervalu  $\Delta\omega$ , t.y. spektrinė linija turi plotį. Kai  $\Delta\omega \ll \omega$ , tai šviesos banga vadinama kvazimonochromatine.

Bangos dažnis apibūdina jos periodiškumą laike. Bangos erdvinį periodiškumą nusako jos *ilgis*  $\lambda$ , arba, tiksliau sakant, *bangos vektorius*  $\vec{k}$ . Jo kryptis sutampa su bangos sklidimo kryptimi, o jo modulis  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  vadinamas *bangos skaičiumi*.

Praktiškai monochromatinė šviesa vadiname labai siauro dažnių intervalo šviesą, kurią apytiksliai galime apibūdinti vienu dažniu ar vienu bangos ilgiu. Geriausias monochromatinės šviesos šaltinis yra nuolatinis dujų lazeris, kurio spektro linijos plotis – apie  $10^{-7} \text{ nm}$ .

*Šviesos greičio vakuume  $c$  ir jos fazinio greičio aplinkoje  $v$  santykis vadinamas šios aplinkos absoliutiniu lūžio rodikliu  $n$* , t.y.

$$n = \frac{c}{v}. \quad (2.1.2)$$

Šią išraišką sugretinę su elektromagnetinės bangos faziniu greičiu (1.3.7), matome, kad  $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ . Dauguma šviesai skaidrių medžiagų yra diamagnetikai arba paramagnetikai, kurių  $\mu \approx 1$ , todėl

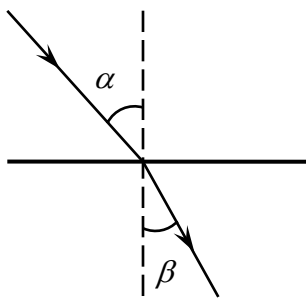
$$n = \sqrt{\varepsilon}. \quad (2.1.3)$$

Ši formulė susieja medžiagos dielektrines ir optines savybes. Tačiau (2.1.3) lygybėje esančią dielektrinę skvarbą  $\varepsilon$  lemia šviesos bangos elektrinio lauko sukelta medžiagos poliarizacija, kuri optinių dažnių diapazone priklauso nuo medžiagos prigimties ir bangos dažnio. *Aplinka vadinama optiškai vienalyte, jeigu absoliutinis lūžio rodiklis bet kokio dažnio šviesai yra vienodas visuose jos taškuose*. Aplinka, kurios absoliutinis lūžio rodiklis yra didesnis, vadinama *optiškai tankesne*.

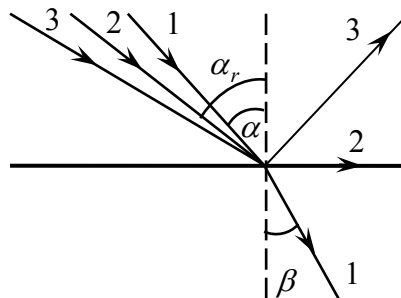
Šviesos lūžio dėsnio matematinę išraišką 1621 m. pateikė V.Snelijus. Joje ryšys tarp šviesos kritimo kampo  $\alpha$  ir lūžio kampo  $\beta$  (2.1 pav.) yra išreiškiamas šitaip:

$$\sin \alpha = n_{21} \sin \beta; \quad (2.1.4)$$

čia  $n_{21}$  – antrosios aplinkos santykinis lūžio rodiklis pirmosios aplinkos atžvilgiu, lygus aplinkų absoliutinių lūžio rodiklių santykiui:  $n_{21} = n_2/n_1$ . Šviesai krintant iš optiškai tankesnės aplinkos į optiškai retesnę, lūžio kampas yra didesnis už kritimo kampą. Didinant kritimo kampą, didėja ir lūžio kampas. Tam tikro dydžio kampu krintantis spindulys jau nepereina antrąją aplinką, o atsispindi pagal atspindžio dėsnius. Šis reiškinys vadinamas visišku *vidaus atspindžiu*, o mažiausias kritimo kampas  $\alpha_r$ , kuriam esant gaunamas visiškas vidaus atspindys, vadinamas *ribiniu kampu*. 2.2 paveiksle parodyta, kaip sklinda skirtingais



2.1 pav.

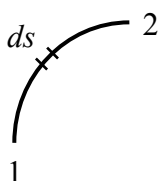


2.2 pav.

kampais krintantys spinduliai. Visiškas vidaus atspindys yra panaudojamas įvairiai informacijai perduoti šviesolaidžiais.

Vienalytėje aplinkoje šviesa sklinda tiesiomis linijomis, o nevienalytėje – kreivomis. Nevienalytėje aplinkoje šviesos sklidimo trajektorija gali būti randama P.Ferma 1679 m. nustatytu principu: šviesa visuomet sklinda tokiu keliu, kuriam įveikti reikia mažiausiai laiko (2.3 pav.). Kelio elementą  $ds$  šviesa nueis per laiką

$$dt = \frac{ds}{v}; \quad (2.1.5)$$



2.3 pav.

čia  $v$  – šviesos sklidimo greitis šio kelio elemento aplinkoje. Pasinaudoję (2.1.2) išraišką, gauname:

$$dt = \frac{n}{c} ds. \quad (2.1.6)$$

Laiką, kurio reikia šviesai nueiti iš pirmo taško į antrą, gausime suintegravę (2.1.6) išraišką:

$$\tau = \frac{1}{c} \int_1^2 n \cdot ds. \quad (2.1.7)$$

kelio elemento  $ds$  ir aplinkos absoliutinio lūžio rodiklio  $n$  sandaugą vadina optinio kelio elementu  $dL$ , o šios sandaugos integralą – optiniu keliu.

Pagal Fermą principą laikas  $\tau$  turi būti minimalus. Kadangi  $c$  yra pastovus dydis, tai minimalus turi būti ir optinio kelio ilgis

$$L = \int_1^2 n \cdot ds. \quad (2.1.8)$$

Taigi Ferma principas gali būti nusakomas dar ir šitaip: *šviesa sklinda minimalaus ilgio optiniu keliu.*

Remiantis Ferma principu, galima paaiškinti šviesos *atspindžio* ir *lūžio dėsnius*.

Šviesos energijos jutikliai, pavyzdžiui, akis, termoelementas ir kt. yra inertiški, ir jų reakcijos į šviesos poveikį stiprumas proporcingas suvidurkintai laiko atžvilgiu šviesos srauto vertei. Todėl šviesos energija įvertinama ne Pointingo vektoriumi  $\vec{S}$  (1.3.14), bet jo modulio vidurkiu, ir šis dydis vadinamas *šviesos intensyvumu*  $I$ . Taigi

$$I = \left\langle \left| \vec{S} \right| \right\rangle = \left\langle \left| \vec{E} \times \vec{H} \right| \right\rangle. \quad (2.1.9)$$

Atsižvelgę į elektromagnetinės bangos elektrinio ir magnetinio lauko amplitudžių ryšį (1.3.10), iš (2.1.9) gauname, kad

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} \frac{E_m^2}{2}; \quad (2.1.10)$$

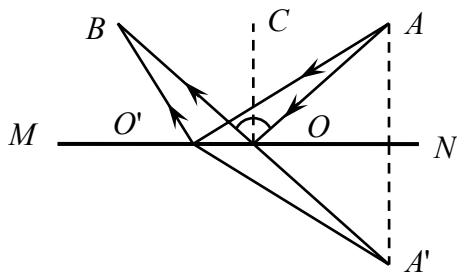
čia  $E_m$  – šviesos vektoriaus amplitudė. Taigi šviesos intensyvumas yra tiesiogiai proporcingas bangos amplitudės kvadratui.

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname šviesos vektoriumi?
2. Ką vadiname monochromatine šviesa?
3. Ką vadiname optiškai vienaalyte aplinka?
4. Kada gaunasi visiškas vidaus atspindys?
5. Kaip nusakomas Ferma principas?
6. Nuo ko priklauso šviesos intensyvumas?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Remiantis Ferma principu, gaukite šviesos atspindžio dėsnį.



Sprendimas. Atspindžio dėsnio aiškinimas parodytas paveiksle.  $MN$  yra dvi aplinkas skiriantis paviršius,  $AO$  – krintantis spindulys,  $OB$  – atsispindėjęs spindulys,  $A'$  taškas, kuriame susikerta  $OB$  spindulio tęsinys su statmens iš taško  $A$  į skiriamąjį paviršių  $MN$  tiesiniu. Matome, kad spinduliui atsispindint nuo skiriamojo paviršiaus, trumpiausias kelias iš taško  $A$  į tašką  $B$  yra tuomet, kai kampas  $AOC$  lygus kampui  $BOC$ , nes iš trikampio  $BA'O'$  seka, kad viena trikampio kraštinė  $BA'$ , kuri lygi  $A'O$  ir  $OB$  sumai, visuomet yra mažesnė už kitų dviejų kraštinių  $BO'$  ir  $O'A'$  sumą.

## 2.2 Pagrindinės fotometrinės sąvokos

Šviesos šaltinis skleidžia erdvėje spinduliuotės energiją, kuri vertinama kokybiškai ir kiekybiškai. Pagrindiniai fotometriniai regimosios šviesos dydžiai yra: šviesos stiprumas ( $I$ ), ryškumas ( $B$ ), šviesos srautas ( $\Phi$ ), apšviestumas ( $E$ ). Šviesos srautas yra spinduliavimo energijos srautas, vertinamas regėjimo pojūčiu, o šviesos stiprumas yra lygus šviesos srautui, tenkančiam erdvinio kampo vienetui.

Pagrindinis fotometrinių dydžių vienetas yra šviesos stiprumo vienetas – *kandela* (*cd*). Visi kiti vienetai yra išvestiniai.

Šviesos šaltinio stiprumo SI vienetas kandela lygus stiprumui šviesos, kurią spinduliuoja  $\frac{1}{600000} \text{ m}^2$  ploto juodasis kūnas, kai jo temperatūra lygi platinos kristalizacijos temperatūrai, o slėgis  $101325 \text{ Pa}$ .

Ryškumu  $B$  vadinamas paviršiaus šviesos stiprumo tankis tam tikra kryptimi, lygus šviesos stiprumo  $I_i$  ir šviečiančio paviršiaus projekcijos į plokštumą, statmeną tai kryptčiai, ploto  $S_i$  santykiui:

$$B = \frac{I_i}{S_i}, \quad (2.2.1)$$

arba, įskaitant šviečiančio paviršiaus normalės polinkio į spindulio kryptį kampą  $\alpha$ ,

$$B = \frac{I_i}{S \cos \alpha}; \quad (2.2.2)$$

čia  $S$  – šviečiančio paviršiaus plotas.

Ryškumo vienetas *nit* (*nt*) – tai ryškumas tolygiai šviečiančio paviršiaus, kai šviesos stiprumo (*cd*) ir paviršiaus ploto ( $\text{m}^2$ ) santykis lygus vienetui. Be to, šviesos stiprumas ir ryškumas matuojamas nagrinėjamam paviršiui statmena kryptimi.

Šviesos srautu  $\Phi$  laikomas vidutinis optinio spinduliuotuvo galingumas. Šviesos šaltinis, kurio stiprumas  $I \text{ cd}$ , išspinduliuoja į erdvę šviesos srautą

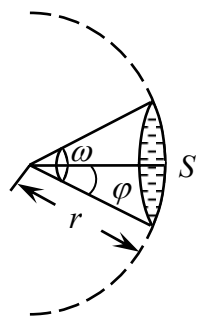
$$\Phi = 4\pi I; \quad (2.2.3)$$

čia  $4\pi$  – pilnas erdvinis kampas.

Jei šviesos srautas yra apribotas kūgiu, kurio viršūnėje yra šviesos šaltinis, o pagrindas yra apšviečiamas paviršius, tai

$$\Phi = \omega \cdot I; \quad (2.2.4)$$

čia  $\omega$  – erdvinis kampas (2.4 pav.), išpjauņas iš sferos, kurios spindulys  $r$ , paviršiaus plotą  $S$ :



$$\omega = \frac{S}{r^2}. \quad (2.2.5)$$

Erdvinio kampo matavimo SI vienetas steradianas (*sr*) yra lygus erdviniam kampui, kai  $S = r^2$ .

2.4 pav.

Ryšys tarp erdvinio kampo  $\omega$  ir plokščiojo kampo  $\phi$  aprašomas šitaip:

$$\omega = 2\pi(1 - \cos \varphi). \quad (2.2.6)$$

Šviesos srauto vienetas yra *liumenas* (*lm*). Vienas liumenas yra lygus šviesos srautui, kurį išspinduliuoja *1cd* stiprumo šviesos šaltinis *1sr* erdviniam kampe, t.y.

$$1lm = 1cd \cdot 1sr.$$

*Paviršiaus apšviestumu* *E* yra vadinamas paviršinis šviesos srauto tankis, lygus šviesos srauto  $\Phi$  ir apšviečiamo paviršiaus ploto *S* santykiui:

$$E = \frac{\Phi}{S}. \quad (2.2.7)$$

Apšviestumo vienetas *liuksas* (*lx*) yra  $1m^2$  paviršiaus apšviestumas, kai *1lm* šviesos srautas pasiskirsto tolygiai:

$$1lx = \frac{1lm}{1m^2}.$$

Iš (2.2.4), (2.2.5) ir (2.2.7) formulų gauname

$$E = \frac{I}{r^2}. \quad (2.2.8)$$

Jei paviršiaus normalė su krintančiu spinduliu sudaro kampą  $\alpha$ , tai

$$E = \frac{I \cdot \cos \alpha}{r^2}. \quad (2.2.9)$$

Tarp to paties paviršiaus apšviestumo ir ryškumo yra šitokia priklausomybė;

$$B = \frac{\rho E}{\pi}; \quad (2.2.10)$$

čia  $\rho$  – paviršiaus atspindžio koeficientas.

## Kontroliniai klausimai

1. Kaip nusakomas šviesos stiprumo vienetas?
2. Kaip nusakomas erdvinio kampo vienetas?
3. Ką vadiname paviršiaus apšviestumu?
4. Koks yra apšviestumo vienetas?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Koks šviesos srautas krinta į statmeną spinduliams  $10cm^2$  ploto paviršių, esantį  $2m$  atstumu nuo šaltinio, kurio šviesos stiprumas  $200cd$ ?

Sprendimas. Įsivaizduokime, kad šviesos šaltinis yra spindulio  $r$  sferos centre, o plotas  $S$  – tos sferos dalis. Tada jo apšviestumas

$$E = \frac{I}{r^2}, \quad (1)$$

nes kampas  $\alpha = 0$ . Antra vertus,

$$E = \frac{\Phi}{S}. \quad (2)$$

(1) ir (2) lygybių dešinėsios pusės yra lygios, todėl

$$\Phi = \frac{IS}{r^2} = \frac{2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3}}{2^2} \text{ lm} = 0.05 \text{ lm}.$$

2. Kokių kampu reikia pasukti plokštelę, kad apšviestumas būtų perpus mažesnis, negu spinduliams krintant statmenai?

Sprendimas. Paviršiaus apšviestumas, kai spinduliai krinta statmenai,

$$E_1 = \frac{I}{r^2}. \quad (1)$$

To paties paviršiaus apšviestumas, kai spinduliai krinta kampu  $\alpha$ ,

$$E_2 = \frac{I \cos \alpha}{r^2}. \quad (2)$$

Pagal sąlygą  $E_2 = 0.5E_1$ , tuomet iš (1) ir (2), gauname  $\cos \alpha = 0.5$ , o  $\alpha \approx 1.05 \text{ rad}$ .

## 2.3 Šviesos interferencija

### 2.3.1 Šviesos interferavimo būdai

Patirtis rodo, kad dviejų arba daugiau šviesos pluoštų duodamas apšviestumas paprastai yra lygus atskirų šviesos pluoštų duodamų apšviestumų sumai. Tačiau šviesa yra elektromagnetinės bangos, o, sudedant bangas, atstojamosios bangos amplitudė tik tam tikruose taškuose yra lygi sudedamų bangų amplitudžių sumai.

Sudėję *koherentinių* bangų lygtis

$$S_1 = A_1 \sin(\omega t - kx_1) \quad (2.3.1a)$$

ir

$$S_2 = A_2 \sin(\omega t - kx_2); \quad (2.3.1b)$$

čia  $x_1$  ir  $x_2$  yra bangų nueiti keliai, o  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – banginis skaičius. Laikydami, kad bangų amplitudės  $A_1 \approx A_2 \approx A$ , gauname suminės bangos tame erdvės taške lygtį:

$$S = S_1 + S_2 = 2A \cos k \frac{x_1 - x_2}{2} \sin \left( \omega t - k \frac{x_1 + x_2}{2} \right). \quad (2.3.2)$$

Šios bangos amplitudė

$$A_p = 2A \cos k \frac{x_1 - x_2}{2} \quad (2.3.3)$$

priklauso ne tik nuo užsiklojusių bangų amplitudės  $A$ , bet ir nuo jų nueitų kelių skirtumo  $\Delta x = |x_1 - x_2|$ . Jei šis skirtumas lygus sveikam bangų ilgių skaičiui, t.y. jei

$$|x_1 - x_2| = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

tai koherentinės bangos tuose aplinkos taškuose stiprina viena kitą ir  $A_p = 2A$ . *Koherentinėmis bangomis yra vadinamos tokios bangos, kurios sukelia nestatmenus svyravimus ir kurių fazių skirtumas ilgai išlieka pastovus.*

Nekoherentinių bangų fazių skirtumas kinta chaotiškai nuo 0 iki  $2\pi$ , ir interferencijos nebūna. Šiuo atveju šviesa yra vidutinio stiprumo:  $\langle I \rangle \sim \langle A_p^2 \rangle = \langle A_1^2 \rangle + \langle A_2^2 \rangle$ .

Atstojamasis svyravimas yra tokio pat dažnio bei ilgio banga, kaip ir dedamosios bangos. Kaip rodo (2.3.3) lygtis, atstojamosios bangos amplitudė  $A_p$  priklauso nuo dedamųjų bangų fazių skirtumo  $\Delta\varphi = k\Delta x$ .

Kai  $\cos 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 1$ , t.y. kai  $\Delta x = 0, \pm\lambda, \pm 2\lambda, \dots$ ,  $A = |A_1 + A_2|$ ; o kai  $\cos 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = -1$ , taigi, kai  $\Delta x = \pm \frac{\lambda}{2}, \pm \frac{3\lambda}{2}, \dots$ ,  $A = |A_1 - A_2|$ . Vadinasi, kai dedamųjų bangų eigos skirtumas  $\Delta x$  yra kartotinis lyginiam pusbangių  $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$  skaičiui  $\left(\Delta x = 2m \frac{\lambda}{2}\right)$ , atstojamosios bangos amplitudė lygi dedamųjų bangų amplitudžių sumai; o kai jis yra kartotinis nelyginiam pusbangių skaičiui  $\left(\Delta x = (2m+1) \frac{\lambda}{2}\right)$ , atstojamosios bangos amplitudė lygi dedamųjų bangų amplitudžių skirtumui. Čia  $m$  yra sveikas skaičius.

Kai  $A_1 = A_2$ , tai pirmuoju atveju  $A_p = 2A_1$ , o antruoju –  $A_p = 0$ . Pastaruoju atveju svyravimai tame taške išnyksta.

Dedamųjų bangų fazių skirtumas visą laiką išlieka pastovus tik tada, kai svyravimai yra nenutrūkstanti ir harmoningi.

Dažniausiai susiduriame su nutrūkstamais svyravimais. Tuomet kinta dedamųjų bangų fazių skirtumas, atstojamosios bangos amplitudė  $A_p$ , o kartu ir šviesos stiprumas  $I \sim A_p^2$ . Šiuo atveju šviesos stiprumas laiko atžvilgiu yra vidutinis  $\langle I \rangle \sim \langle A_p^2 \rangle$ , o kai bangos yra koherentinės,  $\langle A_p^2 \rangle$  priklauso nuo fazių skirtumo  $\Delta\varphi$  ir kinta nuo  $(A_1 - A_2)^2$  iki  $(A_1 + A_2)^2$ . Taigi, tiriant šviesos interferencijos reiškinius, reikia imti koherentinius šviesos pluoštus. Dviejų atskirų šviesos šaltinių



(išskyrus lazerių) spinduliuojami šviesos pluoštai neinterferuoja, nes jie nėra koherentiniai. Šviesą spinduliuoja atskiri atomai, o spinduliavimas trunka apie  $10^{-8} s$ . Dviejų atskirų atomų spinduliuojamų bangų fazių skirtumas nuolat kinta, taigi spinduliavimas nėra koherentinis ir interferencijos nebus.

A.Frenelis parodė, kad bangas galima padaryti koherentinėmis, dalijant atspindžio arba lūžio būdu vieno arba kelių artimai sąveikaujančių atomų išspinduliuotą šviesos srautą į atskirus du srautus. Jis išskaidė šviesos šaltinio nedidelio paviršiaus išspinduliuotą šviesos pluoštą į du koherentinius, nukreipęs jį į du arti  $180^\circ$  kampu suglaustus veidrodžius. Šviesos pluoštai, atsispindėję nuo veidrodžių yra koherentiniai ir susitikę interferuoja. A.Frenelis naudojo ir biprizmę, kurią sudaro dvi mažo laužiamojo kampo prizmės, sudėtos pagrindais. Biprizmės sudaro du šviesos šaltinio menamus atvaizdus, iš kurių sklinda koherentinės bangos. T.Jungo būdas dviem koherentiniams šviesos srautams gauti remiasi šviesos difrakcijos reiškiniu. Jo prietaise šviesos šaltinis stipriai apšviečia plyšį ekrane. Iš jo sklindanti šviesos banga pasiekia ekraną su dviem siaurais plyšiais, kuriuos nušviečia skirtingos tos pačios bangos paviršiaus dalys. Perėjusi juos, šviesa difraguoja, ir šviesos srautai, susitikę ekrane interferuoja taip, kaip ir kituose interferenciniuose prietaisuose.

Skaičiavimai rodo, kad *koherentiškumo laikas* atvirkščias dažnių intervalui  $\Delta \nu$ , būdingam duotai šviesos bangai:

$$t_k \sim \frac{1}{\Delta \nu}, \quad (2.3.4)$$

čia ženklas „ $\sim$ “ reiškia, kad lygu eile. Monochromatinės bangos  $\Delta \nu = 0$ , todėl koherentiškumo laikas begalinis.

Dažnis ir bangos ilgis vakuume siejami lygybe  $\nu = c/\lambda_0$ . Išdiferencijavę šią lygybę ir praleidę minuso ženklą, kuris parodo, kad, vienam dydžiui didėjant, antrasis mažėja, gauname  $\Delta \nu = \frac{c\Delta\lambda_0}{\lambda_0^2} \approx \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}$ . Tuomet

$$t_k \sim \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}. \quad (2.3.5)$$

Atstumas  $l_k = ct_k$ , kuriuo nusklinda banga per koherentiškumo laiką, vadinamas *koherentiškumo ilgiu*. Jis reiškia, kad tokį atstumą nusklidusios bangos atsitiktinės fazės pokytis bus lygus  $\pi$ . Taigi koherentiškumo ilgis išreiškiamas šitaip

$$l_k \sim \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \quad (2.3.6)$$

Įvertinkime koherentiškumo laiką ir ilgį esant  $\lambda = 500nm$  (žalia spalva) ir  $\Delta\lambda = 1nm$ . Pagal (2.3.6)

$$l_k \sim \frac{500^2}{1} = 25 \cdot 10^4 nm = 0.25mm.$$

Atitinkamai

$$t_k \sim \frac{l_k}{c} = \frac{25 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 10^8} s \approx 10^{-12} s.$$

Koherentiškumo ilgis nepriklauso nuo aplinkos.

Realios šviesos bangos amplitudė ir fazė kinta ne tik sklidimo kryptimi, bet ir plokštumoje statmenoje šiai kryptčiai. Atstumas  $\rho_k$ , kuriam esant fazių skirtumas pasiekia  $\pi$ , vadinamas erdvinio koherentiškumo ilgiu arba koherentiškumo spinduliu.

Jeigu šviesos šaltinis yra disko formos, kurio diametras iš duotojo taško matomas kampu  $\varphi$ , tai

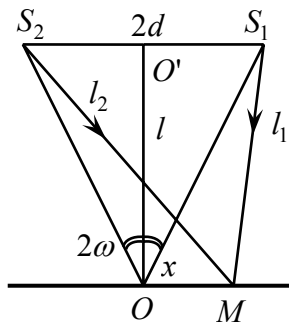
$$\rho_k \sim \frac{\lambda}{\varphi}. \quad (2.3.7)$$

Taškinio šviesos šaltinio  $\varphi = 0$ , todėl  $\rho_k$  yra begalinis.

Saulės kampinis nuotolis yra apie  $0.01rad$ , o imdami  $\lambda = 500nm$ , gauname

$$\rho_k \sim \frac{500}{0.01} = 5 \cdot 10^4 nm = 0.05mm.$$

Lazerio spinduliavimas pasižymi dideliu laiko ir erdvės koherentiškumu. Šalia lazerio erdvinis koherentiškumas stebimas visame šviesos pluošto skerspjūvyje.



2.5 pav.

Šviesos šaltiniai  $S_1$  ir  $S_2$  išspinduliuoja dvi koherentes bangas (2.5 pav.), kurios, nuėjusios kelią  $S_1M$  ir  $S_2M$ , susitinka ekrano  $M$  taške.

Suraskime šviesos stiprumo maksimumų ir minimumų pasiskirstymą interferenciniame vaizde. Tarkime, kad  $S_1S_2 = 2d$ ,  $OO' = l$ ,  $S_1M = l_1$ ,  $S_2M = l_2$  ir  $MO = x$ . Jeigu bangų pradinių fazių skirtumas  $\Delta\varphi = 0$ , tai centrinis šviesos stiprumo maksimumas bus viduriniame taške  $O$ . Iš 2.5 pav. matyti, kad

$$l_2^2 = l^2 + (d+x)^2,$$

$$l_1^2 = l^2 + (d-x)^2,$$

taigi

$$l_2^2 - l_1^2 = 4xd.$$

Iš čia bangų geometrinis eigos skirtumas taške  $M$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \frac{4xd}{l_1 + l_2}. \quad (2.3.8)$$

Palyginti su  $l_1$  ir  $l_2$ ,  $\Delta l$  yra labai mažas. Be to,  $2d \ll l$ , todėl galime laikyti, kad  $l_1 + l_2 \approx 2l$ . Tada

$$\Delta l = \frac{2xd}{l}. \quad (2.3.9)$$

Šviesos stiprumo *maksimumai* bus tuose ekrano taškuose, kuriuose  $\Delta l = 2m \frac{\lambda}{2}$ , o *minimumai* – kuriuose  $\Delta l = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$ . Įrašę šias  $\Delta l$  reikšmes į (2.3.9) lygtį, maksimumų ir minimumų padėtis galėsime išreikšti taip:

$$x_{\max} = m \frac{l}{2d} \lambda \text{ ir } x_{\min} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{2d} \lambda; \quad (2.3.10)$$

čia  $m$  yra interferencijos eilės skaičius,  $m = 0, 1, 2, \dots$

*Nuotolį tarp dviejų gretimų šviesių arba tamsių interferencijos juostų vadiname interferencijos juostos pločiu  $b$ . Tuomet*

$$\boxed{b = \frac{l}{2d} \cdot \lambda} \quad (2.3.11)$$

Matome, kad interferencijos juostos plėtėja, ilgėjant bangai ir mažėjant nuotoliui tarp koherentinių šviesos šaltinių. Juostos plotį galime išreikšti ir taip. Nustatomą interferencijos apertūros spindulių skersčio kampą pažymėsime  $2\omega$  (2.5 pav.). Jis yra mažas, todėl

$$2d = 2\omega l$$

ir

$$b = \frac{\lambda}{2\omega} \quad (2.3.12)$$

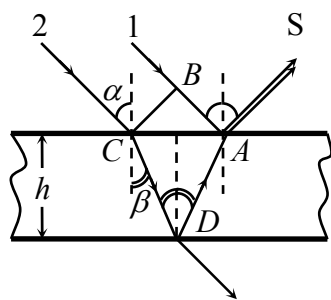
Kampinis interferencijos juostos plotis, nusakantis kampinį nuotolį tarp dviejų šviesių arba tamsių juostų, yra

$$\beta = \frac{b}{l} = \frac{\lambda}{2d}. \quad (2.3.13)$$

Jis yra tuo didesnis, kuo mažesnis nuotolis  $2d$  tarp šviesos šaltinių. Išmatavę  $b$ ,  $d$  ir  $l$ , galėsime surasti šviesos bangos ilgį. Naudojantis interferencija pirmą kartą buvo išmatuotas regimosios šviesos bangos ilgis: kraštinių raudonųjų spindulių  $\lambda_r \approx 0.8 \mu m$ , o kraštinių violetinių  $\lambda_v \approx 0.4 \mu m$ .

### 2.3.2 Plonų plėvelių spalvos

Kartais aiškus interferencinis vaizdas susidaro, apšvietus balta šviesa plonas muilo tirpalo, alyvos arba žibalo plėveles. Šie interferencijos reiškiniai vadinami plonų plėvelių spalvomis. Jie



2.6 pav.

susidaro, atsispindėjęs šviesai nuo priekinės ir užpakalinės plėvelės sienelių. Tarkime, kad lygiagrečių spindulių pluoštas krinta į storio  $h$  lygiagrečių sienelių plėvelę (2.6 pav.). Spindulių kritimo kampas yra  $\alpha$ , lūžimo –  $\beta$ . Išskirkime iš šio pluošto du gretimus spindulius 1 ir 2. Pirmasis krinta taške  $A$  ir, iš dalies atsispindėjęs, sklinda kryptimi  $AS$ . Antrasis krinta taške  $C$  ir, taip pat iš dalies atsispindėjęs, o iš dalies lūžęs, įeina į plėvelę ir, pasiekęs taške  $D$  apatinę jos sienelę, iš dalies atsispindi nuo jos ir, iš dalies lūžęs,

išeina iš plėvelės kitoje pusėje. Atsispindėjusi spindulio dalis nueina ta pačia linkme kaip ir spindulio 1 atsispindėjusi dalis. Šios abi spindulių dalys, būdamos koherentinės, interferuoja. Eigos skirtumą nusako jų nueitų optinių kelių skirtumas  $\Delta$ .

*Optinio kelio ilgį išreiškia geometrinių kelių ilgio ir aplinkos lūžio rodiklio sandauga.*

Pažymėję plėvelės medžiagos šviesos lūžio rodiklį  $n$ , o aplinkos šviesos  $n_1$  (jei plėvelė yra ore,  $n_1 \approx 1$ ), gauname:

$$\Delta = n \cdot 2AD - 1 \cdot AB = 2 \frac{nh}{\cos \beta} - 2nhtg\beta \cdot \sin \alpha = \frac{2nh}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) = 2nh \cos \beta = 2h \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (2.3.14)$$

Tiriant interferenciją atsispindėjusioje šviesoje, reikia prisiminti, kad spindulys 1 taške  $A$  atsispindi nuo optiškai tankesnės aplinkos, todėl fazė pakinta dydžiu  $\pi$ , o tai tolygu eigos skirtumo pokyčiui dydžiu  $\lambda/2$ . Taigi atsispindėjusios šviesos maksimumas bus tuomet, kai

$$2h \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \mp \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

arba

$$2h \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = \left(m \pm \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad (2.3.15)$$

o minimumas, kai

$$2h \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \mp \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

arba

$$2h \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = m \lambda; \quad (2.3.16)$$

čia  $m$  yra interferencijos eilė.

Perėjusioje šviesoje būna atvirkščiai: (2.3.15) lygtis aprašo minimumą, o (2.3.16) – maksimumą, nes dėl atspindžių perėję spinduliai fazės nekeičia.

Jei plėvelę apšviestume monochromatine šviesa ir spinduliai būtų lygiagretūs, tai, esant maksimumui, plėvelė įgautų tų spindulių spalvą, o esant minimumui, ji būtų tamsi. Apšvietus nemonochromatine šviesa plėvelės spalva priklausys nuo to, kokio bangos ilgio spinduliams esant bus tenkinama maksimumo sąlyga. Keičiant spindulių kritimo kampą  $\alpha$ , keisis ir plėvelės spalva.

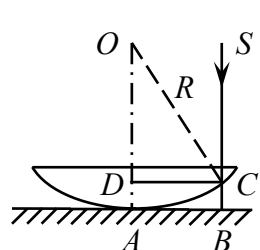
Šviesos maksimumų ir minimumų juostos eina per vienodo storio plėvelės taškus; todėl jas vadiname vienodo storio juostomis. Tokios juostos matomos prietaisu, sudarytu iš plokščiai išgaubto sferinio lęšio, padėto ant lygios stiklo plokštelės (Niutono žiedai). Keičiantis oro tarpelio storiui, kinta ir juostų plotis.

Jeigu vienodo storio plėvelę apšviesime monochromatiniais spinduliais, krintančiais skirtingais kampais  $\alpha$ , tai kiekvieną  $\alpha$  atitiks tam tikras eigos skirtumas. Visų vienodai palinkusių spindulių fazės skirsis vienodai ir interferencijos juostos atitiks vienodą spindulių polinkį. Jos vadinamos vienodo polinkio juostomis.

### 2.3.3 Niutono žiedai

Prietaisą sudaro plokščiai išgaubtas didelio kreivumo spindulio  $R$  sferinis lęšis, padėtas išgaubta puse ant lygios stiklo plokštelės (2.7 pav.). Krintantis šviesos spindulys  $S$  iš dalies atspindi taške  $C$ , iš dalies – taške  $B$ . Abi spindulio dalys susitinka taške  $C$  ir interferuoja. Susidaro žiedo formos interferencijos juostos, vadinamos *Niutono žiedais*.

Pažymėkime oro sluoksnio  $BC$  storį  $d$ . Abiejų spindulių eigos skirtumas yra lygus  $2d + \frac{\lambda}{2}$ , nes šviesai atspindint nuo optiškai tankesnės aplinkos, taške  $B$  bangos fazė pasikeičia dydžiu  $\pi$ .



Kai

$$2d + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad (2.3.17)$$

(čia  $m$  yra sveikas skaičius, rodantis interferencijos eilę), turėsime šviesų žiedą, o kai

2.7 pav.

$$2d + \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \quad (2.3.18)$$

– tamsų. Interferencijos žiedo spindulį  $AB = r_m$  galime surasti iš trikampio  $ODC$

$$r_m^2 = (2R - d)d. \quad (2.3.19)$$

Oro sluoksnio storis  $d$  yra labai mažas palyginti su lęšio paviršiaus kreivumo spinduliu  $R$ , todėl

$$r_m^2 \approx 2R \cdot d \quad (2.3.20)$$

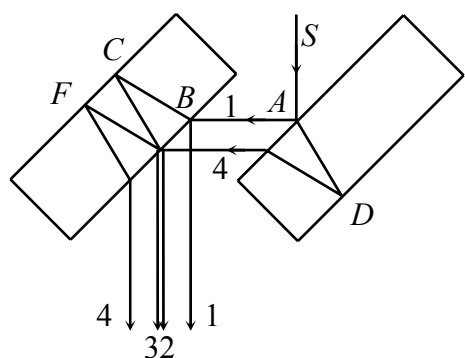
Šiuo įrenginiu matuoja tamsių žiedų spindulius. Iš interferencijos sąlygos (2.3.18)  $2d = m\lambda$ , tuomet

$$r_m = \sqrt{Rm\lambda}. \quad (2.3.21)$$

Žinodami  $R$  ir išmatavę  $m$ -tojo tamsaus žiedo spindulį  $r_m$ , galėsime surasti bangos ilgį  $\lambda$ .

## 2.3.4 Interferometrai

Prietaisai, skirti šviesos interferencijai stebėti ir tirti, vadinami interferometrais. Pagal veikimą juos galime suskirstyti į dvi grupes. Vienuose šviesos banga išskaidoma į dvi koherentes bangas, kurios nueina skirtingo ilgio kelius ir sudėtos interferuoja. Šiai grupei priklauso J.Žameno, A.Maikelsono, V.Liniko ir kiti interferometrai. Kitos grupės interferometruose šviesos banga išskaidoma į daug atskirų koherentinių bangų. Į šią interferometrų grupę įeina O.Liumerio ir E.Gerkio interferometras, Ch.Fabri ir A.Pero etalonas ir kt.

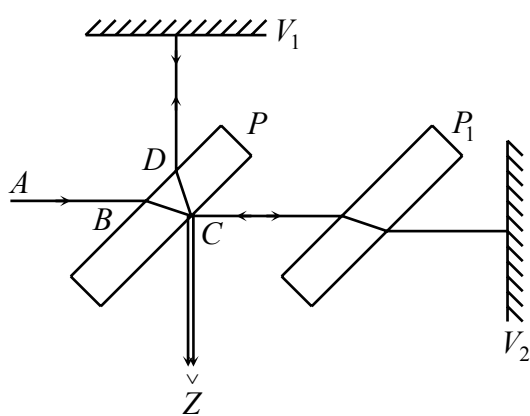


2.8 pav.

J.Žameno interferometrą sudaro dvi vienodo storio ir lygiagrečių sienelių stiklo plokštelės (2.8 pav.), padėtos lygiagrečiai viena su kita arba pakreiptos nedideliu kampu. Į pirmąją plokštelę krintanti banga  $S$  susiskaido į dvi, iš dalies atsispindėjus nuo priekinės sienelės taške  $A$ , o nuo užpakalinės sienelės taške  $D$ . Tarp plokštelių sklinda jau bangos 1 ir 4, kurios, krisdamos į antrąją plokštelę, vėl susiskaido kiekviena į dvi bangas taip, kad jų dalys 2 ir 3

sklinda kartu. Apšvietę plokštelę monochromatinių lygiagrečių bangų pluoštu, priklausomai nuo eigos skirtumo dydžio matysime stipriau arba silpniau apšviestą kitą plokštelę. Apšviesta natūralia šviesa, plokštelė nusidažo. Žameno interferometre storo stiklo plokštelė kartais pakeičiama dviem plonomis metalizuotomis plokštelėmis. Jos pastatomos storos plokštelės sienelių vietose. Priekinė plokštelė puskaidrė, o užpakalinė gerai atspindinti šviesą. Šiuo būdu stiklo sluoksnis pakeičiamas oro sluoksniu. Tokį interferometrą sukūrė D.Roždestvenskis. Interferometruose ultravioletiniams spinduliams tirti stiklo plokštelės pakeičiamos fluorito arba kvarco plokštelėmis.

Vienos bangos (1 arba 4) kelyje įterpus kitokio šviesos lūžio rodiklio medžiagos sluoksnį, abi bangos nueis nevienodus optinius kelius. Tarkime, kad šis eigos skirtumas, išreikštas bangos ilgiu,

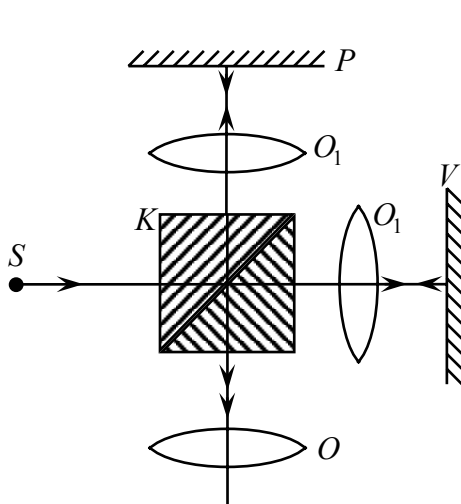


2.9 pav.

yra  $m\lambda$ . Tada interferencijos vaizdas pasislinks per  $m$  juostų. Iš vaizdo poslinkio galima surasti  $m$ , o jį žinant, apskaičiuoti lūžio rodiklio pokytį, įterpus kitokios medžiagos sluoksnį arba pakeitus temperatūrą, slėgį ir pan. Taigi J.Žameno interferometrą galima naudoti mažiems medžiagos lūžio rodiklio pokyčiams matuoti. Todėl jis kartais vadinamas interferenciniu refraktometru.

A.Maikelsono interferometro schema pateikta

2.9 pav. Šviesos banga  $AB$ , sutikusi puskaidrę plokštelę  $P$ , iš dalies atspindi taške  $C$ , o iš dalies pereina kiaurai. Pirmoji bangos dalis, pasiekusi veidrodį  $V_1$ , atspindi ir sklinda keliu  $V_1DC\check{Z}$ ; antroji, perėjusi per lygiai tokia pat antrą plokštelę  $P_1$  ir susitikusi pakeliui veidrodį  $V_2$ , atspindi ir

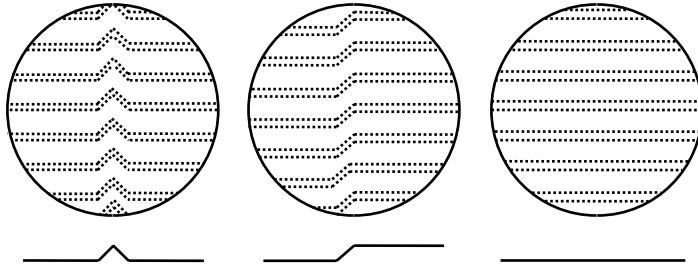


2.10 pav.

nueina keliu  $V_2C\check{Z}$ . Jei abiejų veidrodžių  $V_1$  ir  $V_2$  nuotoliai nuo taško  $C$  bus skirtingi, tai bangos, susitikusios taške  $C$ , interferuoja, ir pro žiūroną  $\check{Z}$  matysime šviesias ir tamsias interferencijos juostas. Tokiu interferometru A.Maikelsonas ir E.Morlėjus bandė nustatyti šviesos sklaidimo Žemės skriejimo kryptimi ir statmenai šiai kryptčiai greičių skirtumą.

V.Liniko mikrointerferometru tikrinama paviršių kokybė. Jo schema pateikta 2.10 pav. Lemputės  $S$  spinduliuojama šviesa krinta į kubą  $K$ , kuris turi

pusskaidrę įstrižainę plokštumą. Iš dalies perėję per ją spinduliai atsispindi nuo veidrodžio  $V$ , grįžta atgal ir, dar kartą atsispindėjęs nuo įstrižainės plokštumos, nueina į okuliarą  $O$ . Kita bangos dalis, atsispindėjusi nuo pusskaidrės kubo plokštumos, apšviečia tiriamąjį paviršių  $P$  ir, atsispindėjusi nuo jo, pereina per kubą ir nueina į  $O$ . Objektyvas  $O_1$  ir okuliaras  $O$  sudaro

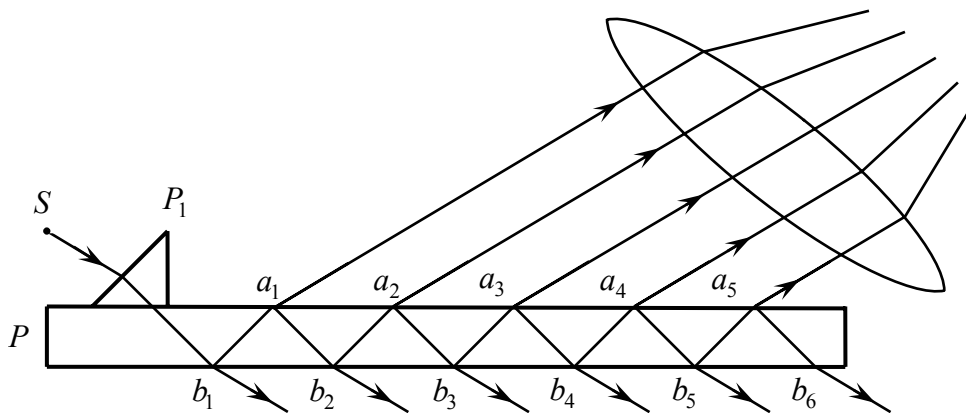


2.11 pav.

mikroskopą, pro kurį stebimas tiriamasis paviršius. Okuliaro regimajame lauke taip pat matomos interferencijos juostos, išlinkusios statmenai paviršiaus rėžiams (2.11 pav.). Čia parodytas tiriamojo paviršiaus profilis ir jį atitinkantis interferencinis vaizdas. Ties nelygumais

juostelės išlinksta. Juostų forma rodo paviršiaus profilį. Apie paviršiaus nelygumų dydį sprendžiama iš juostų išlinkimo tose vietose, kur jos kryžiuojasi su paviršiaus nelygumu. Juostos pločio išlinkimą atitinka  $\lambda/2$  dydžio paviršiaus nelygumas. Liniko mikrinterferometras taip pat naudojamas labai plonų sluoksnių storiui matuoti  $0.02 \div 0.05 \mu m$  tikslumu.

O.Liumerio ir E.Gerkio interferometro pagrindinė dalis yra plona vienalyčio stiklo arba kvarco plokštelė  $P$  su lygiagrečiomis sienelėmis (2.12 pav.). Į ją pro prizmę  $P_1$  bangos nukreipiamos taip,

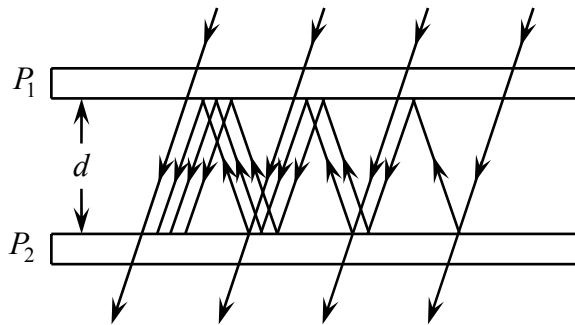


2.12 pav.

kad jų kritimo kampas stiklo ir oro riboje būtų artimas visiško vidaus atspindžio kampui. Tada beveik visa šviesa atsispindi plokštelės viduje nuo jos sienelių taškuose  $a_1, a_2, a_3 \dots$  ir  $b_1, b_2, b_3 \dots$ , ir tik labai maža jos dalis išeina į orą pro viršutinį bei apatinį paviršių. Todėl iš plokštelės išėjusių bangų šviesos stiprumas mažai tesiskiria. Šiuo būdu gaunama iki 10-15 beveik vienodo stiprumo bangų. Kai į plokštelę krinta platesnio šviesos šaltinio išspinduliuota šviesa, tai ne visų bangų



kritimo ir lūžio kampai yra vienodi. Todėl ekrane gaunamos skirtingos labai didelės (net iki  $10^4$ ) eilės interferencijos juostos.



2.13 pav.

Ch.Fabri ir A.Pero etaloną sudaro dvi labai lygių paviršių stiklinės arba kvarcinės plokštelės  $P_1$  ir  $P_2$  su oro sluoksniu tarp jų (2.13 pav.). Plokštelės padedamos taip, kad vienas į kitą nukreipti jų paviršiai būtų visai lygiagretūs. Kad atspindys būtų geresnis, šie paviršiai pasidabrinami.

Interferencijos juostas sudaro vienodo polinkio žiedai, nes etalonas apšviečiamas platesnio

šaltinio spinduliuojamu šviesos pluoštu. Interferencijos eilė priklauso nuo atstumo tarp plokštelių. Dažniausiai jis yra lygus  $d = (1 \div 100) \text{ mm}$ , karatais siekia  $100 \text{ cm}$ . Kai  $d = 5 \text{ mm}$ , gaunamos net  $m = 2 \cdot 10^4$  eilės interferencijos juostos.

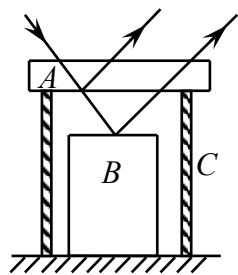
Mažesnio tikslumo matavimams naudojami paprastesni etalonai.

### 2.3.5 Interferencijos panaudojimas

Interferenciniai tyrimo metodai plačiai naudojami moksle, ypač metrologijoje, ir gamyboje. Pagrindiniai bangų ilgio nustatymo metodai remiasi interferencija.

Technikoje ir gamyboje ilgiams tiksliai išmatuoti naudojamos plieninės įvairaus ilgio Johansono plokštelės-etalonai. Jų galinės plokštumos labai nulygintos ir lygiagrečios vienos su kitomis.

Optinių prietaisų gamyboje interferenciniais metodais tikrinama poliruotų paviršių kokybė. Tikrinamasis paviršius suglaudžiamas su etaloniniu paviršiumi. Tarp jų esantis plonytis oro sluoksnis atsispindėjusioje šviesoje sudaro interferencinį vaizdą. Iš interferencijos juostų formos sprendžiama apie paviršiaus kokybę.



2.14 pav.

Interferenciniu reiškiniu remiasi optikos skaidrinimas. Lęšių paviršiai padengiami labai plona kitos skaidrios medžiagos plėvele su didesniu lūžio rodikliu. Atsispindėjusioje šviesoje gaunamas minimumas, todėl atspindžiai sumažėja arba visai išnyksta.

Šviesos interferencija plonose plėvelėse leidžia nustatyti labai mažus jų storio pokyčius. Šis metodas naudojamas temperatūriniais plėtimosi koeficientams nustatyti interferenciniuose dilatometruose (2.14 pav.), kuriuose

interferuoja šviesa, atsispindėjusi nuo etaloninės plokštelės apatinio paviršiaus  $A$  ir tiriamojo pavyzdėlio viršutinio paviršiaus  $B$ . Cilindro  $C$  plėtimosi koeficientas yra mažas ir gerai žinomas. Interferencinio vaizdo poslinkis per vieną juostą atitinka atstumo tarp  $A$  ir  $B$  pokytį dydžiu  $\frac{\lambda}{2}$ .

Šviesos interferencija leidžia tiksliai išmatuoti labai mažą kampinį nuotolį tarp dvilypių žvaigždžių. Astronominio žiūrono objektyvas uždengiamas diafragma su dviem plyšeliais. Stebint dvilypę žvaigždę, susidaro dvi interferencijos juostų sistemos. Kai vienos sistemos šviesiosios juostos uždengia tamsiąsias antrosios, interferencinis vaizdas išnyksta. Keičiant nuotolį  $r$  tarp plyšelių, galima pasiekti, kad interferencinis vaizdas visai išnyktų. Tuomet kampinis nuotolis  $\Delta\varphi \approx \frac{\lambda}{2r}$ ; čia  $\lambda$  yra šviesos bangos ilgis. Metodo tikslumas didėja, didinant nuotolį  $r$  tarp plyšelių.

## Kontroliniai klausimai

1. Kokias bangas vadiname koherentinėmis?
2. Ką vadiname koherentiškumo ilgiu, laiku ir spinduliu?
3. Ką vadiname interferencija?
4. Kokių būdu pirmiausia buvo nustatyti šviesos bangų ilgiai?
5. Kaip gaunamos koherentinės bangos?
6. Kur yra taikoma šviesos interferencija?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1.  $d = 30 \text{ cm}$  diametro šviesos šaltinis yra  $l = 200 \text{ m}$  nuotoliu nuo stebėjimo vietos. Šaltinis skleidžia šviesos bangas, kurių ilgiai yra nuo  $\lambda_1 = 490 \text{ nm}$  iki  $\lambda_2 = 510 \text{ nm}$ . Įvertinkite: a) koherentiškumo laiką  $t_k$ , b) koherentiškumo ilgį  $l_k$ , c) koherentiškumo spindulį  $\rho_k$ .

Sprendimas. a)  $t_k \cong \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}$  ( $\cong$  reiškia tos pačios eilės). Imdami  $\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$ , gauname

$$t_k \cong \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{4c(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{(490 + 510)^2 \cdot 10^{-18}}{4 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot (510 - 490) \cdot 10^{-9}} \text{ s} = 4 \cdot 10^{-14} \text{ s};$$

$$\text{b) } l_k = c \cdot t_k = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{4(\lambda_2 - \lambda_1)} \approx 10^{-5} \text{ m};$$

c) Šviesos šaltinio diameteras iš stebėjimo vietos matomas kampu  $\varphi = \frac{d}{l}$ . Taigi

$$\rho_k \cong \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)l}{2d} = \frac{(490 + 510) \cdot 10^{-9} \cdot 200}{2 \cdot 0.3} \text{ m} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.3 \text{ mm}.$$

2. Ant stiklinės plokštelės iškiliu paviršiumi uždėtas pusiau skaidrus lęšis. Krintant statmenai į plokščių lęšio paviršių raudonai šviesai ( $\lambda_0 = 610 \text{ nm}$ ), penktojo šviesaus Niutono žiedo spindulys  $r_5 = 5 \text{ mm}$ . Apskaičiuokite: a) lęšio kreivumo spindulį  $R$ , b) trečiojo šviesaus Niutono žiedo spindulį.

Sprendimas. Šviesaus Niutono žiedo spindulys atsispindėjusioje šviesoje

$$r_m = \sqrt{R(2m-1)\frac{\lambda_0}{2}}, \quad (1)$$

čia  $R$  – lęšio kreivumo spindulys,  $m$  – žiedo eilės numeris. Iš (1) formulės gauname

a)

$$R = \frac{2r_m^2}{(2m-1)\lambda_0} = \frac{2r_5^2}{9\lambda_0} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 610 \cdot 10^{-9}} m = 9.1 m.$$

b) Iš (1) formulės gauname, kad

$$\frac{r_{m2}}{r_{m1}} = \sqrt{\frac{2m_2 - 1}{2m_1 - 1}},$$

iš čia

$$r_{m2} = r_{m1} \sqrt{\frac{2m_2 - 1}{2m_1 - 1}} = 5 \sqrt{\frac{5}{9}} mm = 3.7 mm.$$

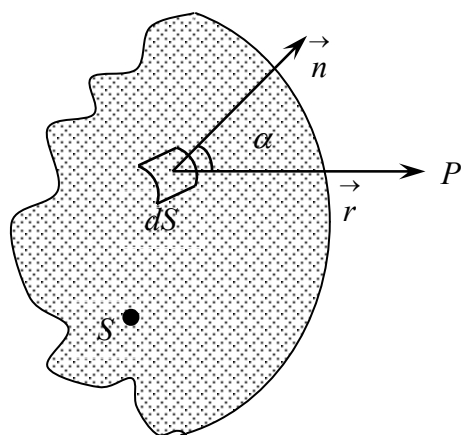
## 2.4 Šviesos difrakcija

### 2.4.1 Heigenso ir Frenelio principas

Šviesos difrakcija vadiname jos bangų užlinkimą sutikus kliūtį, t.y. jų nuokrypį nuo tiesaus sklidimo.

Todėl vietoje griežto geometrinio kliūties šešėlio gaunamas interferencinis vaizdas. Šio vaizdo pobūdis priklauso nuo kliūties matmenų ir formos.

Difrakcijos reiškiny gaunamas tik tada, kai kliūčių matmenys yra maždaug bangos ilgio.



2.15 pav.

Šviesos difrakcijos reiškinių galima paaiškinti pagal Heigenso ir Frenelio principą. Jo esmė ta, kad taškinį šviesos šaltinį galima nagrinėti kaip antrinių koherentinių šaltinių sistemą – sistemą mažų tą šaltinį gaubiančio uždaro paviršiaus plotelių  $dS$  (2.15 pav.).

I aplinkos tašką  $P$  ateinančių antrinių bangų amplitudė  $dA$  proporcinga  $dS$  ploteliui ir priklauso nuo kampo  $\alpha$  tarp plotelio normalės  $\vec{n}$  ir taško padėties vektoriaus  $\vec{r}$ :

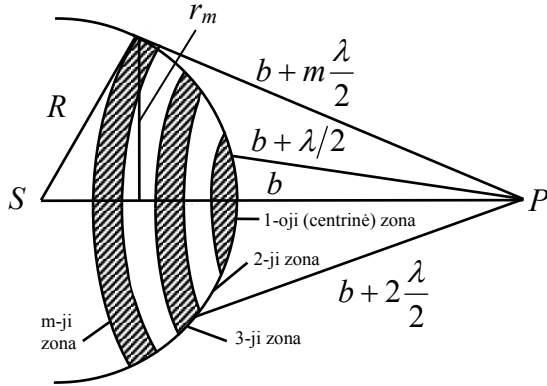
$$dA = f(\alpha) \frac{a \cdot dS}{r}; \quad (2.4.1)$$

čia  $a$  – dydis, proporcingas pirminių bangų amplitudei plotelyje  $dS$ .

Persiklojusios taške  $P$ , šios bangos interferuoja. Norint teoriškai nustatyti interferencijos rezultatą bet kuriame taške  $P$ , patogiausia naudotis *Frenelio zonų metodu*.

### 2.4.2 Frenelio zonų metodas

Tarkime, kad sferinė banga sklinda iš taškinio šaltinio  $S$  vienalytėje aplinkoje. Jos frontas – sfera, simetriška  $SP$  tiesės atžvilgiu (2.16 pav.). Norėdami nustatyti suminę svyravimo amplitudę taške  $P$ , išskaidykime (mintyse) bangos paviršių į žiedines zonas. Gretimų zonų atstumas iki



2.16 pav.

nagrinėjamo taško  $P$  skiriasi  $\lambda/2$ . Todėl iš šių zonų sklindančių ir taške  $P$  persiklojančių bangų fazės yra priešingos. Todėl suminio svyravimo amplitudė

$$A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (2.4.2)$$

čia  $A_i$  – amplitudė bangų, pasiekusių tašką  $P$  iš  $i$ -osios Frenelio zonos. Kol Frenelio zonų numeriai nelabai dideli, tai jų plotai nepriklauso nuo numerio ir yra vienodi. Tai reiškia, kad iš kiekvienos Frenelio zonos išeina ir tašką  $P$  pasiekia vienodas

bangų skaičius. Tačiau, didėjant zonos numeriui, didėja jos atstumas iki nagrinėjamo taško  $P$  ir kampas  $\alpha$  tarp normalės  $\vec{n}$  zonai ir taško  $P$  padėties vektoriaus  $\vec{r}$ . Todėl pagal Heigenso ir Frenelio principą

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots, \quad (2.4.3)$$

t.y. tašką  $P$  pasiekiančių bangų amplitudė monotoniškai mažėja. Tuomet

$$A_p = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - \dots \right) + \dots \quad (2.4.4)$$

Pritaikę viduriniojo nario taisyklę, t.y.

$$A_i = \frac{A_{i+1} + A_{i-1}}{2}, \quad (2.4.5)$$

gauname

$$A_p = \frac{A_1}{2}. \quad (2.4.6)$$

Taigi, viso sferinio banginio paviršiaus suminio svyravimo amplitudė taške  $P$  lygi pusei amplitudės bangų, ateinančių į šį tašką iš pirmos, centrinės, Frenelio zonos. Tokį pat rezultatą gautume, uždengę visą sferinį paviršių, išskyrus pusę centrinės Frenelio zonos. Frenelio zonų spinduliai išreiškiami lygtimi:

$$r_m = \sqrt{m \frac{R \cdot b}{R+b} \cdot \lambda} . \quad (2.4.7)$$

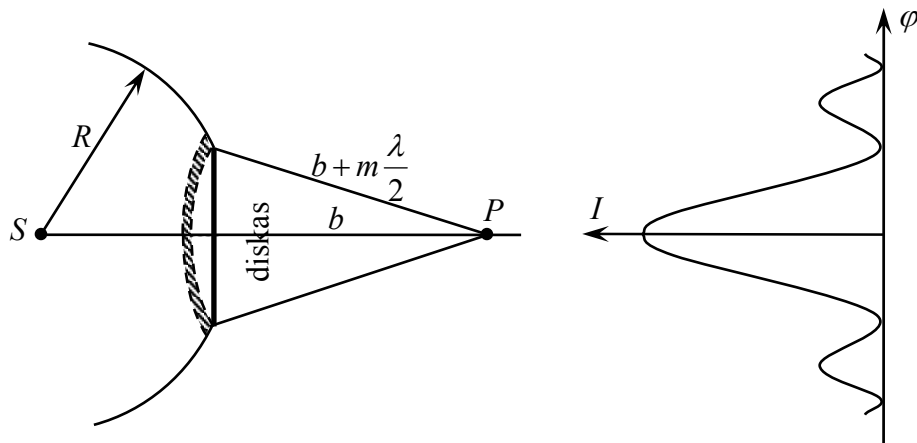
Jei  $R = b = 1 \text{ m}$ , o  $\lambda = 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ , tai pirmosios zonos spindulys  $r_1 = 0.5 \text{ mm}$ .

Skiriami du šviesos difrakcijos atvejai – Frenelio difrakcija ir Fraunhoferio difrakcija. Panagrinėsime juos Frenelio zonų metodu.

### 2.4.3 Frenelio difrakcija

Šiuo atveju sferinei bangai sutikus kliūtį, difrakcinis kliūties vaizdas gaunamas ekrane, esančiame baigtiniu atstumu nuo jos.

a) Tarkime, kad sferinė banga sutinka neskaidrią kliūtį – diską (2.17 pav.), kuris uždengia  $m$  Frenelio zonų. Ekrane gaunamas disko difrakcinis vaizdas – šviesių ir tamsių koncentriškų žiedų



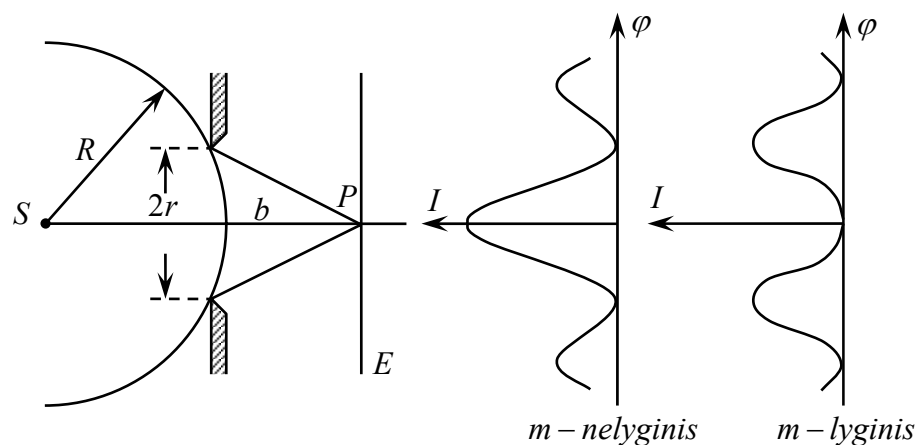
2.17 pav.

sistema. Ekrano centre taške  $P$  visada yra šiek tiek šviesu (2.17 pav.). Šios šviesos amplitudė  $A_p$  lygi pusei amplitudės bangų, atėjusių į šį tašką iš pirmos neuždengtos artimiausios kliūčiai Frenelio zonos, t.y.

$$A_p = \frac{A_{m+1}}{2} . \quad (2.4.8)$$

Didėjant kliūties matmenims ar mažėjant atstumui  $b$ , t.y. didėjant santykiui  $d/b$ , centrinės šviesos dėmės ryškumas mažėja. Už kliūties susidaro jos šešėlis.

b) Tarkime, kad sferinės bangos kelyje yra diafragma su apvalia  $r$  spindulio skylute (2.18 pav.). Jei ekranas  $E$  lygiagretus su diafragma, tai jame gaunama šviesių ir tamsių koncentriškų žiedų sistema. Šviesu ar tamsu ekrano centre (taške  $P$ ), priklauso nuo to, koks Frenelio zonų



2.18 pav.

skaičius – lyginis ar nelyginis – telpa skylutėje. Suminio svyravimo amplitudę galima nustatyti Frenelio zonų metodu: jai skylutėje telpa lyginis zonų skaičius, tai

$$A_p = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left( \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \right) \approx \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}; \quad (2.4.9)$$

jei nelyginis:

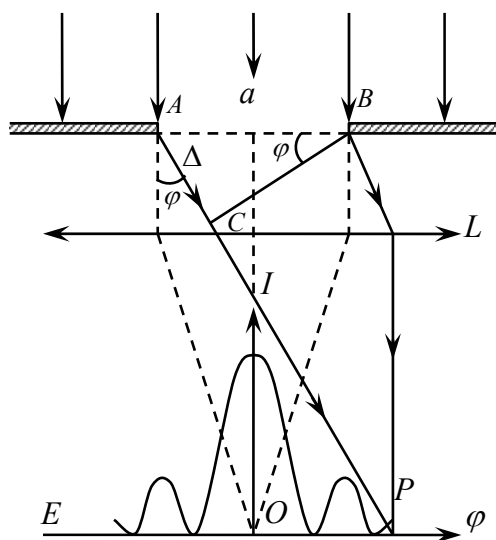
$$A_p = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \frac{A_m}{2} = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}. \quad (2.4.10)$$

Taigi diafragma su maža skylute, kurioje, žiūrint iš taško  $P$ , telpa nelyginis Frenelio zonų skaičius, veikia panašiai kaip glaudžiamasis lęšis:  $A_p \approx A_1$ , t.y. amplitudė padidėja beveik du kartus.

Didėjant skylutės spinduliui  $r$  ar mažėjant atstumui  $b$ , t.y. didėjant santykiui  $r/b$ , amplitudė  $A_p$  artėja prie  $A_{1/2}$ , o koncentriškų žiedų kontrastiškumas mažėja.

#### 2.4.4 Fraunhoferio difrakcija

Tarkime, kad plokščia banga krinta į begalo ilgą (plyšio ilgis daug didesnis už jo plotį  $a$ ) plyšį (2.19 pav.). Difrakcinis vaizdas susidaro glaudžiamąjo lęšio  $L$  židinio plokštumoje esančiame ekrane  $E$ . Lęšis surenka į vieną juostą vienodu kampu užlinkusius lygiagrečius spindulius. Ekranu centre  $O$  visada šviesu. Šviesu ar tamsu bet kurioje kitoje ekrano vietoje  $P$ , priklauso nuo to, kiek Frenelio zonų, žiūrint iš šio taško, telpa plyšyje. Iš gretimų zonų kraštų išėjusių bangų eigos skirtumas lygus  $\lambda/2$ . Tada difragavusių kraštinių spindulių eigos skirtumas



2.19 pav.

$$\Delta = N \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (2.4.11)$$

Kurį dar galima šitaip užrašyti

$$\Delta = a \sin \varphi. \quad (2.4.12)$$

Čia  $N$  – plyšyje telpančių Frenelio zonų skaičius. Jei  $N = 2k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ), tai šiomis kryptimis zonos poromis gesins viena kitą ir minimumų sąlygos bus šitokios;

$$a \sin \varphi = \pm k \lambda. \quad (2.4.13)$$

Jei  $N = 2k + 1$ , tai šiomis kryptimis lieka nesukompensuota viena zona ir maksimumų sąlygos bus šitokios:

$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (2.4.14)$$

Centrinio maksimumo kampinis plotis

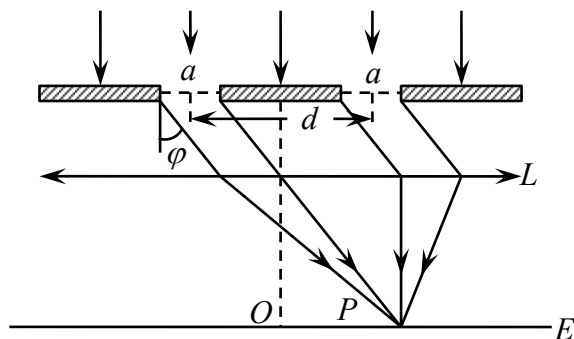
$$\Delta \varphi = 2 \arcsin \frac{\lambda}{a} \quad (2.4.15)$$

didėja, siaurėjant plyšiui. Jei  $a \leq \lambda$ , ekrane apšviestumas nuo centro į kraštus monotoniškai mažėja.

Difrakcinis vaizdas gali ženkliai viršyti plyšelio (kliūties) matmenis. Todėl šiuo optiniu metodu galima išmatuoti labai plonų siūlų ar vielos storį.

## 2.4.5 Šviesos difrakcija vienmatėje difrakcinėje gardelėje

Vienmatė difrakcinė gardelė vadinama vienodo pločio lygiagrečių ir vienodai vienas nuo kito nutolusių plyšių sistema. 2.20 pav. parodyti tik gretimi šios gardelės plyšiai. Norint ištirti difrakcinio



2.20 pav.

vaizdo ekrane  $E$  pobūdį, reikia įskaityti ne tik atskiruose plyšiuose užlinkusių spindulių interferenciją, bet ir atskirų pluoštų tarpusavio interferenciją.

Aišku, kad pagrindinių minimumų sąlygos lieka tos pačios – tomis kryptimis, kuriomis esant vienam plyšiui ekrano taškuose yra tamsu, , bus tamsu ir esant plyšių sistemai, t.y.

$$a \cdot \sin \varphi = \pm k \cdot \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.16)$$

Pagrindiniai maksimumai gaunami tuose ekrano taškuose, į kuriuos iš skirtingų plyšių atėjusių bangų eigos skirtumas

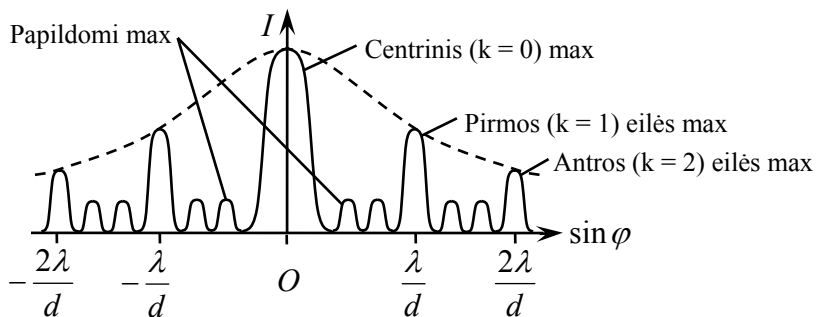
$$d \cdot \sin \varphi = \pm k \cdot \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.4.17)$$

čia  $d$  – gardelės periodas (konstanta) – atstumas tarp gretimų plyšių centrų. Jei  $d = 2a$ , tai ši sąlyga virsta pagrindinių minimumų sąlyga, ir lyginės šviesios juostelės išnyksta. Dėl to padidėja nelyginių šviesių juostelių intensyvumas.

Tarp gretimų pagrindinių maksimumų atsiranda  $(N-1)$  papildomi minimumai kryptimis, kurios tenkina šias sąlygas:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm \frac{p}{N} \cdot \lambda. \quad (2.4.18)$$

čia  $N$  – plyšių skaičius gardelėje, o  $p$  – sveikas skaičius, išskyrus  $0, N, 2N, 3N$  t.t. Dėl to tarp gretimų pagrindinių maksimumų atsiranda  $(N-2)$  papildomi maksimumai, kurių intensyvumas, palyginti su pagrindinių maksimumų intensyvumu yra mažas. 2.21 paveiksle



2.21 pav.

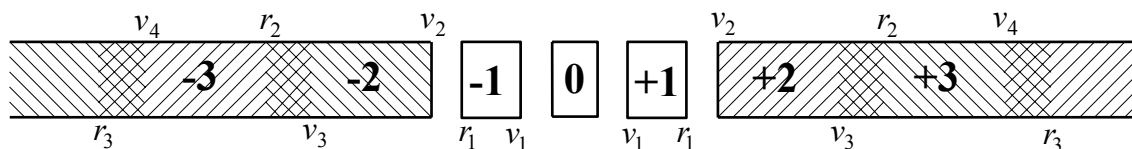
parodytas difrakcinis spektras, kai plyšių skaičius  $N = 4$ . Punktyrinė kreivė rodo difrakcinį vaizdą, kai yra vienas plyšys, tik intensyvumas padaugintas iš  $N^2$ . Kuo daugiau gardelėje plyšių, tuo daugiau šviesos ją pereina, tuo

siauresnės ir intensyvesnės šviesios juostelės.

Jei šviesa krinta į gardelę kampu  $\alpha$ , tai pagrindinių maksimumų sąlygos yra šitokios:

$$d(\sin \varphi - \sin \alpha) = \pm k \cdot \lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.4.19)$$

Apšvietus gardelę balta šviesa, ekrano centre gaunamas baltas centrinis maksimumas, o į abi puses nuo jo – difrakciniai pirmos, antros ir t.t. eilės spektrai, kurių spalva tolydžiai kinta nuo violetinės (arčiau ekrano centro) iki raudonos (toliau nuo ekrano centro) (2.22 pav.). Be to,



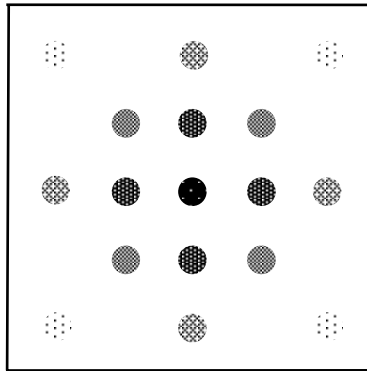
2.22 pav.



pradedant antros eilės spektru, aukštesnių eilių spektrai iš dalies užsikloja. Spekto eilei didėjant, jo kampinis plotis irgi didėja. Apskritai, k-tojo pagrindinio maksimumo kampinis plotis priklauso nuo spindulių užlinkimo kampo, šviesos bangos ilgio ir gardelės parametru:

$$\Delta\varphi_k = \frac{2\lambda}{N \cdot d \cdot \cos \varphi_k} . \quad (2.4.20)$$

#### 2.4.6 Šviesos difrakcija erdvinėje difrakcinėje gardelėje



2.23 pav.

Šviesai pereinant *dvimatę* ar *trimatę* difrakcinę gardelę, naudojant glaudžiamąjį lęšį, ekrane gaunamos šviesos ir tamsios dėmės. Jų ryškumas nuo ekrano centro į kraštus po truputį mažėja (2.23 pav.). Paprasčiausia dvimatė gardelė gaunama sudėjus dvi vienmatis gardeles taip, kad jų plyšiai būtų statmeni. Tačiau praktikoje dažniausiai taikoma trimatė erdvinė difrakcinė gardelė. Tai vienodų ir vienodai orientuotų dvimačių gardelių sistema (2.24 pav.).

Difrakciniai maksimumai pasireiškia tomis kryptimis, kurios tenkina dvimatės gardelės sąlygas

$$d_1 \sin \varphi_1 = \pm k_1 \lambda$$

ir

$$d_2 \sin \varphi_2 = \pm k_2 \lambda ; \quad (2.4.21)$$

čia  $\varphi_1$  ir  $\varphi_2$  – kampai, kuriuos tos kryptys sudaro su  $x$  ir  $y$  ašimis. Trečia sąlyga įvertina bendrą dvimačių gardelių poveikį (2.25 pav.):

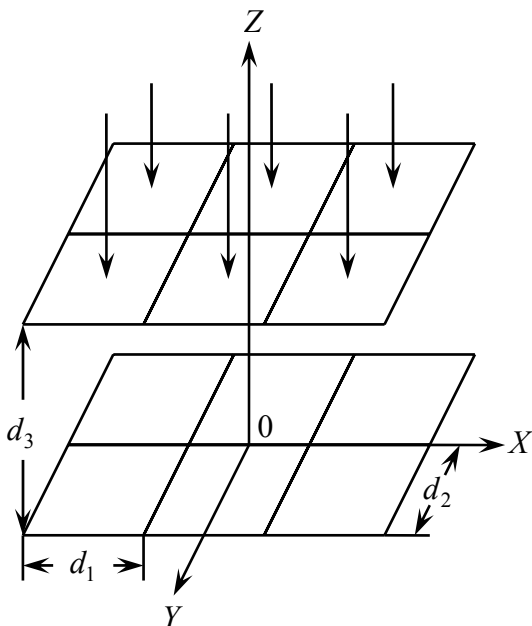
$$\Delta = d_3 \cdot (1 - \cos \alpha_3) = k_3 \lambda . \quad (2.4.22)$$

Pastaroji sąlyga riboja šviesos bangų ilgius, kuriems esant gali susidaryti difrakcinis vaizdas. Iš tiesės kampų kosinusų sąlygos

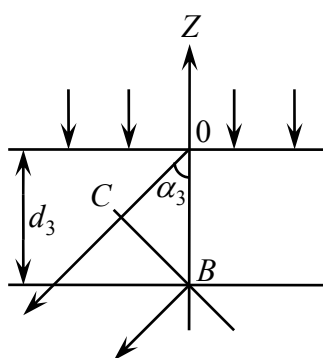
$$\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 = 1 . \quad (2.4.23)$$

čia  $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$ ,  $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_2$ , ir tų trijų sąlygų,

kurias galime perrašyti šitaip:



2.24 pav.



2.25 pav.

$$\cos \alpha_1 = \pm \frac{k_1}{d_1} \lambda, \quad \cos \alpha_2 = \pm \frac{k_2}{d_2} \lambda \quad \text{ir} \quad \cos \alpha_3 = 1 - \frac{k_3}{d_3} \lambda,$$

gauname:

$$\lambda = 2 \frac{k_3/d_3}{(k_1/d_1)^2 + (k_2/d_2)^2 + (k_3/d_3)^2}. \quad (2.4.24)$$

Jei  $d_1 = d_2 = d_3 = d$ , tai

$$\lambda = 2d \frac{k_3}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}. \quad (2.4.25)$$

Gauta lygtis rodo, kad difrakcija erdvinėje gardelėje pasireiškia tik tuo atveju, jei šviesos bangos ilgis  $\lambda$ , palyginti su gardelės periodu  $d$ , nėra didelis. Taigi erdvinė gardelė veikia kaip monochromatorius: tam tikra kryptimi nukreipiami tik tam tikro bangos ilgio spinduliai.

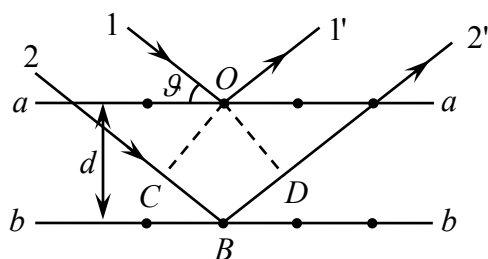
Jei  $\lambda \geq 2d$ , difrakcijos nebūna – šviesa pereina aplinką, nežiūrint jos nevienalytiškumo. Todėl sąlyga

$$\lambda \geq 2d \quad (2.4.26)$$

vadinama aplinkos optinio vienalytiškumo sąlyga.

Tobulos erdvinės gardelės pavyzdys – monokristalas, kurio atomai, jonai ar molekulės yra tvarkingai išsidėstę gardelėje. Tačiau tokių gardelių periodai yra maži ( $d \approx 10^{-10} \text{ m}$ ). Todėl regimoji šviesa ( $\lambda \approx 10^{-7} \text{ m}$ ) pereina per monokristalus, kaip per vienalytes aplinkas. Rentgeno ar  $\gamma$  spinduliams monokristalai – tobulos natūralios erdvinės gardelės.

Rentgeno spindulių difrakciją monokristaluose galima paaiškinti kaip jų atspindžio nuo skirtingų atominių plokštumų interferencijos rezultatą. 2.26 paveiksle parodytos dvi gretimos



2.26 pav.

kristalo plokštumos  $a-a$  ir  $b-b$ . Rentgeno spindulių lūžio rodiklis artimas vienetui. Todėl nuo šių plokštumų atsispindėjusių spindulių  $1'$  ir  $2'$  eigos skirtumas

$$\Delta = CB + BD = 2d \sin \vartheta. \quad (2.4.27)$$

čia  $\vartheta$  – spindesio kampas.

Todėl nuo monokristalo atsispindės tik tokio bangos ilgio Rentgeno spinduliai ir tomis kryptimis, kur bus tenkinamos difrakcinių maksimumų–Bregų sąlygos:

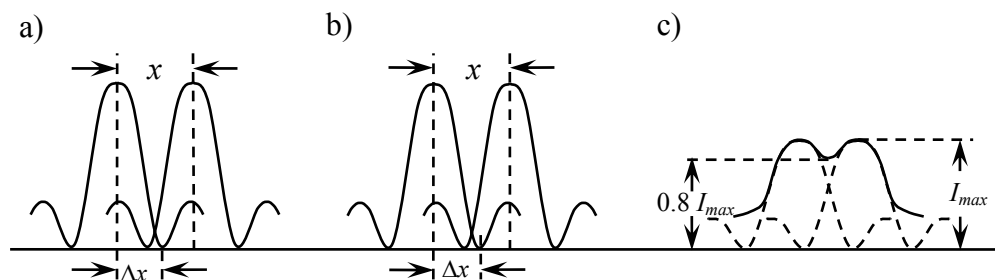
$$2d \cdot \sin \vartheta = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.28)$$

Šiuo principu pagrįsti Rentgeno spindulių spektrinės analizės metodai, naudojant tiek monokristalus, tiek polikristalus.

### 2.4.7 Optinių prietaisų skiriamoji geba

Viena pagrindinių optinių prietaisų (interferometrų, spektrografų, fotoaparatus) charakteristikų yra skiriamoji geba. Tai – prietaiso gebėjimas atskirti dvi gretimas spektrines linijas ar du gretimus objekto taškus. Dėl šviesos difrakcijos prietaise šie taškai yra koncentriški interferenciniai žiedai. Jei atstumas tarp tų taškų labai mažas, žiedai užkloja vieni kitus (kaip ir artimos spektrinės linijos). Todėl gaunamas vaizdas – šviesi dėmė, kurioje nematyti objekto detalių.

Pagal Reilį, dvi spektro sritys arba spektrinės linijos laikomos atskirtos, jei atstumas tarp jų yra ne mažesnis už pagrindinio maksimumo pusplotį (2.27a ir b pav.), t.y. jei  $x \geq \Delta x$ .



2.27 pav.

2.27c paveiksle pavaizduotas suminio intensyvumo grafikas, atitinkantis ribinį  $x = \Delta x$  atvejį.

Tarkime, kad gardelė yra apšviečiama dviejų bangų ilgių  $\lambda_1$  ir  $\lambda_2$  šviesa.

Jų pagrindiniai interferenciniai maksimumai gaunami skirtingose ekrano vietose. Pritaikę Reilio taisyklę, t.y.

$$d \cdot \sin \varphi = k \lambda_1$$

ir

$$d \cdot \sin \varphi = k \lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N}, \quad (2.4.29)$$

gauname

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = kN. \quad (2.4.30)$$

Dydis

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (2.4.31)$$

vadinamas prietaiso skiriamąja geba. Taigi gardelės skiriamoji geba

$$R = kN \quad (2.4.32)$$

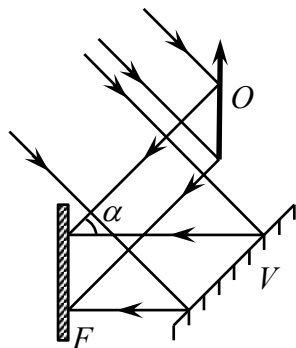
tuo didesnė, kuo daugiau plyšių gardelėje ir kuo aukštesnė spektro eilė.

Fotoaparato ar akies skiriamoji geba priklauso nuo šviesos bangos ilgio ir objektyvo ar lęšiuko diametro  $D$ . Ji išreiškiama lygtimi:

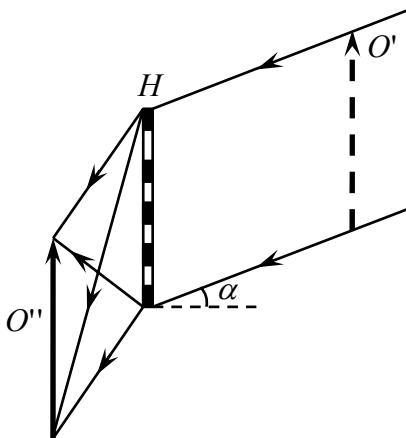
$$R = \frac{D}{1.22\lambda}. \quad (2.4.33)$$

Akis praktiškai sugeba atskirti objekto taškus, kurių tarpusavio kampinis nuotolis yra lygus vienai minutei. Įdomu tai, kad ir šviesai jautrūs elementai tinklainėje yra nutolę vieni nuo kitų irgi tokiu pat atstumu.

## 2.4.8 Holografija



2.28 pav.



2.29 pav.

*Objektų tūrinių (erdvinių) vaizdų sudarymo metodas, pagrįstas bangų interferencija, vadinamas holografija.* Skirtingai nuo įprastinio fotografinio metodo, holografinis metodas registruoja ne tik bangų amplitudžių, bet ir jų fazių teikiamą informaciją. Holografijos principas pavaizduotas 2.28 paveiksle. Koherentinė (pvz., lazerio) šviesa apšviečia objektą  $O$ , ir veidrodį  $V$ . Objekto išsklaidyta, o nuo veidrodžio atsispindėjusi šviesa susitinka fotografinėje plokštelėje  $F$ , kurioje ir susidaro interferencinis vaizdas – netvarkingas maksimumų ir minimumų išsidėstymas, kuris vadinamas holograma. Interferencijos rezultatas priklauso nuo bangų fazių skirtumo, pastarasis – nuo objekto atskirų dalių nuotolio (t.y. nuo objekto formos) iki fotoplokštelės. Taigi hologramoje užfiksuotas objekto erdvinis atvaizdas.

Išryškinus plokštelę, gaunama holograma – objekto „negatyvas“. Objekto vaizdas gaunamas peršviečiant hologramą  $H$  to paties ar kito lazerio šviesa (2.29 pav.) ir tuo pačiu kampu  $\alpha$ . Šviesa difraguoja hologramoje – daugelio netvarkingai išsidėsčiusių ir neskaidrių tarpelių (nevienodas fotoplokštelės patamsėjimas) sistemoje. Dėl to susidaro menamasis  $O'$  vaizdas

toje vietoje, kur fotografuojant buvo objektas, ir tikras  $O''$  vaizdas kitoje hologramos pusėje. Abu vaizdai erdviniai, o jų perspektyva labai priklauso nuo stebėtojo akių padėties hologramos atžvilgiu. Be to, kiekvienas hologramos gabalėlis perteikia informaciją apie visą objektą.

Šiandieninė holografija taikoma interferometrijoje, elektroninėje mikroskopijoje, kine, televizijoje, informatikoje ir kt.

## Kontroliniai klausimai

1. Kaip nusakomas Heigenso ir Frenelio principas?
2. Ką vadiname šviesos difrakcija?
3. Ką vadiname Frenelio zonomis?
4. Ką vadiname Frenelio difrakcija?
5. Ką vadiname Fraunhoferio difrakcija?
6. Ką vadiname viename, dvimate ir trimate difrakcine gardele?
7. Kaip nusakoma optinių prietaisų skiriamojo geba?
8. Ką vadiname holografija?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Į neskaidrią kliūtį su  $r = 1 \text{ mm}$  spindulio skylute krinta monochromatinė plokščia šviesos banga. Kai atstumas nuo kliūties iki ekrano yra  $b_1 = 0.575 \text{ m}$ , tai difrakcinio vaizdo centre stebimas maksimumas. Padidinus atstumą iki  $b_2 = 0.862 \text{ m}$ , maksimumas virsta minimumu. Apskaičiuokite šviesos bangos ilgį  $\lambda$ .

Sprendimas. Kai skylutės spindulys tenkina sąlygą

$$\left(b + m \cdot \frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2 \approx bm\lambda,$$

čia  $b$  – atstumas nuo kliūties iki ekrano,  $\lambda$  – bangos ilgis, tai skylutėje telpa  $m$  Frenelio zonų. Tarkime, kad esant  $b = b_1$  atidengta  $m$  zonų. Tuomet

$$r^2 = b_1 m \lambda. \quad (1)$$

Kadangi ekrane yra maksimumas, tai  $m$  yra nelyginis skaičius. Padidinus atstumą iki  $b = b_2$ , zonų skaičius viena sumažėja ( $bm = \text{const}$ ) ir tampa lyginiu:

$$r^2 = b_2 (m - 1) \lambda. \quad (2)$$

Išeliminavę iš (1) ir (2)  $m$ , gauname

$$\lambda = r^2 \left( \frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_2} \right) = 10^{-6} \left( \frac{1}{0.575} - \frac{1}{0.862} \right) m = 58 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 580 \text{ nm}.$$

2. Šviesa, statmenai krintanti į difrakcinę gardelę, susideda iš dviejų siaurų spektro linijų, kurių bangų ilgiai yra  $\lambda_1 = 490 \text{ nm}$  ir  $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$ . Pirmas difrakcinis maksimumas bangai, kurios ilgis  $\lambda_1$  stebimas  $\varphi_1 = 10^\circ$  kampui. Apskaičiuokite kampinį nuotolį  $\Delta\varphi$  tarp spektro linijų antros eilės spektre.

Sprendimas. Pirmojo maksimumo sąlyga bangai ilgio  $\lambda_1$  yra

$$d \cdot \sin \varphi_1 = \lambda_1,$$

iš čia

$$d = \frac{\lambda_1}{\sin \varphi_1}, \quad (3)$$

čia  $d$  – gardelės konstanta. Užrašome antrojo maksimumo sąlygas abiem bangų ilgiams:

$$d \sin \varphi'_1 = 2\lambda_1, \quad d \sin \varphi'_2 = 2\lambda_2.$$

Iš čia

$$\Delta\varphi = \varphi'_2 - \varphi'_1 = \arcsin \frac{2\lambda_2}{d} - \arcsin \frac{2\lambda_1}{d}.$$

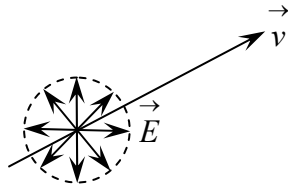
Irašę  $d$  išraišką iš (3) formulės, gauname

$$\Delta\varphi = \arcsin\left(2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin \varphi_1\right) - \arcsin(2 \sin \varphi_1) = \arcsin\left(2 \frac{600}{490} \sin 10^\circ\right) - \arcsin(2 \sin 10^\circ) = 4.8^\circ.$$

## 2.5 Šviesos poliarizacija

### 2.5.1 Natūrali ir poliarizuota šviesa. Briusterio dėsnis

Pagal šviesos elektromagnetinių bangų prigimtį šviesos bangos yra skersinės, t.y. jų elektrinio lauko stiprumo vektorius  $\vec{E}$  ir magnetinio lauko indukcijos vektorius  $\vec{B}$  yra statmeni ir tarpusavyje, ir bangos sklidimo kryptčiai. Toliau nagrinėsime tik  $\vec{E}$  vektoriaus, kuris dažnai vadinamas šviesos vektoriumi, svyravimus. Natūrali šviesa, kurią skleidžia

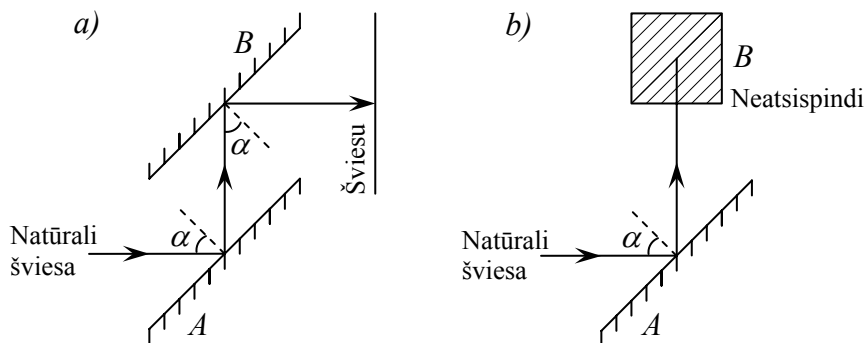


2.30 pav.

įprasti šviesos šaltiniai, yra sudaryta iš daugybės bangų. Jų  $\vec{E}$  vektoriai svyruoja visomis spinduliui statmenomis kryptimis (2.30 pav.). Šios kryptys nuolat ir netvarkingai kinta. Tačiau, jei nagrinėjame šviesos pluošte vyrauja kurios nors krypties svyravimai, tai tokia šviesa yra iš dalies poliarizuota, o jei  $\vec{E}$  vektorius svyruoja tik viena griežtai nustatyta

kryptimi, – pilnai poliarizuota.

Šviesa poliarizuojama poliarizatoriais, kurių veikimo principas pagrįstas šviesos atspindžio ir lūžio reiškinais dviejų dielektrinių aplinkų riboje bei dvejopo šviesos lūžio reiškiniu. Pavyzdžiui, leidžiant šviesai atsispindėti nuo dviejų veidrodžių (2.31 pav.), ji atsispindi ir nuo A veidrodžio, ir



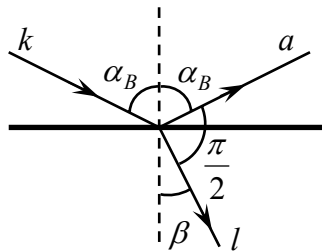
2.31 pav.

nuo B veidrodžio, jei jų plokštumos lygiagrečios. Pasukus B veidrodį  $90^\circ$  kampų taip, kad šviesos kritimo į jį kampas  $\alpha$  nekistų, šviesa nuo jo neatsispindi. Taigi, vieną kartą atsispindėjusios šviesos elektrinio lauko

stiprumo vektorius  $\vec{E}$  svyruoja tam tikra kryptimi arba bent ši kryptis vyrauja. Tai priklauso nuo šviesos kritimo kampo  $\alpha$ . Jei šviesa krinta į dviejų aplinkų ribą *Briusterio kamp*  $\alpha_B$ , kuris tenkina lygtį

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n ; \quad (2.5.1)$$

čia  $n$  – šviesos lūžio santykinis rodiklis, tai nuo jo atspindėjusi šviesa yra pilnutinai poliarizuota. Šiuo atveju atspindžio šviesoje yra tik vienos krypties svyravimai – statmeni kritimo plokštumai. Tai



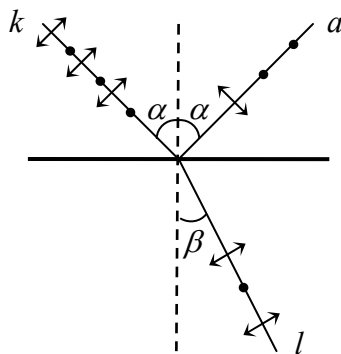
išplaukia ir iš Frenelio formulių, kurios nagrinėjamos sekančiame skirsnyje. Be to, atspindėjęs ir lūžęs spinduliai yra tarpusavyje statmeni (2.32 pav.), t.y.

$$\alpha_B + \beta = \frac{\pi}{2}. \quad (2.5.2)$$

Aplinkos dalelių išsklaidyta Saulės šviesa yra iš dalies poliarizuota.

## 2.5.2 Atspindėjusios ir lūžusios šviesos poliarizacija

Išnagrinėjus dielektrinių aplinkų riboje (oro ir stiklo, oro ir vandens, vandens ir stiklo) atspindinčios šviesos poliarizaciją, nustatyta, kad krintanti natūrali šviesa yra sudaryta iš vienodo



intensyvumo tiesiškai poliarizuotų dviejų tipų bangų: vienų  $\vec{E}$  svyravimai yra statmeni ( $\bullet$ ) kritimo plokštumai, kitų – lygiagrečius ( $\uparrow$ ) (2.33 pav.).

Dalis kritusios šviesos atspindi, o likusi dalis pereina į antrą aplinką. Tiek atspindėjusi, tiek lūžusi šviesa yra iš dalies poliarizuota, nes nuo aplinkų ribos visada daugiau atspindi statmenų komponentių negu lygiagrečių. Šviesos poliarizacijos laipsnis išreiškiamas lygtimi:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} ; \quad (2.5.3)$$

čia  $I_{\max}$  ir  $I_{\min}$  – maksimalus ir minimalus atitinkamų to šviesos pluošto komponentių intensyvumai. Jie nustatomi iš Frenelio formulių, kurios išreiškia atitinkamų komponentių santykį kaip šviesos kritimo ir lūžimo kampų funkciją. Parašykime jas.

Atspindėjusios šviesos:

$$\frac{I_{a\perp}}{I_{k\perp}} = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)}, \quad \frac{I_{a\parallel}}{I_{k\parallel}} = \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)}. \quad (2.5.4)$$

Perėjusios (lūžusios) šviesos:

$$\frac{I_{l\perp}}{I_{k\perp}} = \frac{4 \sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\sin^2(\alpha + \beta)}, \quad \frac{I_{l\parallel}}{I_{k\parallel}} = \frac{4 \sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\sin^2(\alpha + \beta) \cos^2(\alpha - \beta)}. \quad (2.5.5)$$

Frenelio (2.5.4) formulė rodo, kad, šviesai krintant Briusterio kampui, nuo aplinkų ribos atspindi tik statmenos komponentės. Mat šiuo atveju  $\tan(\alpha_B + \beta) = \infty$  ir  $\frac{I_{a\parallel}}{I_{k\parallel}} = 0$ . Todėl ir atspindėjusios šviesos poliarizacijos laipsnis

$$P_a = \frac{I_{a\perp} - I_{a\parallel}}{I_{a\perp} + I_{a\parallel}} \quad (2.5.6)$$

šiuo atveju ( $\alpha = \alpha_B$ ) yra lygus vienetui, t.y. atspindėjusi šviesa yra pilnutinai poliarizuota.

Lūžusios šviesos poliarizacijos laipsnis

$$P_l = \frac{I_{l\parallel} - I_{l\perp}}{I_{l\parallel} + I_{l\perp}} \quad (2.5.7)$$

priklauso nuo šviesos kritimo kampo ir jos lūžio santykinio rodiklio, t.y. nuo šviesos atspindžio koeficiento. Šviesos atspindžio koeficientas parodo, kuri krintančios šviesos dalis atspindi, t.y.

$$\rho = \frac{I_a}{I_k} = \frac{I_{a\perp} + I_{a\parallel}}{I_{ki}}; \quad (2.5.8)$$

čia  $I_{ki} = 0.5I_k$ .

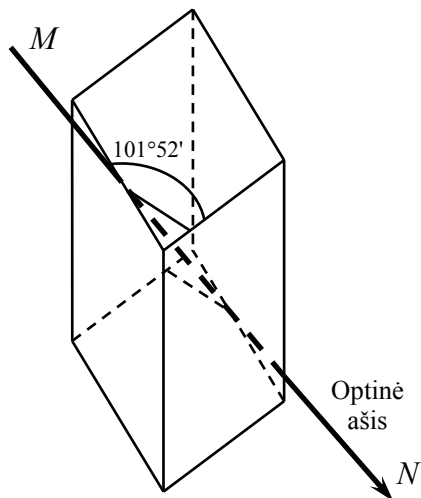
Jei šviesos kritimo kampas  $\alpha = \alpha_B$ , tai  $I_{a\parallel} = 0$ , ir  $I_a = I_{a\perp}$ , o  $I_{l\perp} = (0.5 - \rho)I_k$ ,  $I_{l\parallel} = 0.5I_k$ .

Tuomet, aišku, kad  $P_l \ll 1$ . Jos poliarizacijos laipsniui padidinti naudojamas daugkartinis šviesos atspindys ir lūžis plokštelių sistemoje.

### 2.5.3 Dvejopas šviesos lūžimas. Poliarizacijos prietaisai

Optiškai anizotropinėmis aplinkomis sklindančios šviesos spindulys suskyla į du. Šis reiškiny vadinamas dvejopu šviesos lūžimu. Tokios savybės būdingos daugeliui kristalų (kvarcui, turmalinui, islandiškajam špatui ir kt.). Tyrimai rodo, kad šviesos greitis juose priklauso ne tik nuo jos sklidimo krypties, bet ir nuo  $\vec{E}$  vektoriaus orientacijos. Kryptys, išilgai kurių dvejopo šviesos lūžimo nebūna,





2.34 pav.

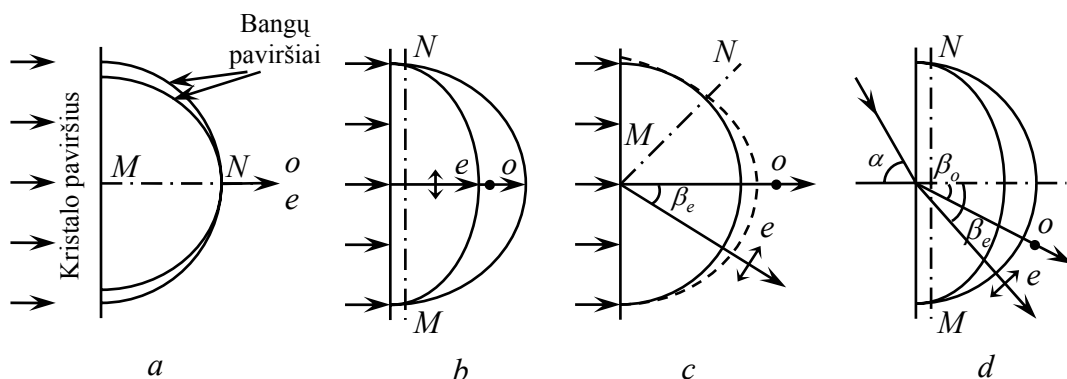
vadinamos kristalo optinėmis ašimis (2.34 paveiksle pavaizduota islandiškojo špato ( $\text{CaCO}_3$ ) optinė ašis). Bet kuri tiesė, lygiagreti su šia kryptimi, yra optinė ašis, t.y. išilgai kurios šviesos greitis nepriklauso nuo  $\vec{E}$  orientacijos. Per optinę ašį ir krintantį spindulį išvesta plokštuma vadinama pagrindinio pjūvio plokštuma.

Nustatyta, kad tie abu spinduliai yra poliarizuoti taip, kad jų  $\vec{E}$  vektoriai svyruoja tarpusavyje statmenose plokštumose. *Paprastojo* (ordinarinio – o) spindulio  $\vec{E}$  vektorius svyruoja plokštumoje, statmenoje pagrindinio

pjūvio plokštumai. *Nepaprastojo* (ekstraordinarinio – e) spindulio  $\vec{E}$  vektorius svyruoja pagrindinio pjūvio plokštumoje.

Krisdami į kitą kristalą, paprastasis ir nepaprastasis spinduliai išsisklaido vėl į du spindulius, poliarizuotus statmenose plokštumose.

Taigi dvejopas šviesos lūžimas reiškia, kad krintanti šviesos banga anizotropinėje aplinkoje sužadina dvi bangas – *paprastąją ir nepaprastąją*. Jos yra poliarizuotos ir sklinda skirtingais greičiais. Paprastosios bangos sklidimo greitis vienašiam kristale  $v_0 = \frac{c}{n_0}$  (čia  $c$  – šviesos greitis vakuumė, o  $n_0$  – šios bangos lūžio rodiklis kristale) vienodas visomis kryptimis. Todėl aišku, kad išilgai optinės ašies abiejų bangų greičiai yra vienodi (2.35a pav.). Nepaprastosios bangos lūžio

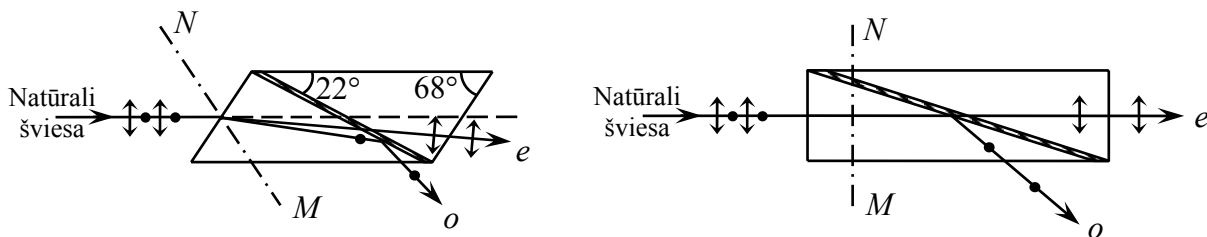


2.35 pav.

kampas priklauso nuo kristalo paviršiaus ir jo optinės ašies tarpusavio orientacijos. Kaip matyti iš 2.35 paveikslo, jis lygus nuliui tik dviem atvejais: kai paviršius statmenas optinei ašiai  $MN$  ir kai su

ja lygiagretus (2.35a ir 2.35b pav.). 2.35c ir d paveiksle parodytas  $o$  ir  $e$  bangų susidarymas kitais šviesos kritimo atvejais. Iš jų išplaukia, kad nepaprastajai bangai (spinduliui) netinka žinomas šviesos lūžio dėsnis, nes jos  $n_e = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e} \neq const$ . Be to, jei optinė ašis nėra kritimo plokštumoje, tai ir nepaprastasis spindulys nėra joje.

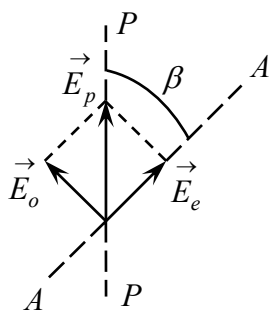
Dvejopo šviesos lūžimo reiškinys naudojamas tiesiškai poliarizuotai šviesai gauti. Tam yra gaminamos Nikolio prizmės (nikoliai), kurios išpjaunamos iš islandiškojo špato ir suključuojamos (jei



2.36 pav.

norima gauti regimąją šviesą) Kanados balzamu (2.36 pav.).

Paprastoji banga krinta į balzamo sluoksnį kampų, didesniu už ribinį visiško vidaus atspindžio kampą, ir nuo jo atsispindi (pašalinama). Prizmę pereina nepaprastoji tiesiškai poliarizuota banga. Paprastosios bangos lūžio rodiklis islandiškajame špate  $n_o = 1.648$ , o nepaprastosios –  $n_{e\min} = 1.486$ . Šviesos lūžio Kanados balzame rodiklis lygus 1.55. Prizmę perėjusios bangos



2.37 pav.

intensyvumas

$$I = 0.5\sigma \cdot I_{nat}; \quad (2.5.9)$$

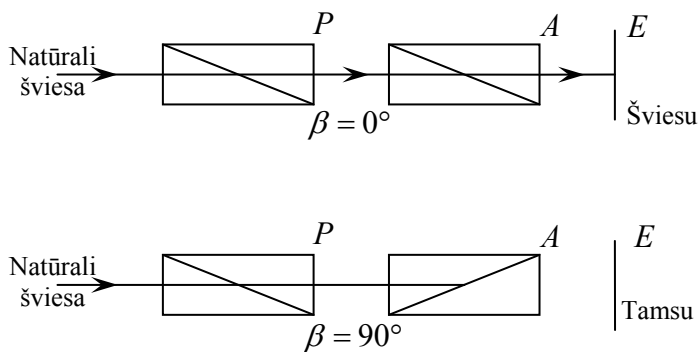
čia  $\sigma$  – nikolio skaidrumo koeficientas.

Jei į nikolį krinta jau poliarizuota banga, tai jį perėjusios šviesos intensyvumas

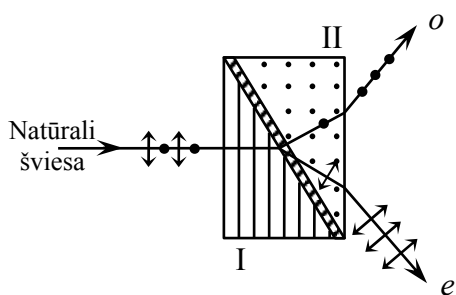
$$I = \sigma \cdot I_{pol} \cdot \cos^2 \beta; \quad (2.5.10)$$

čia  $\beta$  – kampas tarp poliarizatoriaus  $P$  ir analizatoriaus  $A$  pagrindinių plokštumų (2.37 pav.). Į analizatorių krintančios bangos

vektorių  $\vec{E}_p$  išskaidžius į  $\vec{E}_o$  ir  $\vec{E}_e$ , matyti, kad analizatorių pereina  $E_e = E_p \cdot \cos \beta$  (nepaprastoji banga). Taigi kintant kampui  $\beta$  tarp nikolių pagrindinių plokštumų (ar tarp jų optinių ašių), kinta dviejų nikolių sistemą perėjusios šviesos intensyvumas: jis maksimalus kai  $\beta = 0^\circ$  (nikoliai



2.38 pav.



2.39 pav.

lygiagretūs), ir minimalus, kai  $\beta = 90^\circ$  (nikoliai sukryžiuoti) (2.38 pav.). (2.5.10) lygtis išreiškia Malio dėsnį.

Kai kurios kristalinės medžiagos (turmalinas, gerapatitas) skirtingai sugeria paprastąją ir nepaprastąją bangas. Jau per 1 mm storio turmalino plokštelę pereina tik nepaprastoji banga. Šiuo principu veikia poliaroidai – plonos

celiulioido plėvelės, kuriose gerapatito kristalėliai orientuoti viena kryptimi. Be to, šių medžiagų absorbcijos koeficientas priklauso ir nuo šviesos sklaidimo krypties kristale (diochroizmas), ir nuo jos

bangos dažnio. Todėl poliarizuota šviesa visada yra šiek tiek spalvota. Poliaroidai naudojami akinančiam šviesos poveikiui panaikinti arba bent jam sumažinti.

Volastono prizmė yra sudaryta iš dviejų stačiakampių islandiškojo špato prizmių, suklijuotų Kanados balzamu. Prizmių optinės ašys tarpusavyje statmenos (2.39 pav.). Natūralios šviesos spindulys prizmę I pereina nesuskildamas, nes abu spinduliai  $o$  ir  $e$

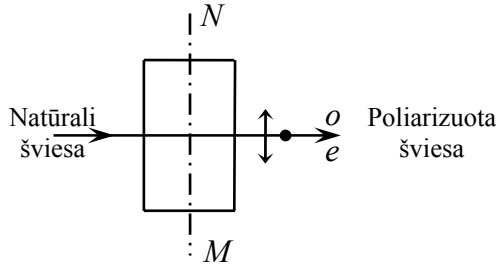
sklinda joje vienoda kryptimi, tik skirtingais greičiais.

Prizmėje II spinduliai keičiasi vietomis –  $o$  virsta  $e$  ir atvirkščiai. Todėl jie nukrypsta į priešingas puses. Taip gaunami du atskiri statmenose plokštumose poliarizuoti spinduliai.

## 2.5.4 Poliarizuotos šviesos interferencija

Šviesos atspindžio, lūžimo, dvejopo lūžimo ir poliarizuotos šviesos interferencijos reiškiniai naudojami tiesiškai, apskritimu ar elipse poliarizuotai šviesai gauti ar jai nagrinėti. Nikoliais, poliaroidais ar Volastono prizme šviesa poliarizuojama tiesiškai. Kitaip poliarizuota šviesa gaunama naudojant interferencijos reiškinių. Tuo tikslu šviesa leidžiama per anizotropinę, dvejopai šviesą laužiančią plokštelę. Atsiradusios koherentinės paprastosios ir nepaprastosios bangos interferuos. Interferencijos rezultatas priklauso nuo jų fazių (ar optinių kelių) skirtumo:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot d \cdot (n_o - n_e); \quad (2.5.11)$$



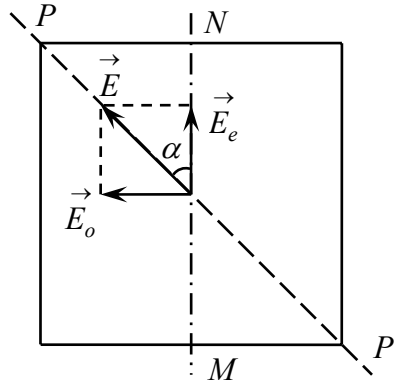
2.40 pav.

čia  $d$  – plokštelės storis,  $n_i$  –  $i$ -osios bangos lūžio rodiklis,  $\lambda_0$  – šviesos bangos ilgis vakuume.

Tačiau bangos, gautos natūraliai šviesai krintant į kristalo plokštelę (2.40 pav.), neinterferuoja. Taigi, paprastoji ir nepaprastoji bangos šiuo atveju nėra koherentinės. Neinterferuoja ir iš tiesiškai poliarizuotos šviesos gautos paprastoji ir nepaprastoji bangos (2.40

pav.):  $\vec{E}$  svyravimų plokštumos jose statmenos. Išėjusios iš plokštelės, šios bangos persikloja ir gaunama elipsiškai poliarizuota šviesa.

Išnagrinėsime šį reiškinį smulkiau. Tarkime, kad tiesiškai poliarizuota šviesa (vektorius  $\vec{E}$ ) krinta statmenai į kristalinės plokštelės paviršių, lygiagretų su jos optine ašimi  $MN$ . Plokštelėje atsiradusios paprastoji ir nepaprastoji bangos (2.41 pav.) sklinda skirtingais greičiais. Dėl to tarp jų



2.41 pav.

susidaro fazių skirtumas, priklausantis nuo plokštelės storio.

Todėl, jei į plokštelę krintančios bangos lygtis

$$E = A \cdot \sin \omega t, \quad (2.5.12)$$

tai ją perėjusių bangų atitinkamos lygtys

$$E_e = A_e \cos \alpha \sin \omega t \quad (2.5.13)$$

ir

$$E_o = A_o \sin \alpha \sin(\omega t + \Delta \varphi); \quad (2.5.14)$$

čia  $A_i$  – atitinkamos bangos amplitudė,  $\Delta \varphi$  – plokštelėje susidaręs

fazių skirtumas,  $\alpha$  – kampas tarp  $\vec{E}$  svyravimo krypties ir kristalo optinės ašies. Pastarąsias lygtis pertvarkome šitaip:

$$\frac{E_e}{a} \sin \Delta \varphi = \sin \omega t \sin \Delta \varphi \quad (2.5.15)$$

ir

$$\frac{E_o}{b} - \frac{E_e}{a} \cos \Delta \varphi = \cos \omega t \sin \Delta \varphi \quad (2.5.16)$$

(čia  $a = A_e \cos \alpha$ ,  $b = A_o \sin \alpha$ ), jas pakėlę kvadratu ir sudėję, gauname:

$$\frac{E_e^2}{a^2} + \frac{E_o^2}{b^2} - \frac{2E_o E_e}{ab} \cos \Delta \varphi = \sin^2 \Delta \varphi \quad (2.5.17)$$

Tai elipsės lygtis. Jei plokštelę perėjusių bangų fazių skirtumas lygus nelyginiam  $\frac{\pi}{2}$  skaičiui,

t.y. jei  $\Delta\varphi = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ , tai

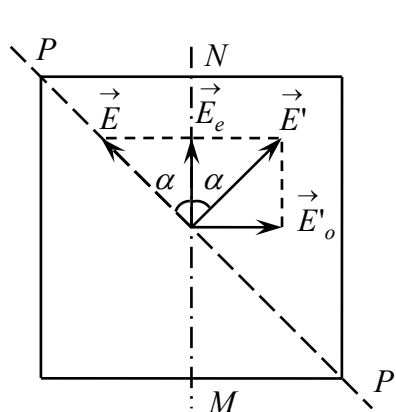
$$\frac{E_e^2}{a^2} + \frac{E_o^2}{b^2} = 1. \quad (2.5.18)$$

Jei  $\alpha = 45^\circ$ , tai  $a = b$ . Šiuo atveju gaunama apskritimu poliarizuota šviesa. Plokštelės storis tenkina sąlygą:

$$d = \frac{2m+1}{n_o - n_e} \cdot \frac{\lambda}{4}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.5.19)$$

Tokia plokštelė vadinama ketvirčio bangos plokštele.

Jei  $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$ , tai tokia plokštelė vadinama pusbangės plokštele. Ją perėjusi tiesiškai

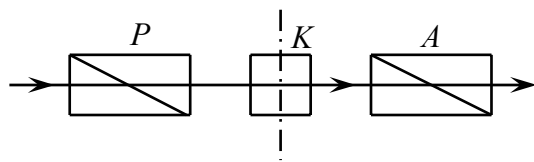


2.42 pav.

poliarizuota šviesa nekeičia poliarizacijos pobūdžio, tačiau  $\vec{E}$  svyravimų plokštuma pasukama  $2\alpha$  kampu (2.42 pav.). Jei plokštelės storis toks, kad  $\Delta\varphi = 2m\pi$  (čia  $m = 1, 2, \dots$ ), tai ją – visos bangos plokštelę – perėjusi šviesa nekeičia nei poliarizacijos pobūdžio, nei svyravimų plokštumos padėties.

Įdėjus kristalinę plokštelę tarp dviejų poliarizatorių (2.43 pav.), vienas jų atliks analizatoriaus vaidmenį. Analizatorius suskaido į jį krįtančias koherentes bangas ir atrenka vienodos svyravimo krypties dedamąsias. Interferencijos rezultatas

priklauso nuo šių bangų fazių skirtumo, atsiradusio pereinant plokštelę, ir nuo poliarizatoriaus  $P$  bei analizatoriaus  $A$  tarpusavio padėties (kampu  $\beta$ ). Tarkime, kad kampas  $\alpha = 45^\circ$ . Galimi du ribiniai atvejai.



2.43 pav.

1.  $\Delta\varphi = 2m\pi$  (čia  $m = 0, 1, 2, \dots$ ). Jei  $\beta = 0^\circ$  (poliarizatorius ir analizatorius lygiagretūs), analizatorių perėjusios šviesos intensyvumas maksimalus. Jei  $\beta = \frac{\pi}{2}$  (poliarizatorius ir analizatorius sukryžiuoti), šviesa per

analizatorių nepereina.

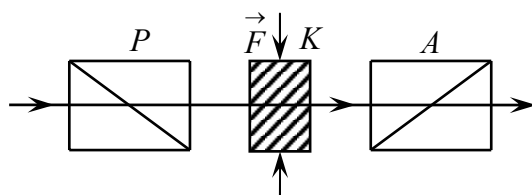
2. Jei  $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$ , tai į analizatorių krinta tiesiškai poliarizuota šviesa, kurios  $\vec{E}$  svyravimų plokštuma pasukta  $2\alpha = 90^\circ$  kampu. Todėl dabar bus atvirkščiai: kai  $\beta = 0^\circ$ , bus tamsu,

o kai  $\beta = 90^\circ$ , – šviesu.

Žiūrint pro analizatorių į baltą šviesą, matomas spalvotas vaizdas. Sukant analizatorių, t.y. keičiant kampą  $\beta$ , keičiasi ir vaizdo spalva. Vaizdas būna dar įdomesnis, jei plokštelė yra nevienodo storio.

### 2.5.5 Dirbtinė optinė anizotropija

Optiškai izotropinės aplinkos (stiklas, skystis) gali tapti optiškai neizotropinėmis, t.y. *šviesą dvejopai laužiančiomis*, jei bus mechaniškai deformuojamos ar esančios elektriniame lauke.



2.44 pav.

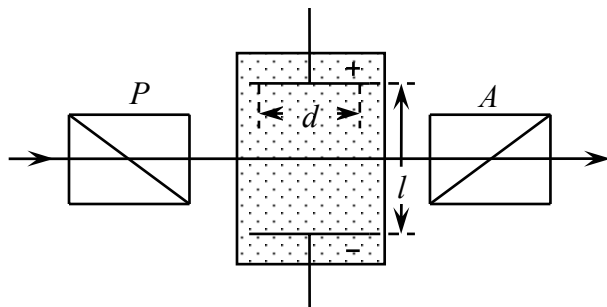
Perleiskime monochromatinės šviesos spindulį pluoštą per sukryžiuotą nikolių  $P$  ir  $A$  sistemą. Tarp nikolių įdėkime švino stiklo plokštelę (2.44 pav.). Kol plokštelė nesuspausta ar neištempta, regėjimo laukas tamsus.

Suspaudus ar ištempus plokštelę, regėjimo laukas nušvinta. Matomas interferencinis vaizdas, kuriame kiekviena juosta atitinka vienodo įtempimo taškus plokštelėje. Atsiradusios optinės anizotropijos matas – paprastosios ir nepaprastosios bangų lūžio rodiklių skirtumas. Bandymais nustatyta, kad jis proporcingas normaliniam įtempimui  $\sigma$ :

$$n_o - n_e = k \cdot \sigma \quad (2.5.20)$$

Šiuo optiniu metodu tiriama kūnų liekamoji deformacija ir vidiniai įtempimai. Tuo tikslu gaminami šių kūnų skaidrūs modeliai.

1875 m. Keras nustatė, kad dujos, kai kurie skysčiai ir skaidrūs kieti dielektrikai tampa optiškai anizotropiniai stipriame elektriniame lauke. Tai vadinama *Kero efektu*. Reiškinio stebėjimo schema pateikta 2.45 paveiksle. Tarp sukryžiuotų nikolių  $P$  ir  $A$  dedamas indas su elektrodais ir tiriamuoju skysčiu. Kol elektrinio lauko nėra, regėjimo laukas tamsus. Sudarius tarp elektrodų



2.45 pav.

įtampą, regėjimo laukas nušvinta. Taigi, skystis poliarizuoja ir įgyja vienaašio kristalo savybes. Jo optinė ašis lygiagreti su elektrinio lauko jėgų linijomis. Bandymais nustatyta, kad

$$n_o - n_e = kE^2, \quad (2.5.21)$$

t.y. proporcingas elektrinio lauko stiprumo kvadratui.

Kero elementas tarp sukryžiuotų nikolių veikia kaip ir kristalinė plokštelė. Fazių skirtumas tarp paprastosios ir nepaprastosios bangų

$$\Delta\varphi = 2\pi dB U^2 / l^2 \quad (2.5.22)$$

(čia  $B$  – Kero konstanta) priklauso nuo įtampos  $U$ . Kai  $U = 0$ , šviesa per sistemą nepereina. Didėjant  $U$ , didėja  $\Delta\varphi$ , o kartu ir pereinančios šviesos kiekis. Jis maksimalus, kai  $\Delta\varphi = \pi$ , t.y. kai

$$U_0 = l / \sqrt{2Bd}. \quad (2.5.23)$$

$B$  priklauso nuo medžiagos prigimties, temperatūros ir šviesos bangos ilgio.

Kero reiškinys praktiškai yra neinertiškas (atsistatymo laikas  $\tau \approx 10^{-9} s$ ). Todėl jis taikomas šviesai moduluoti. Tokie modulatoriai reikalingi greitaeigiam fotografavimui, kinui, televizijai.

Panašus reiškinys gaunamas kai kurias medžiagas paveikus stipriu magnetiniu lauku. Tai – *Kotono ir Mutono reiškinys*. Jei šviesa sklinda statmenai magnetinės indukcijos vektoriui  $\vec{B}$ , tai bangų lūžio rodiklių skirtumas

$$n_o - n_e = CB^2; \quad (2.5.24)$$

čia  $C$  – daugiklis, priklausančias nuo medžiagos prigimties, temperatūros ir šviesos bangos ilgio.

### 2.5.6 Poliarizacijos plokštumos sukimas

*Optiškai aktyvios medžiagos* (kvarcas, terpentinas, nikotinas, cukraus ar spirito tirpalas vandenyje ir kt.) *pasuka sklindančios šviesos  $\vec{E}$  vektorių svyravimų plokštumą*, t.y. poliarizacijos plokštumą. Šis reiškinys paaiškinamas molekulių sandaros ar dalelių išsidėstymo gardelėje asimetrija.

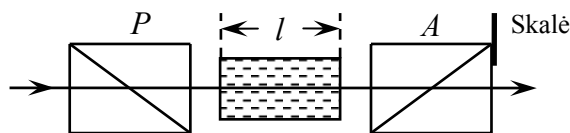
Optiškai aktyvūs kristalai ir grynai skysčiai pasuka poliarizacijos plokštumą kampu  $\varphi$ , proporcingu medžiagos sluoksnio storiui:

$$\varphi = \alpha l. \quad (2.5.25)$$

Koeficientas  $\alpha$  vadinamas *specifiniu sukimu*. Jis skaitine verte lygus kampui, kuriuo pasukama poliarizacijos plokštuma per ilgio vienetą, ir priklauso nuo medžiagos prigimties, temperatūros ir šviesos bangos ilgio.

Tirpalai pasuka poliarizacijos plokštumą kampu

$$\varphi = \alpha_t cl; \quad (2.5.26)$$



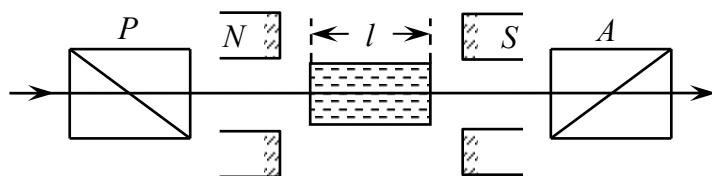
2.46 pav.

čia  $\alpha_t$  – tirpalo specifinis sukimas,  $c$  – jo koncentracija ( $kg/m^3$ ).

Šiuo metodu nustatoma optiškai aktyvių medžiagų koncentracija. Tam naudojami poliarimetrai. Poliarimetro optinė schema pateikta

2.46 paveiksle. Posūkio kampas  $\varphi$  išmatuojamas pasukant analizatorių tokiu kampu, kad regėjimo laukas vėl būtų visiškai tamsus, kaip ir be tirpalo.

Tokią pat savybę įgyja optiškai neaktyvios medžiagos magnetiniame lauke. Tai – Faradėjaus reiškiny. Reiškinių stebėjimo schema pateikta 2.47 paveiksle. Plokštumos posūkio kampas proporcingas magnetinio lauko stiprumui  $\vec{H}$  ir medžiagos sluoksnio storiui  $l$  išilgai magnetinio



2.47 pav.

lauko, t.y.

$$\varphi = V l H ; \quad (2.5.27)$$

čia  $V$  – Verdė daugiklis, priklausantis nuo medžiagos prigimties ir šviesos bangos ilgio.

## Kontroliniai klausimai

1. Kuo skiriasi poliarizuota šviesa nuo natūralios?
2. Ką vadiname poliarizacijos laipsniu?
3. Ką vadiname Briusterio kampu?
4. Ką vadiname dvejopu šviesos lūžiu?
5. Kuo skiriasi paprastasis ir nepaprastasis spinduliai?
6. Kaip gaunama ir kur panaudojama dirbtinė optinė anizotropija?
7. Ką vadiname Kero reiškiniu?
8. Kaip galima pasukti poliarizacijos plokštumą?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Nepakankamai tobulas poliarizatorius praleidžia savo plokštumoje  $\alpha_1 = 0.90$  dalį atitinkamų svyravimų intensyvumo, o statmenoje plokštumoje  $\alpha_2 = 0.10$  dalį intensyvumo. Apskaičiuokite poliarizacijos laipsnį  $P$ , jeigu kritusi į poliarizatorių šviesa buvo natūrali.

Sprendimas. Natūralią šviesą galima laikyti dviejų vienodo intensyvumo tarpusavyje statmenose plokštumose poliarizuotų bangų suma. Jos intensyvumas

$$I_0 = I_1 + I_2 \text{ ir } I_1 = I_2 = \frac{1}{2} I_0$$

Tarkime, kad  $I_1$  yra šviesos intensyvumas tos bangos, kuri poliarizuota poliarizatoriaus plokštumoje. Tuomet  $I_2$  intensyvumo banga bus poliarizuota statmenoje poliarizatoriaus plokštumai plokštumoje.



Praėjusios per poliarizatorių pirmosios bangos intensyvumas bus  $\alpha_1 I_1 = \alpha_1 \frac{I_0}{2}$  (tai bus  $I_{\max}$ ), o antrosios bangos –  $\alpha_2 I_2 = \alpha_2 \frac{I_0}{2}$  (tai bus  $I_{\min}$ ).

Pagal apibrėžimą

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{0.90 - 0.10}{0.90 + 0.10} = 0.8.$$

2. Natūrali šviesa leidžiama per du vienodus nepakankamai tobulus sukryžiuotus poliarizatorius. Kiekvienas iš jų praleidžia savo plokštumoje  $\alpha_1 = 0.95$  dalį atitinkamų svyravimų intensyvumo, kuris sąlygoja poliarizacijos laipsnį  $P = 0.90$ . Kokią dalį  $\eta$  kritusios šviesos intensyvumo praeis per šią sistemą?

Sprendimas. Tegul kiekvienas poliarizatorius praleidžia  $\alpha_2$  dalį šviesos intensyvumo, kurio svyravimai statmeni poliarizatoriaus plokštumai. Tuomet

$$P = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2},$$

iš čia

$$\alpha_2 = \alpha_1 \frac{1 - P}{1 + P}. \quad (1)$$

laikant, kad natūrali šviesa sudaryta iš dviejų tarpusavyje statmenų svyravimų vienodo intensyvumo poliarizuotų bangų, gauname

$$I_0 = I_1 + I_2, \quad I_1 = I_2 = \frac{1}{2} I_0.$$

Pirmosios bangos, perėjusios sistemą intensyvumas yra  $\alpha_2 \alpha_1 I_1 = \alpha_2 \alpha_1 \frac{I_0}{2}$ , o antrosios –  $\alpha_1 \alpha_2 I_2 = \alpha_1 \alpha_2 \frac{I_0}{2}$ . Kadangi abu intensyvumai vienodi, tai gaunasi natūrali šviesa, kurios intensyvumas

$$I = \alpha_2 \alpha_1 \frac{I_0}{2} + \alpha_1 \alpha_2 \frac{I_0}{2} = \alpha_1 \alpha_2 I_0.$$

Irašę  $\alpha_2$  iš (1) formulės ir imdami santykį  $I$  ir  $I_0$ , gauname

$$\eta = \frac{I}{I_0} = \alpha_1^2 \frac{1 - P}{1 + P} = 0.95^2 \frac{1 - 0.90}{1 + 0.90} = 0.048.$$

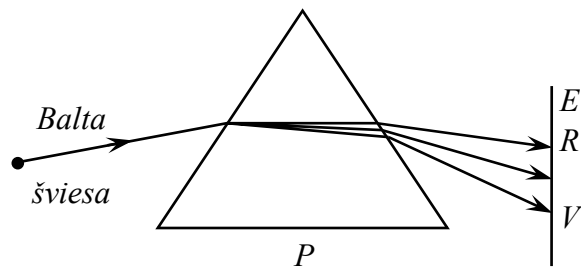
## 2.6 Šviesos dispersija

### 2.6.1 Normali ir anomali šviesos dispersija

Pagal Maksvelio elektromagnetinio lauko teoriją, šviesos bangos – tai aukšto dažnio kintamas elektromagnetinis laukas, sklindas vakuume pastoviu greičiu  $c = 2.9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , nepriklausančiu nuo dažnio. Šį faktą geriausiai patvirtina dvigubų žvaigždžių užtemimų stebėjimai. Dviguba žvaigždė – tai sistema dviejų žvaigždžių, kurias sieja traukos jėgos ir kurios sukasi apie bendrą masių centrą. Žvaigždės užtemimas arba jos išėjimas iš savo porininko šešėlio duos šviesos spindulio sklidimo nutrūkimą arba jo pradžią. Šviesos spindulys yra daugelio monochromatinių bangų suma. Jei šių bangų greitis erdvėje, kurioje yra didelis vakuumas, būtų nevienodas, tai mus pasiektų pakitusi šviesa. Tarkime, kad šviesos spindulys yra sudarytas iš dviejų monochromatinių bangų: raudonos ir mėlynos ir  $v_{\text{raud}} > v_{\text{mėl}}$ ; tada užtemimo pradžioje žvaigždės spinduliuojamos

šviesos spalva pakis iš normalios į mėlyną, o užtemimui baigiantis – iš raudonos į normalią. Tokių žvaigždžių stebėjimai tai nepatvirtino. Taigi, bet kokio dažnio šviesa vakuume sklinda tuo pačiu greičiu.

Kitaip yra medžiagoje. Įvairių dažnių šviesos sklaidimo greitis yra nevienodas, t.y. lūžio rodiklis yra dažnio (ar bangos ilgio) funkcija  $n = f(\lambda)$ . Pirmasis tai pastebėjo I.Niutonas, leisdamas



2.48 pav.

šviesos spindulį pro stiklo prizmę. Baltos šviesos spindulys suskilo į spektrą (2.48 pav.). Šis reiškinys vadinamas *šviesos dispersija*.

Šviesos dispersija vadinama *normalia*, kai, bangos ilgiui didėjant, lūžio rodiklis mažėja (t.y.

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0, \text{ arba atitinkamai } \frac{dn}{d\nu} > 0).$$
 Tokia  $n$

priklausomybė nuo  $\lambda$  yra tame bangų ilgių diapazone, kuriame aplinka yra skaidri: pavyzdžiui, paprastas stiklas yra skaidrus regimajai šviesai.

Šviesos dispersija vadinama *anomalija*, kai, bangos ilgiui didėjant, lūžio rodiklis didėja ( $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ , arba  $\frac{dn}{d\nu} < 0$ ). Anomali dispersija pasireiškia tame bangų ilgių diapazone, kur medžiaga šviesą absorbuoja. Pavyzdžiui, paprastas stiklas intensyviai absorbuoja šviesą infraraudonojoje bei ultravioletinėje spektro dalyse.

## 2.6.2 Šviesos dispersijos elektroninė teorija

Elektronai arba kitos elektringos dalelės (pvz., jonai), veikiamos šviesos elektromagnetinio lauko, pradeda virpėti dažniu  $\nu$ . Virpantis elektronas spinduliuoja antrines to paties dažnio bangas. Gretimų elektronų skleidžiamos bangos yra koherentinės tiek tarpusavyje, tiek su pirmine banga. Susitikusios šios bangos interferuoja, o interferencijos rezultatas priklauso nuo jų amplitudžių bei pradinių fazių skirtumo. Taigi lūžio rodiklio kitimo priklausomybę nuo dažnio  $\nu$  lemia pirminės ir antrinių bangų interferencijos rezultatas. Skirtingai nuo difrakcijos reiškinio, pirminė banga nėra pakeičiama antrinių bangų suma, o sąveikauja su antrinėmis bangomis.

Panagrinėkime šviesos sąveiką su medžiagos elektringomis dalelėmis. Tarkime, kad šviesa sąveikauja tik su elektronais (šie samprotavimai tiks ir jonams). Imkime supaprastintą atvejį – dispersiją praretintose dujose. Tarkime, kad išoriniame atomo elektroniniame sluoksnyje yra tik

vienas elektronas, kurio krūvis  $e$ . Krintantis šviesos bangos elektromagnetinis laukas elektroną veiks jėga:

$$\vec{F} = e \vec{E} + e \cdot \vec{v} \times \vec{B}. \quad (2.6.1)$$

Skaičiavimai rodo:

$$e \vec{E} \gg e \vec{v} \times \vec{B}. \quad (2.6.2)$$

Todėl galima laikyti, kad šviesai sklindant medžiaga, kiekvieną elektringą dalelę veiks tik elektrinio lauko jėga:

$$\vec{F}_E = e \vec{E} = e \vec{E}_0 \cos \omega t, \quad (2.6.3)$$

čia  $\omega$  – šviesos bangos ciklinis dažnis. Ši jėga vadinama priverčiančiąja. Jos ženklas priklauso nuo krūvininko ženklo.

Šviesos bangos elektrinio lauko veikiamas elektronas pasislinks iš pusiausvyros padėties atstumu  $z$ . Atomas pavirs elektriniu dipoliu, kurio dipolinis momentas  $p = ez$ .

Jei medžiagos tūrio vienetu yra  $n_0$  tokių atomų, tai jo dipolinis momentas, kuris vadinamas poliarizacijos vektoriumi,  $P = en_0 z$ . Iš elektrostatikos žinome:

$$\varepsilon = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}, \quad (2.6.4)$$

čia  $\varepsilon_0$  – elektrinė konstanta. Tuomet

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e z}{\varepsilon_0 E}. \quad (2.6.5)$$

gavę  $z$  priklausomybę nuo  $E$ , t.y. išnagrinėję valentinių elektronų priverstinius svyravimus veikiant šviesos elektriniam laukui, žinosime, kokią įtaką laukas turi šviesos lūžio rodikliui bet kurioje medžiagoje.

Pasislinkusį iš pusiausvyros padėties elektroną grąžina atgal kvazitamprumo jėga, proporcinga elektrono poslinkiui  $z$ :

$$F_z = -k \cdot z, \quad (2.6.6)$$

čia  $k$  – proporcingumo koeficientas. Minusai rodo, kad kvazitamprumo jėgos kryptis yra priešinga poslinkio kryptiai. Kvazitamprumo bei priverčiamosios jėgų veikiamo elektrono judėjimo lygtis bus:

$$m \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} = eE - kz. \quad (2.6.7)$$

pažymėję elektrono savąjį svyravimo dažnį  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  ir pergrupavę (2.6.7) formulės narius, gausime

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_0^2 z = \frac{e}{m} E_0 \cos \omega t. \quad (2.6.8)$$

Šios lygties sprendinys yra

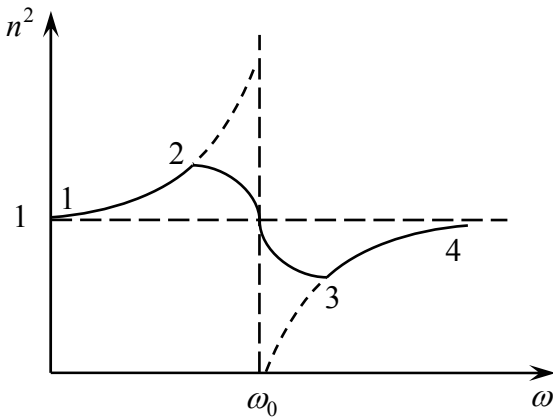
$$z = A \cos \omega t, \quad (2.6.9)$$

čia

$$A = \frac{e E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (2.6.10)$$

Įrašius (2.6.9) ir (2.6.10) į (2.6.5), lūžio rodiklio išraiška bus šitokia:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (2.6.11)$$



2.49 pav.

Lūžio rodiklio  $n^2$  priklausomybė nuo šviesos bangos ciklinio dažnio  $\omega$  pavaizduota 2.49 paveiksle punktyru. Iš paveikslo matyti: kai  $\omega \ll \omega_0$  arba  $\omega \gg \omega_0$ ,  $n \approx 1$ ; kai  $\omega \rightarrow \omega_0$ , t.y. šviesos bangos ciklinis dažnis artėja prie elektrono savojo dažnio  $n \rightarrow +\infty$ , jei  $\omega < \omega_0$  ir prie  $-\infty$ , jei  $\omega > \omega_0$ . Tokią lūžio rodiklio priklausomybę esant  $\omega \approx \omega_0$ , gavome todėl, kad neatsižvelgėme į

svyruojančių elektronų energijos nuostolius, kurie atsiranda: 1) elektronams sąveikaujant su aplinka, 2) elektronams spinduliuojant antrines elektromagnetines bangas.

Šiuos energijos nuostolius galima nustatyti, laikant, kad svyravimus slopinanti jėga yra proporcinga svyruojančios dalelės greičiui:

$$F_3 = -rv = -r \frac{dz}{dt}; \quad (2.6.12)$$

čia  $r$  – proporcingumo koeficientas. Minusas rodo, kad ši jėga yra nukreipta priešinga linkme elektrono poslinkiui.

Tada šviesos bangos sukeltą elektrono judėjimą aprašys šitokia diferencialinė lygtis:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\beta \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = \frac{e}{m} E; \quad (2.6.13)$$

čia  $\beta = \frac{r}{2m}$ .

Šios lygties sprendinys analogiškas mechanikoje nagrinėtam slopinamųjų svyravimų sprendiniui. Todėl, praleidę tarpinį nagrinėjimą, pateikiame galutinę lūžio rodiklio išraišką:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{2m\epsilon_0} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}. \quad (2.6.14)$$

Kadangi nagrinėjamu atveju  $\beta \ll \omega_0$ , tai slopinimas turės įtakos tik tuomet, kai  $\omega \approx \omega_0$ . Tolstant  $\omega$  nuo  $\omega_0$ ,  $4\beta^2 \omega^2 \ll (\omega_0^2 - \omega^2)^2$  ir (2.6.14) bei (2.6.11) bus ekvivalentiškos. 2.49 paveiksle ištisine linija parodyta  $n^2$  priklausomybė nuo  $\omega$ , apskaičiuota pagal (2.6.14) formulę. Iš paveikslo matyti, kad slopinimas lūžio rodikliui turi įtakos tik tuomet, kai  $\omega$  artimas  $\omega_0$ .

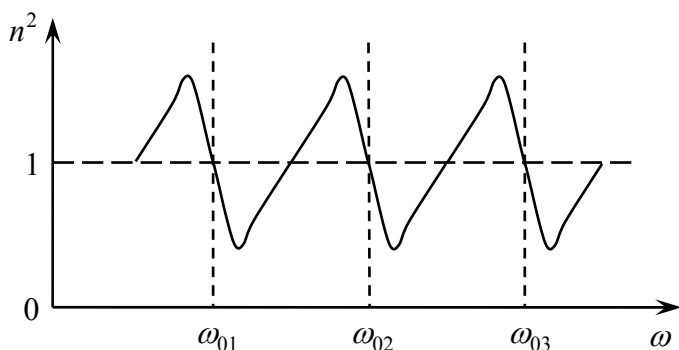
Prisiminus, kad  $\omega = 2\pi\nu$ , nesunku pereiti prie sąryšio  $n = f(\nu)$ . Tada iš 2.49 paveikslo matyti, kad intervaluose 1-2 ir 3-4  $dn/d\nu > 0$ , t.y. dispersija normali, o intervale 2-3  $dn/d\nu < 0$ , t.y. dispersija anomali. Anomali dispersija pasireiškia tose dažnių srityse, kur šviesa yra stipriai absorbuojama ir jos energija virsta kitų rūšių energija (pvz., šiluma).

Tyrimai rodo, kad, sklindant šviesai pro dujas, gaunama daugelis tai medžiagai būdingų absorbcijos linijų. Kiekviena medžiaga turi jai būdingų ciklinių dažnių rinkinį, t.y. medžiagoje yra kelių rūšių virpančių dalelių – osciliatorių. Tai būna ne tik elektronai, bet ir kitos elektringos dalelės, pvz., kristalinės gardelės mazguose esantys jonai, kurių sąveika su šviesa infraraudonojoje srityje ypač didelė. Veikiami šviesos bangos elektrinio lauko, osciliatoriai virpa, padidindami medžiagos poliarizaciją, taigi turi įtakos ir lūžio rodikliui. Jei medžiagoje yra kelių rūšių osciliatorių, kurių kiekvieno savasis dažnis  $\omega_{0i}$ , masė  $m_i$ , krūvis  $q_i$ , lūžio rodiklio išraiška bus šitokia:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0}{2\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{m_i} \cdot \frac{\omega_{0i}^2 - \omega^2}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4\beta_i^2 \omega_i^2}. \quad (2.6.15)$$

Pagal (2.6.15) formulę apskaičiuota  $n^2$  priklausomybė nuo  $\omega$  parodyta 2.50 paveiksle.

Išnagrinėjome tuos atvejus, kai virpantį osciliatorių veikia tik šviesos elektrinis laukas. Jei sistema kondensuota (suslėgtos dujos, skysčiai, kieti kūnai), tai osciliatorių veiks ir vidinis laukas, kurį sukuria gretimos medžiagos molekulės, poliarizuotos šviesos bangos elektromagnetiniame lauke. Vidinis laukas osciliatorių veiks tuo labiau, kuo mažesnis atstumas tarp molekulių. Kondensuotoje izotropinėje aplinkoje osciliatorių veiks atstojamasis laukas  $E_{ef}$ , kurio stiprumas:



2.50 pav.

$$E_{ef} = \frac{n^2 + 2}{3} E, \quad (2.6.16)$$

čia  $E$  – šviesos bangos elektrinio lauko stiprumas. Įrašę  $E_{ef}$  į (2.6.8) lygtį ir ją išsprendę, gauname:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{n_0 e^2}{3m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.6.17)$$

Kadangi molekulių koncentracija  $n_0$  proporcinga medžiagos tankiui  $\rho$ , o kiti

(2.6.17) lygties dešinės pusės dydžiai yra pastovūs, tai, kai  $\omega = \text{const}$ , gauname:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = R = \text{const}. \quad (2.6.18)$$

Ši formulė vadinama H.Lorencio ir L.Lorencio formule. Ji parodo, kad santykinis lūžis (refrakcija)  $R$  lieka pastovus kintant medžiagos tankiui arba net temperatūros ar slėgio veikiamai medžiagai pereinant į kitą agregatinį būvį.

Praretintų dujų  $n \approx 1$ . Tada  $n^2 + 2 \approx 3$ , ir (2.6.17) formulė virsta į (2.6.11).

Išnagrinėjome šviesos dispersiją naudodami klasikinės fizikos įvaizdžius. Analogiški rezultatai gaunami nagrinėjant dispersiją ir kvantinės mechanikos požiūriu.

### 2.6.3 Šviesos absorbcija ir sklaida

Medžiaga sklindančios šviesos bangos intensyvumas mažėja. Šis reiškinys vadinamas *šviesos absorbcija* (sugėrimu). Jei visų ilgių bangos absorbuojamos vienodai, absorbcija vadinama *paprastąja*. Taip regimąją šviesa absorbuoja oras, vanduo, stiklas. Jei kai kurių ilgių bangos absorbuojamos labai stipriai, tokia absorbcija vadinama *selektyviąja*. Šiuo atveju atskiros spektro dalys gali būti visiškai sugertos ir perėjęs medžiagą baltos šviesos spindulys tampa spalvotas.

Iš šviesos dispersijos nagrinėjimo žinome, kad šviesos banga sukelia priverstinius elektringų dalelių (elektronų bei jonų) svyravimus. Dalis šios energijos grąžinama elektringoms dalelėms spinduliuojant to paties dažnio antrines bangas, dalis pereina į atomų šiluminio judėjimo energiją, t.y. į medžiagos vidinę energiją. Dėl šios priežasties šviesos intensyvumas mažėja pagal P.Bugerio dėsnį:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}; \quad (2.6.19)$$

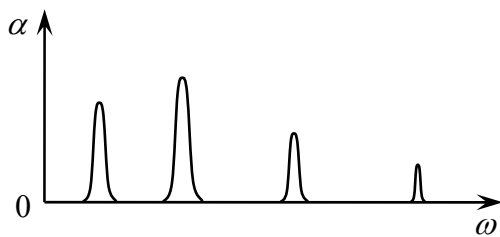
čia  $I_0$  – krintančios į medžiagą šviesos intensyvumas,  $\alpha$  – absorbcijos koeficientas, priklausantis nuo šviesos bangos ilgio, medžiagos prigimties bei būsenos,  $I$  – medžiagos sluoksnį storio  $x$  perėjusios šviesos intensyvumas.

Išlogaritmavus (2.6.19) ir pertvarę, gausime:

$$\alpha = \frac{1}{x} \ln \frac{I_0}{I}. \quad (2.6.20)$$

Iš čia išryškėja absorbcijos koeficiento fizikinė prasmė; skaitinė vertė jis yra lygus atvirkštiniam medžiagos sluoksnio storiui, kurį perėjusios šviesos intensyvumas sumažėja  $e$  kartų.

Absorbcija ypač stipri esant rezonansiniam būviui, kai šviesos dažnis  $\omega$  lygus elektronų savųjų virpesių atomuose, jonuose ar molekulėse dažniui  $\omega_0$ . Nekondensuotose aplinkose, kurių atomai nesąveikauja (dujos, garai), absorbcijos koeficientas nepriklauso nuo dažnio ir yra lygus

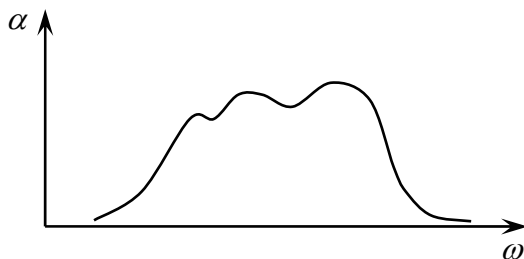


2.51 pav.

nuliui. Tik labai siauruose dažnių intervaluose, artimuose rezonansiniams dažniams, jis yra gana didelis.

Tai selektyvioji absorbcija (2.51 pav.). Dujos, kurių molekulės sudarytos iš daugelio atomų, pasižymi juostiniais absorbcijos spektrais. Juostos gaunasi susiliejus keletui artimų absorbcijos linijų. Juostų

struktūra priklauso nuo molekulių sudėties bei atomų išsidėstymo molekulėje. Iš absorbcijos spektro galime atpažinti medžiagos sudėtį bei spręsti apie jos struktūrines savybes. Ypač paplitusi infraraudonųjų spindulių absorbcinė spektrinė analizė, nes absorbciją infraraudonojoje srityje sąlygoja medžiagos atomų bei jonų priverstiniai svyravimai, veikiant šviesai.



2.52 pav.

Kondensuotų medžiagų (suslėgtų dujų, skysčių bei kietų kūnų) absorbcijos spektrai yra ištisiniai. Jie sudaryti iš plačių absorbcijos juostų, kurių ribose  $\alpha$  kinta tolygiai (2.52 pav.). Juostų išsiplėtimas priklauso nuo atomų tarpusavio sąveikos, todėl tiriant dispersiją ir absorbciją kondensuotose medžiagose, reikia

atsižvelgti į vidinį elektrinį lauką. Už juostos ribų  $\alpha$  yra artimas nuliui, t.y. medžiaga šioms bangoms yra skaidri.

P.Bugeris nustatė, kad  $\alpha$  priklauso nuo  $I_0$ . Absorbuodamos šviesą, molekulės pereina iš normalios būsenos į sužadintą. Išbuvę joje trumpą laiką ( $10^{-8}s$ ), jos vėl grįžta į normalią būseną, išspinduliuodamos energijos kvantą. Nusistovėjus termodinaminei pusiausvyrai, sužadintų

molekulių medžiagoje yra mažai. Tačiau yra medžiagų, kurių molekulės sužadintos išbūna kur kas ilgiau ( $\approx 10^{-4} s$ ). Kartu medžiagoje susikaupia daug sužadintų molekulių. S.Vavilovas nustatė, kad, esant pakankamai dideliame šviesos intensyvumui  $I_0$ , absorbcijos koeficientas pradeda mažėti. Šiuo atveju nemaža molekulių dalis jau yra sužadinta, todėl sumažėja šviesos kvanto absorbcijos tikimybė.

1940 m. V.Fabrikantas įrodė, kad, jei šviesos absorbcijos tikimybė, priklausanti nuo nesužadintų molekulių skaičiaus, bus mažesnė už indukuoto šviesos spinduliavimo tikimybę, priklausančią nuo sužadintų molekulių skaičiaus, tai  $\alpha$  bus neigiamas. Tada šviesos srautas, eidamas per medžiagą ne silpnės, o stiprės. Naudojant medžiagas su neigiamu absorbcijos koeficientu, buvo sukurti kvantiniai stiprintuvai ir generatoriai (mazeriai ir lazeriai).

Dydžio  $\alpha$  priklausomybė nuo bangos dažnio paaiškinama šviesą sugeriančios medžiagos spalva. Pavyzdžiui, balta šviesa apšviesta plėvelė, kuri sugeria visas, išskyrus raudonosios šviesos, bangas, praėjusioje šviesoje atrodo raudona. Šis reiškinys panaudojamas absorbcinių šviesos filtrų gamybai.

Kai šviesa sklinda optiškai nevienalyte aplinka, dėl šviesos difrakcijos nevienalytiškumuose jos intensyvumas visomis kryptimis pasiskirsto tolydžiai. Šis reiškinys vadinamas šviesos sklaida.

Šviesos sklaida nuo medžiagos dalelių, kurių spindulys  $r$  yra labai mažas, palyginti su šviesos bangos ilgiu  $\lambda$ , vadinamas Tindalio efektu. Jis pasireiškia drumstose aplinkose, pavyzdžiui, dūmuose, rūke, emulsijoje ir kitur. Čia mažoje priemaišinės medžiagos dalelėje privestinai virpančių elektronų sistema yra ekvivalenti vienam virpančiam elektriniam dipoliui. Toks dipolis virpa krintančios šviesos dažniu  $\omega$ . Antrinių bangų spinduliavimo intensyvumas proporcingas  $\omega^4$ , todėl *išsklaidytai šviesai galioja Reilio dėsnis*: jei šviesą sklaidančių dalelių matmenys yra daug mažesni už krintančios į ją šviesos bangos ilgį  $\lambda$ , tai išsklaidytos šviesos intensyvumas  $I$  yra atvirkščiai proporcingas bangos ilgiui ketvirtuoju laipsniu, t.y.  $I \sim 1/\lambda^4$ . Dėl to, baltai šviesai praėjus pro drumstą aplinką, išsklaidytoje šviesoje dominuoja trumpabangė (mėlynai žydra) šviesa, o praėjusioje – ilgabangė (geltonai raudona) šviesa. Tuo paaiškinamas dangaus melsvumas ir tekančios bei besileidžiančios Saulės geltonai rausva spalva.

Kiekvienos medžiagos molekulės chaotiškai juda. Todėl mažuose tūriuose medžiagos tankis fliuktuoja. Tokio pobūdžio aplinkos nevienalytiškumo sukeliama šviesos sklaida vadinama molekuline. Fliuktuacinių medžiagos nevienalytiškumo sričių matmenys yra daug mažesni už šviesos bangos ilgį, todėl molekulinei sklaidai tinka Reilio dėsnis.



Čia nagrinėjome tikrai tokią šviesos sklaidą, kai antrinių bangų dažnis lygus krintančios bangos dažniui. Tačiau 1928 m. buvo atrastos pakitusio dažnio bangos. Tokią sklaidą vadiname Ramano efektu arba kombinacine sklaida. Ją paaiškina kvantinė mechanika.

## Kontroliniai klausimai

1. Kuo skiriasi normali ir anomali dispersija?
2. Kokia absorbcijos koeficiento fizikinė prasmė?
3. Kaip nusakomas Bugerio dėsnis?
4. Kaip nusakomas Reilio dėsnis?
5. Kaip paaiškinama dangaus mėlyna spalva?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Skaidrios plokštelės storis  $a = 10 \text{ cm}$ . Tam tikro bangos ilgio šviesai plokštelės absorbcijos koeficientas tolygiai kinta nuo  $\alpha_1 = 0.80$  iki  $\alpha_2 = 1.20$ . Keliais procentais sumažės, perėjusios per plokštelę, šviesos intensyvumas.

Sprendimas. Imame ašį  $x$ , statmeną plokštei. Absorbcijos koeficientas nusakomas funkcija  $\alpha = f(x)$ , kuri yra  $f(0) = \alpha_1$ , o  $f(a) = \alpha_2$ . Pagal absorbcijos dėsnį  $dI = -I f(x) dx$ ; čia  $I$  – intensyvumas taške, kurio koordinatė  $x$ . Taigi

$$\frac{dI}{I} = -f(x) dx.$$

Integruodami pagal visą plokštelės storį, gauname

$$\ln I - \ln I_0 = - \int_0^a f(x) dx.$$

( $I$  – išeinančios iš plokštelės šviesos intensyvumas). Antilogaritmuodami gauname

$$I = I_0 e^{- \int_0^a f(x) dx}. \quad (1)$$

Kadangi funkcija  $f(x)$  kinta tolygiai, tai

$$\int_0^a f(x) dx = \frac{f(0) + f(a)}{2} \cdot a = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} a.$$

Įrašę šią integralo vertę į (1), gauname:

$$I = I_0 e^{- \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} a} = I_0 e^{- \frac{0.80 + 1.20}{2} \cdot 0.10} = 0.90 I_0$$

Taigi intensyvumas sumažėjo 10%.

2. Į stiklinę  $a = 10 \text{ cm}$  storio plokštelę statmenai krinta plokščia  $I_0 = 100 \text{ lm/m}^2$  intensyvumo šviesos banga. Plokštelės lūžio rodiklis duoto bangos ilgio šviesai  $n = 1.50$ , o absorbcijos koeficientas  $\alpha = 1.00 \text{ m}^{-1}$ . Apskaičiuokite perėjusios per plokštelę šviesos intensyvumą  $I$ .

Sprendimas. Dviejų aplinkų riboje atspindžio koeficientas yra:

$$\rho = \left( \frac{n_{12} - 1}{n_{12} + 1} \right)^2. \quad (1)$$

Įrašę  $n = 1.50$ , gauname  $\rho = 0.04$ . Taigi stiklo plokštei esant ore įėjimo ir išėjimo metu atspindės maždaug po 4% šviesos srauto.

Pirmoje sienelėje atsispindi  $\rho \cdot I_0$ . Taigi, įėjusios į plokštelę, šviesos intensyvumas bus  $I' = (1 - \rho)I_0$ . Dėl absorbcijos plokštelėje, antrąją sienelę pasieks šviesa, kurios intensyvumas bus

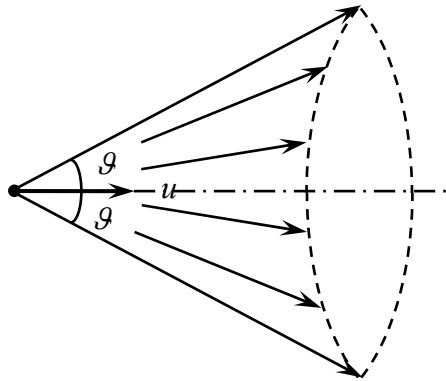
$$I'' = I' e^{-\alpha \cdot a} = (1 - \rho)I_0 e^{-\alpha \cdot a}.$$

Dalis šio intensyvumo atsispindės, todėl išėjusios iš plokštelės šviesos intensyvumas bus lygus  $(1 - \rho)I'' = (1 - \rho)^2 I_0 e^{-\alpha \cdot a}$ . Įrašę  $\rho$  iš (1) formulės, gauname:

$$I = I_0 \left[ \frac{4n}{(n+1)^2} \right]^2 e^{-\alpha \cdot a} = 100 \left[ \frac{4 \cdot 1.5}{(1.5+1)^2} \right]^2 e^{-1.00 \cdot 0.100} \text{ lm/m}^2 = 83 \text{ lm/m}^2.$$

## 2.7 Čerenkovo spinduliavimas

1934 m. P.Čerenkovas atrado, kad skystis, veikiamas radžio skleidžiamų  $\gamma$  spindulių, pradeda švytėti. Šis reiškinys buvo pavadintas Čerenkovo spinduliavimu. Jo teoriją 1937 m. paskelbė I.Tamas ir I.Frankas. 1958 m. P.Čerenkovas, I.Tamas ir I.Frankas apdovanoti Nobelio premija. Pagal teoriją, kiekviena elektringa dalelė, judėdama medžiagoje greičiu  $u$ , didesniu už šviesos greitį  $v = \frac{c}{n}$  toje medžiagoje, spinduliuoja elektromagnetines bangas. Taigi, P.Čerenkovas stebėjo  $\gamma$  spindulių sukurtų greitų fotoelektronų spinduliuojamas elektromagnetines bangas. Judėdama medžiaga, elektringa dalelė savo kelyje trumpam poliarizuoja molekules, kurios tampa trumpalaikiais koherentiškais elektromagnetinių bangų šaltiniais. Elektringajai dalelei judant greičiu



2.53 pav.

$u < v$ , šios bangos interferuodamos pasinaikina. Kai dalelė juda greičiu  $u > v$ , tuomet kryptimis, kurios su dalelės trajektorija sudaro kampą  $\theta$ , nusakomą sąryšiu

$$\cos \theta = \frac{c}{nu}, \quad (2.7.1)$$

šios bangos sustiprinamos. Tuomet išilgai 2.53 paveiksle parodyto kūgio sudaromųjų vyksta Čerenkovo spinduliavimas. Spinduliuojančios elektringosios dalelės energija mažėja, ir ji lėtėja. Tačiau čia dalelės pagreitis yra spinduliavimo padarinys, o ne priežastis.

Šiuo spinduliavimu pagrįstas labai greitų elektringųjų dalelių skaitiklių, vadinamųjų Čerenkovo skaitiklių, veikimas. Čia medžiaga judančios elektringosios dalelės, kurios  $u > v$ , sukeltas žybsnis fotodaugintuve verčiamas srovės impulsu. Nustačius kampą  $\theta$ , iš (2.7.1) formulės apskaičiuojamas dalelės greitis, o kartu ir jos energija.

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Apskaičiuokite šviesos lūžio rodiklį medžiagoje, žinodami, kad joje Čerenkovo spinduliavimas gaunamas, kai elektrono minimalus impulsas yra  $2.44 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Sprendimas. Čerenkovo spinduliavimas gaunamas tuomet, kai elektringosios dalelės greitis medžiagoje  $u$  didesnis už šviesos fazinį greitį  $v$  toje aplinkoje, t.y.

$$u > v = \frac{c}{n}. \quad (1)$$

Pažymėję  $\beta = \frac{u}{c}$ , (1) formulę perrašome šitaip:

$$\beta n > 1. \quad (2)$$

Elektrono impulsas

$$p = \frac{m_0 u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Minimalų impulsą atitinka  $\beta_{\min} = \frac{1}{n}$  (pagal (2)). Tuomet

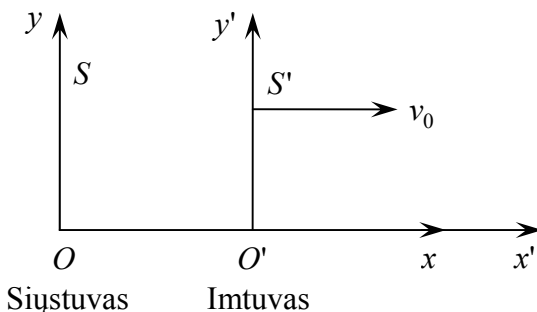
$$p_{\min} = \frac{m_0 c}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Iš čia gauname šviesos lūžio rodiklį:

$$n = \sqrt{\frac{m_0^2 c^2}{p_{\min}^2} + 1} = \sqrt{\frac{(9.11 \cdot 10^{-31})^2 \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{(2.44 \cdot 10^{-22})^2} + 1} = 1.5.$$

## 2.8 Doplerio reiškiny

1842 m. K.Dopleris nustatė, kad, judant bangų šaltiniui (siųstuvui) ar stebėtojų (imtuvui), pakinta priimamų akustinių ir elektromagnetinių bangų dažnis. Šis reiškinys vadinamas *Doplerio reiškiniu*. Akustinių bangų dažnio pokytis priklauso nuo to, koku greičiu siųstuvai ar imtuvai juda aplinkos, kurioje sklinda banga, atžvilgiu. Elektromagnetinei bangai sklindant vakuume, jos dažnio pokytis priklauso tik nuo siųstuvo ir imtuvo reliatyvaus greičio. Rasime šią priklausomybę



2.54 pav.

paprasiausiu atveju, siųstuvą sutapatinę su nejudančios atskaitos sistemos  $S$  koordinačių pradžia, o imtuvą – su judančios inercinės atskaitos sistemos  $S'$  koordinačių pradžia (2.54 pav.). Pastaroji atskaitos sistema išilgai ašies  $Ox$  juda pastoviu greičiu  $v_0$ . Ašies  $Ox$  kryptimi vakuume sklindanti plokščia monochromatinė šviesos banga sistemoje  $S$  aprašoma lygtimi

$$E(x, t) = E_m \cos \left( \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) + \alpha \right); \quad (2.8.1)$$

čia  $\omega$  – siųstuvo virpesių kampinis dažnis. Pagal reliatyvumo principą, fizikos dėsniai visose inercinėse atskaitos sistemose yra vienodi, todėl sistemoje  $S'$  plokščia monochromatinė šviesos banga aprašoma analogiška lygtimi

$$E(x', t') = E'_m \cos \left( \omega' \left( t' - \frac{x'}{c} \right) + \alpha' \right); \quad (2.8.2)$$

čia  $\omega'$  – judančio imtuvo fiksuojamas bangos dažnis.

Pasinaudoję Lorencio transformacijomis

$$x = \frac{x' + v_0 t'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \quad \text{ir} \quad t = \frac{t' + \frac{v_0}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}};$$

(2.8.1) lygybę perrašome atskaitos sistemoje  $S'$ :

$$E(x', t') = E_m \cos \left( \omega \left( \frac{t' + \frac{v_0}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} - \frac{x' + v_0 t'}{c \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \right) + \alpha \right) = E_m \cos \left( \omega \frac{1 - \frac{v_0}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \left( t' - \frac{x'}{c} \right) + \alpha \right). \quad (2.8.3)$$

(2.8.2) ir (2.8.3) lygtys sistemoje  $S'$  aprašo tą pačią elektromagnetinę bangą. Iš čia seka, kad judančio imtuvo fiksuojamas bangos kampinis dažnis  $\omega'$  išreiškiamas šitaip:

$$\omega' = \omega \frac{1 - \frac{v_0}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \omega \sqrt{\frac{1 - \frac{v_0}{c}}{1 + \frac{v_0}{c}}}. \quad (2.8.4)$$

Kai siųstuvas ir imtuvas tolsta vienas nuo kito,  $v_0 > 0$  ir  $\omega' < \omega$ : regimosios šviesos spektro linijos pasislenka į raudonąją spektro sritį. Tai vadinama raudonoju poslinkiu. Jei šviesos siųstuvas ir imtuvas artėja vienas prie kito ( $v_0 < 0$ ),  $\omega' > \omega$ : regimosios šviesos spektro linijos pasislenka į violetinę spektro sritį. Bangų dažnio kitimas dėl šio judėjimo vadinamas išilginiu Doplerio reiškiniu, o dažnio pokytis – Doplerio poslinkiu.

Šviesos bangoms būdingas ir skersinis Doplerio reiškiny: kai reliatyviojo judėjimo greičio vektorius  $\vec{v}_0$  yra statmenas siųstuva ir imtuvą jungiančiai tiesei, pažemėja priimamų šviesos bangų

dažnis. Pavyzdžiui, taip būna šviesos siųstuvui judant apskrita trajektorija, kurios centre yra imtuvas. Tokiu atveju imtuvo fiksuojamas dažnis  $\omega'$  su siųstuvo dažniu  $\omega$  susiejamas lygybe:

$$\omega' = \omega \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}. \quad (2.8.5)$$

Bendru atveju reliatyviojo judėjimo greitį  $\vec{v}_0$  galima išskaidyti į dvi dedamąsias: viena jų nukreipta išilgai spindulio, antroji – jam statmenai. Pirmoji dedamoji lemia išilginį, o antroji – skersinį Doplerio reiškinių.

Išilginis Doplerio reiškinys taikomas žvaigždžių judėjimo Žemės atžvilgiu greičiui nustatyti, matuojant Doplerio poslinkį. Prieita prie išvados, kad šiuo metu Visata plečiasi.

Chaotiškai judant švytinčių dujų molekulėms, dėl Doplerio reiškinio imtuvas fiksuoja pakitusių dažnių bangas. Spektro linija yra tam tikro pločio. Šis reiškinys vadinamas Doplerio išplitimu. Juo remiantis, galima įvertinti karštų dujų temperatūrą.

## Uždavinys

Monochromatinių bangų ( $\lambda = 550 \text{ nm}$ ) siųstuvai juda  $v = 0.2c$  greičiu imtuvo link. Apskaičiuokite, kokią bangos ilgį išmatuos imtuvas.

Sprendimas. Naudodamiesi formule, aprašančia išilginį Doplerio reiškinių, gauname, kad

$$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} = 5.5 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{1 - \frac{0.2c}{c}}{1 + \frac{0.2c}{c}}} m = 4.49 \cdot 10^{-7} m = 449 \text{ nm}.$$

## 2.9 Grupinis greitis

Kiekviena reali šviesos banga yra tam tikro skaičiaus skirtingo dažnio bangų superpozicijos rezultatas, todėl ji dar vadinama bangų grupe, arba paketu. Paprasčiausia bangų grupė gaunama sudėjus dvi ašies  $Ox$  teigiama kryptimi sklindančias plokščiąsias vienodos amplitudės bangas, kurių dažniai  $\omega$  ir bangų skaičiai  $k$  vienas nuo kito labai mažai skiriasi. Tai primena mušimus mechaninių svyravimų sudėties skyriuje.

Tuose erdvės taškuose  $x_c$ , kuriuose konkrečiu laiko momentu  $t$  bangų grupės amplitudės fazė tenkina lygybę

$$\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x_c = \pm m\pi; \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.9.1)$$

gauname amplitudės maksimumus (grupės centrus). Iš (2.9.1) formulės bangų grupės centro koordinatė užrašoma šitaip:

$$x_c = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} t \pm \frac{2\pi m}{\Delta k}. \quad (2.9.2)$$

(2.9.2) formulėje matyti, kad bangų grupės centro koordinatė, laikui bėgant, tiesiškai didėja, t.y. grupės centras pastoviu greičiu sklinda išilgai ašies  $Ox$ , Šis greitis  $c_g$  vadinamas *grupiniu greičiu*. Grupės centrą atitinka didžiausia šviesos bangos amplitudė, kartu ir didžiausias energijos tūrinis tankis. Taigi grupinis greitis yra bangos energijos pernešimo greitis.

Bangų grupės centro koordinatės išvestinė laiko atžvilgiu duoda grupinį greitį:

$$c_g = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}.$$

Riboje, kai  $\Delta\omega \rightarrow 0$  ir  $\Delta k \rightarrow 0$ , gauname šitokią grupinio greičio išraišką:

$$c_g = \frac{d\omega}{dk}. \quad (2.9.3)$$

*Taigi grupinis greitis yra lygus kampinio dažnio išvestinei bangos skaičiaus atžvilgiu.*

Grupinį greitį galima išreikšti dar ir kitaip. Iš fazinio greičio išraiškos  $v = \frac{\omega}{k}$  išreiškę  $\omega$ ,

gauname:

$$c_g = \frac{d(kv)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = v + k \frac{dv}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk}. \quad (2.9.4)$$

Iš sąryšio  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$$\frac{d\lambda}{dk} = -\frac{2\pi}{k^2} = -\frac{\lambda}{k}.$$

Atsižvelgę į tai, (2.9.4) lygybę suprastiname:

$$c_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (2.9.5)$$

Jei dispersijos nėra  $\left(\frac{dv}{d\lambda} = 0\right)$ ,  $c_g = v$ . Grupinis greitis yra mažesnis už fazinį, jei  $\frac{dv}{d\lambda} > 0$ , arba didesnis, jei  $\frac{dv}{d\lambda} < 0$ . Anomaliosios dispersijos atveju  $\left(\frac{dv}{d\lambda} < 0\right)$  medžiaga bangas selektyviai sugeria, tuomet  $c_g$  nėra energijos pernešimo greitis.

Bangų greičio matavimo davikliai reaguoja į bangų energinį poveikį, todėl atliekant eksperimentą, dažniausiai matuojamas bangų grupinis greitis.

## 2.10 Netiesinės optikos samprata

Iki šiol, nagrinėdami šviesos sąveikos su medžiaga reiškinius, taikėme klasikinę elektroninę teoriją. Pagal ją, šviesos kintamojo stiprumo  $\vec{E}$  elektrinis laukas kiekvienoje medžiagos dalelėje (jone, atome, molekulėje) indukuoja elektrinį dipolinį momentą  $\vec{p}_e$ , kuris yra tiesiogiai proporcingas  $\vec{E}$ , t.y.  $\vec{p}_e = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$ . Tuomet dielektriko poliarizuotumo  $\vec{P}$  priklausomybė nuo  $\vec{E}$  taip pat išreiškiama tiesine lygtimi:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}. \quad (2.10.1)$$

Kai šviesos bangos medžiaga sklinda nepriklausydamos viena nuo kitos, t.y. kai joms galioja bangų superpozicijos principas, šviesos sklidimo greitis, absorbcijos bei lūžio rodikliai nepriklauso nuo jos intensyvumo. Optika, kurioje medžiagos reakcija į šviesos poveikį aprašoma (2.10.1) tiesine lygtimi, vadinama *tiesine*. Tačiau, anksčiau aprašyti dėsniai negalioja, kai šviesos intensyvumai yra labai dideli.

Osciliatoriaus reakcijos į šviesos elektrinio lauko  $\vec{E}$  poveikį pobūdis priklauso nuo  $\vec{E}$  amplitudės  $E_m$  ir elektronų veikiančio intraatominio elektrinio lauko stiprumo  $E_a$  santykio. Šis laukas nusako optinių elektronų ryšio su branduoliu stiprumą. Jis lygus  $e/(4\pi\varepsilon_0 r_0^2)$ ; čia  $r_0$  – optinio elektrono orbitos spindulys ( $\sim 10^{-8} \text{ cm}$ ),  $e$  – elementarusis elektros krūvis. Įrašę šias  $e$  ir  $r_0$  vertes, gauname:  $E_a \approx 10^9 \text{ V/cm}$ .

Nelazeriniai šviesos šaltiniai sukuria šviesą, kurios  $E_m \approx (0.1 \div 10) \text{ V/cm}$ . Tokiems šviesos laukams galioja nelygybė  $E_m \ll E_a$ , jie sukelia labai mažas molekulių (atomų) deformacijas, ir tokius osciliatorius galima laikyti harmoniniais. Iš čia išplaukia (2.10.1) lygybė. Tačiau galingų lazerinių sistemų šviesos intensyvumas yra toks, kad šviesos elektrinio lauko stiprumo amplitudė  $E_m$  pasidaro lygi ar net didesnė už  $E_a$ . Tuomet šis laukas molekulėse sukelia labai dideles deformacijas ir osciliatorius pasidaro anharmoninis. Tais atvejais medžiagos poliarizuotumas  $\vec{P}$

nėra tiesinė  $\vec{E}$  funkcija ir jį galima išreikšti eilute (kai  $E_m/E_a < 1$ )

$$P = \varepsilon_0 \chi_1 E + \varepsilon_0 \chi_2 E^2 + \varepsilon_0 \chi_3 E^3 + \dots; \quad (2.10.2)$$

čia  $\chi_1, \chi_2, \chi_3$  ir t.t. vadinami netiesiniais jautriais. Jų verčių eilė išreiškiama šitokiu dėsniumu:

$\chi_1 \sim 1/E_a$ ;  $\chi_2 \sim 1/E_a^2$ ;  $\chi_3 \sim 1/E_a^3$  ir t.t. (2.10.2) lygybės kiekvienas sekantis narys yra gerokai mažesnis. Į kiek narių reikia atsižvelgti, priklauso nuo krintančios šviesos intensyvumo. Optiniai reiškiniai, kurie priklauso nuo (2.10.2) lygybės  $E$  atžvilgiu netiesinių dėmenų, vadinami *netiesinės optikos* reiškiniais. Nedideliems intensyvumams (2.10.2) sutampa su (2.10.1). Panagrinėkime tam tikrus netiesinės optikos reiškinius.

Tarkime, kad į aplinką krinta labai intensyvi harmoninė šviesos banga

$$E = E_m \cos(\omega t - kx). \quad (2.10.3)$$

(2.10.2) lygybės pirmasis dėmuo  $\varepsilon_0 \chi_1 E$  aprašo tiesinės optikos atvejį. Dėl šio dėmens gaunamos dažnio  $\omega$  antrinės šviesos bangos. Antrąjį (2.10.2) lygybės dėmenį galime perrašyti šitaip:

$$\varepsilon_0 \chi_2 E^2 = \varepsilon_0 \chi_2 E_m^2 \cos^2(\omega t - kx) = \frac{\varepsilon_0 \chi_2 E_m^2}{2} + \frac{\varepsilon_0 \chi_2 E_m^2}{2} \cos 2(\omega t - kx). \quad (2.10.4)$$

Šios lygybės dešinės pusės pirmasis narys nusako aplinkos poliarizuotumo nuolatinę dedamąją, atsiradusią veikiant didelio intensyvumo šviesos srautui. Šis reiškinys vadinamas optine detekcija, arba optiniu lyginimu. Antrasis narys išreiškia dažniu  $2\omega$  kintantį medžiagos poliarizuotumą. Tai lemia dažnio  $2\omega$  optinės harmonikos generavimą. Jei dėl didelio šviesos intensyvumo reikia atsižvelgti ir į (2.10.2) lygybės trečiąjį narį, tai bus dar generuojama ir dažnio  $3\omega$  harmonika. 1962 m. JAV fizikai, islandiškąjį špatą apšvietę rubino lazeriu, gavo trečiąją harmoniką. Kai kurių medžiagų kristaluose aukštesnių harmonikų intensyvumas gali sudaryti apie 30-50% krintančios šviesos intensyvumo.

Toks harmonikų generavimas panaudojamas naujiems koherentiniams spinduliavimo šaltiniams kurti. Pavyzdžiui, pramonė gamina neodimio stiklo veikiančius optinius daugintuvus, kurie intensyvius infraraudonuosius spindulius verčia regimąja šviesa (2-oji harmonika) ir ultravioletiniais spinduliais (3-ioji ir 4-oji harmonikos).

Dielektrinė skvarba išreiškiama šitaip:

$$\varepsilon = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}.$$

Įrašę (2.10.2) dydžio išraišką, gauname:



$$\varepsilon = 1 + \chi_1 + \chi_2 E + \chi_3 E^3 + \dots \quad (2.10.5)$$

Laiko atžvilgiu suvidurkiname (2.10.5) lygties narius:

$$\langle \varepsilon \rangle = 1 + \chi_1 + \frac{\chi_3}{2} E_m^2 + \dots$$

Iš čia šviesos lūžio rodiklis

$$n = \sqrt{\langle \varepsilon \rangle} = \sqrt{1 + \chi_1 + \frac{\chi_3}{2} E_m^2 + \dots}$$

Šią išraišką išskleidę eilute ir atsižvelgę į tai, kad pošaknio trečiasis dėmuo yra labai mažas, gauname:

$$n \approx n_0 + \alpha E_m^2;$$

čia  $n_0 = \sqrt{1 + \chi_1}$ , o  $\alpha = \chi_3 / (4\sqrt{1 + \chi_1})$ . Pirmasis dėmuo  $n_0$  yra nuo elektrinio laukos stiprumo nepriklausanti lūžio rodiklio dedamoji. Nuo lauko stiprumo priklausantis antrasis narys  $\alpha E_m^2$  aprašo netiesinį reiškinių. Priklausomai nuo aplinkos,  $\alpha$  gali būti teigiamas ar neigiamas. Šviesos pluošto ašyje  $E_m$  maksimalus. Kai  $\alpha > 0$  ( $n > n_0$ ), tai šviesa fokusuojasi – nukrypsta pluoštelio ašies link. Kai  $\alpha < 0$ , tai šviesa defokusuojasi – išsisklaido.

Netiesinėje optikoje lazerio spinduliai gali būti transformuojami į tolydžiai keičiamo dažnio koherentinius spindulius. Tokie generatoriai vadinami parametriniais. Yra sukurti parametriniai generatoriai, kurie šviesos bangos ilgį tolydžiai keičia  $0.65 - 2.5 \mu m$  diapazone.

Kai krintančios šviesos intensyvumas yra didelis, atsispindėjusioje šviesoje aptinkama aukštesnė harmonika, kurios kryptis nesutampa su pagrindinės harmonikos sklaidimo kryptimi.

Nuo šviesos intensyvumo priklauso jos absorbcija. Vienos neintensyvios šviesai skaidrios medžiagos, veikiamos intensyvios šviesos, pasidaro neskaidrios, o kitos atvirkščiai – neskaidrios neintensyvios šviesai pasidaro skaidrios intensyvios šviesai. Netiesinėje optikoje fotoefektui nėra raudonosios ribos.

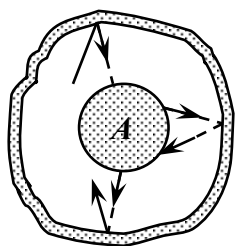
### 3. Kvantinė optika

#### 3.1 Šiluminio spinduliavimo samprata

Šviesos interferencija, difrakcija, poliarizacija ir dispersija lengvai paaiškinama, šviesą laikant elektromagnetinėmis bangomis. Todėl fizikos skyrius, aiškinantis optinius reiškinius šiuo požiūriu, vadinamas bangine optika. Tačiau banginė optika neįstengė paaiškinti fotoefekto, šiluminio spinduliavimo dėsnių ir kt. Paaiškėjo, kad šiuos reiškinius galima paaiškinti laikant šviesą tam tikros energijos dalelių (korpuskulų) srautu. Šitaip šviesą nagrinėjantis fizikos skyrius vadinamas *kvantine optika*.

Kvantinei optikai ir apskritai kvantinei fizikai sukurti bene daugiausia duomenų gauta nagrinėjant šiluminį spinduliavimą. Gamtoje labiausiai paplitęs spinduliavimas, kurį sužadina medžiagos dalelių šiluminiai virpesiai. Šitaip sukeltas spinduliavimas vadinamas *šiluminiu*, arba *temperatūriniu*. Kitais būdais sužadintas spinduliavimas vadinamas liuminescenciniu, pavyzdžiui, katodinė liuminescencija, fotoliuminescencija, cheminė liuminescencija ir kt.

Kiekvienas kūnas, kurio temperatūra aukštesnė kaip  $0K$ , spinduliuoja. Žemos temperatūros, jis skleidžia tik infraraudonuosius spindulius; kuo temperatūra aukštesnė, tuo platesnis spinduliavimo dažnių diapazonas. Šiluminio spinduliavimo intensyvumas ir spektras priklauso nuo spinduliuojančio kūno savybių ir temperatūros.



3.1 pav.

Spinduliuojantį kūną  $A$  (3.1 pav.) apgaubkime spinduliavimą idealiai atspindinčiu apvalkalu. Tuomet vyksta nepertraukiama energijos kaita. Kai per laiko vienetą kūnas išspinduliuoja tiek pat energijos, kiek ir sugeria, tarp kūno ir spinduliavimo nusistovi dinaminė pusiausvyrą. Šitokį spinduliavimą vadiname *pusiausvyruoju*. Tik šiluminis spinduliavimas gali būti pusiausvyrasis, o liuminescenciniai spinduliavimai yra nepusiausvyrieji.

Kietųjų kūnų ir skysčių šiluminio spinduliavimo spektras yra *ištisinis*: jį sudaro platesnis ar siauresnis dažnių  $\nu$  (arba bangos ilgių  $\lambda$ ) intervalas. Pažymėkime  $dW_{\nu,T}$  energijos srautą (energijos kiekį, išspinduliuotą per laiko vienetą), kurį vienetinio ploto kūno paviršius spinduliuoja  $2\pi$  erdvinio kampu dažnių intervale nuo  $\nu$  iki  $\nu + d\nu$ .  $dW_{\nu,T} \sim d\nu$ . O jų santykis

$$E_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,T}}{d\nu} \quad (3.1.1)$$

vadinamas *spektriniu energijos spinduliavimo tankiu arba emisijos geba*. Ši svarbiausia kiekybinė šiluminio spinduliavimo charakteristika išreiškia sąryšį tarp temperatūros  $T$  ir spinduliavimo pasiskirstymo pagal dažnį  $\nu$ . Šis dydis išreiškia ir spinduliavimo pasiskirstymą pagal bangos ilgį:

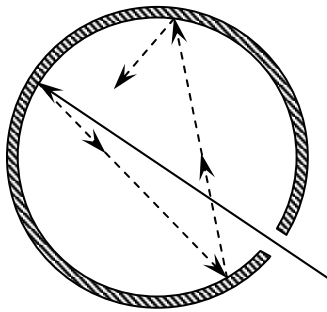
$$E_{\lambda,T} = \frac{dW_{\lambda,T}}{d\lambda}; \quad (3.1.2)$$

čia  $d\lambda$  – bangos ilgių intervalas, atitinkantis dažnių intervalą  $d\nu$ . Suintegravę (3.1.1) bei (3.1.2) lygybes visų galimų dažnio ar bangos ilgio verčių atžvilgiu, gautume visą spinduliuojamo energijos srauto tankį, kuris priklauso tik nuo temperatūros.

Tarkime, kad į kūno paviršiaus elementarųjį plotelį krinta dažnių intervalo nuo  $\nu$  iki  $\nu + d\nu$  spinduliavimo energijos srautas  $dW_{\nu,T}$ . Šio srauto dalį  $dW'_{\nu,T}$  kūnas sugeria. Nedimensinį jų santykį

$$A_{\nu,T} = \frac{dW'_{\nu,T}}{dW_{\nu,T}} \quad (3.1.3)$$

vadiname kūno absorbcijos geba. Šis dydis priklauso nuo nagrinėjamojo kūno temperatūros ir krintančio spinduliavimo dažnio. Kūną, kurio bet kokioje temperatūroje visų dažnių spinduliavimo absorbcijos geba  $A_{\nu,T} = 1$ , G.Kirchhofas pavadino *absoliučiai juodu kūnu*. Šia savybe gamtoje jam artimiausi yra suodžiai, kurių absorbcijos geba artima 0.99, tačiau infraraudonojoje spektro srityje ji yra gerokai mažesnė.



3.2 pav.

Galima pagaminti kūną, kurio spinduliavimo ir absorbcijos savybės labai artimos absoliučiai juodo kūno savybėms. Tai beveik uždara ertmė (3.2 pav.) su nedidele anga. Pro angą patekę spinduliai krinta į ertmės sienelės. Daug kartų sugerti ir atsispindėję sienelėse praktiškai sugeriami bet kokio dažnio spinduliai.

Kūnas, kurio absorbcijos geba pastovi visiems dažniams, tačiau yra mažesnė už vienetą, vadinamas pilkuoju.

### 3.2 Šiluminio spinduliavimo dėsniai

G.Kirchhofas 1859 m. atrado svarbiausią šiluminio spinduliavimo dėsnį: *konkrečioje temperatūroje kūno emisijos gebos ir absorbcijos gebos santykis nepriklauso nuo to kūno prigimties* – tai visiems kūnams, tarp jų ir absoliučiai juodam kūnui, universali dažnio ir temperatūros funkcija. Šis dėsnis skirtingiems kūnams išreiškiamas santykių lygybe

$$\left(\frac{E_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}\right)_1 = \left(\frac{E_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}\right)_2 = \dots = \varepsilon_{\nu,T}, \quad (3.2.1)$$

kurioje skaitmeniniais indeksais pažymėti skirtingi kūnai, o  $\varepsilon_{\nu,T}$  pažymėta absoliučiai juodo kūno emisijos geba (spektrinis spinduliavimo tankis). Iš Kirchhofo dėsnio seka, kad kai kūnas smarkiau spinduliuoja energiją, tai geriau ją ir sugeria. Pavyzdžiui, suodžiais padengta platinos juostelės dalis įkaitusi švyti žymiai ryškiau už nepadengtą suodžiais dalį. Kadangi absoliučiai juodo kūno absorbcijos geba yra lygi 1, tai nejuodo kūno spektrinis spinduliuotės tankis negali būti didesnis už tos pačios temperatūros absoliučiai juodo kūno spektrinį tankį.

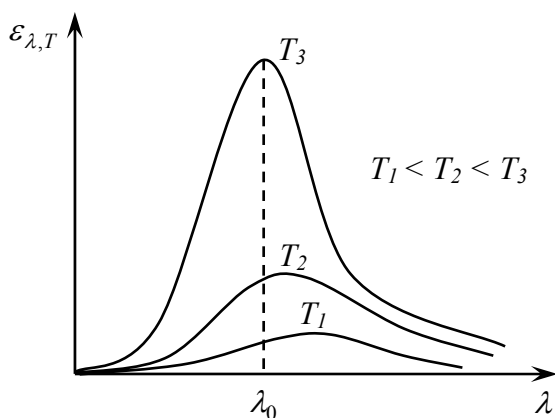
Dažnai reikia žinoti, kiek energijos spinduliuoja per 1s kūno paviršiaus ploto vienetą  $2\pi$  erdvinio kampu visais dažniais nuo 0 iki  $\infty$ . Šis nuo kūno temperatūros  $T$  priklausantis dydis  $W_T$  vadinamas *energinio šviesiu*, arba išspindžiu. Atsižvelgę į (3.1.1), jis išreiškiamas šitaip:

$$W_T = \int_0^{\infty} E_{\nu,T} d\nu.$$

1879 m. J.Stefanas, eksperimentiškai tirdamas kūnų šiluminį spinduliavimą, nustatė, kad jų *energinis šviesis yra tiesiog proporcingas absoliutinei temperatūrai  $T$  ketvirtuoju laipsniu*. Vėliau nustatyta, kad šis teiginys teisingas tik absoliučiai juodam kūnui. Remdamasis termodinamika, tokią pat išvadą 1884 m. gavo L.Bolcmanas. Todėl šis absoliučiai juodo kūno šiluminio spinduliavimo dėsniumas vadinamas Stefano ir Bolcmano dėsniu. Jis užrašomas šitaip:

$$W_T = \sigma T^4. \quad (3.2.2)$$

Proporcingumo koeficientas  $\sigma$  yra fundamentali fizikinė konstanta, vadinama Stefano ir Bolcmano konstanta. Eksperimentiškai nustatyta, kad  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4\text{)}$ .



3.3 pav.

Nejuodiems kūnams formulė (3.2.2) netinka, nors ir jų išspindis  $W_T$  taip pat labai priklauso nuo temperatūros.

Difrakcine gardele ar kitokiu spektro monochromatoriumi suskaidžius absoliučiai juodo kūno skleidžiamus spindulius į spektrą, eksperimentiškai nustatomos spinduliuotės spektrinio tankio  $\varepsilon_{\nu,T}$  arba  $\varepsilon_{\lambda,T}$  vertės. 3.3 paveiksle parodytos dydžio  $\varepsilon_{\lambda,T}$  priklausomybės

nuo  $\lambda$  kreivės, esant konkrečioms temperatūros vėrtėms. Iš jų galima padaryti šitokias išvadas.

1. Absoliučiai juodo kūno spinduliavimo spektras yra ištisinis, t.y. spinduliuojamos įvairaus dažnio (ilgio) bangos.

2. Tam tikrą bangos ilgį  $\lambda_0$  atitinka spinduliavimo spektrinio tankio maksimumas. Kylant temperatūrai  $T$ , šis maksimumas slenka link trumpųjų bangų.

1893 m. V.Vynas nustatė, kad: *absoliučiai juodo kūno spinduliavimo spektrinio tankio maksimumą atitinkantis bangos ilgis yra atvirkščiai proporcingas kūno temperatūrai*, t.y.

$$\lambda_0 = \frac{b}{T}; \quad (3.2.3)$$

čia  $b = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$  – vadinamoji Vyno konstanta. (3.2.3) sąryšis vadinamas *Vyno poslinkio dėsnio*. Absoliučiai juodo kūno spinduliavimo maksimumas  $6000 \text{ K}$  temperatūroje yra regimojoje spektro srityje. Kai temperatūra žemesnė, šis maksimumas esti ilgesnių bangų srityje. Todėl švytinčiam kūnui vėstant, jo spektre ima vyrauti vis didesnio bangos ilgio šviesa, iki kūnas visai nustoja skleisti regimuosius spindulius.

Visi realūs kūnai nėra absoliučiai juodi, todėl jų absorbcijos geba  $A_{\lambda,T} < 1$ , todėl  $E_{\lambda,T} < \varepsilon_{\lambda,T}$ . Be to, funkcijos  $E_{\lambda}$  (ar  $E_{\nu}$ ) gali skirtis nuo atitinkamos absoliučiai juodo kūno funkcijos  $\varepsilon_{\lambda}$  (ar  $\varepsilon_{\nu}$ ). Būdinga ir tai, kad nejuodi kūnai ypač gerai spinduliuoja ar sugeria kai kurių spektro sričių spindulius. Toks spinduliavimo bei sugėrimo pobūdis vadinamas *selektyviuoju*. Skirtingų medžiagų kūnai spinduliuoja ar sugeria skirtingų spektro sričių spindulius. Pavyzdžiui, energijos, kurią įkaitęs volframas spinduliuoja regimojoje spektro srityje, santykis su energija, spinduliuojama nematomaais spinduliais, yra didesnis negu tos pačios temperatūros absoliučiai juodo kūno. Dėl šitokio regimosios šviesos spinduliavimo selektyvumo ir aukštos lydymosi temperatūros ( $\approx 3655 \text{ K}$ ) volframas yra geriausia medžiaga kaitinamųjų lempų siūleliams gaminti.  $2450 \text{ K}$  temperatūroje volframo emisijos maksimumas yra infraraudonųjų spindulių ( $\lambda \sim 1.1 \mu\text{m}$ ) srityje. Padidinus temperatūrą, siūlelis daugiau skleistų regimųjų spindulių. Deja, įkaitintas siūlelis vakuume sparčiai garuoja ir aukštesnėje kaip  $2500 \text{ K}$  temperatūroje greitai suyra. Garavimui susilpninti E.Langmiūras 1913 m. pasiūlė lempų kolbas pripildyti neutralių dujų, pavyzdžiui, azoto, arba dar geriau, argono. Dujų slėgis kolboje siekia  $0,5 \text{ atm}$  ir siūlelis garuoja žymiai mažiau. Todėl jo temperatūrą galima padidinti iki  $3000 \text{ K}$ . Siekiant padidinti lempos naudingumo koeficientą, tiesus siūlelis pakeičiamas spiraliniu, – tuomet jo gretimos vijos viena kitą šildo. Šitokių lempų naudingumo koeficientas yra didesnis negu vakuuminių.

Daug daugiau šviesos energijos negu kaitinimo lempos atiduoda elektros lankas, nes jo teigiamo kraterio temperatūra yra apie  $4000K$ , o pakilus slėgiui, gali siekti  $6000K$  ir daugiau. Šitokio lanko spinduliavimo maksimumas yra regimojoje spektro dalyje, o jo skleidžiamos šviesos spektras visiškai artimas Saulės spektrui.

Kai kūno temperatūra yra aukštesnė kaip  $2000 K$ , tuomet įprastiniai jos matavimo metodai tampa nepatikimi arba netgi neįmanomi. Jie netinka Saulės ir žvaigždžių temperatūrai įvertinti. Todėl labai įkaitusių kūnų temperatūroms matuoti ar bent įvertinti taikomi šiluminio spinduliavimo dėsniai: iš kūno spinduliavimo sprendžiama apie jo temperatūrą.

Išmatavus absoliučiai juodo arba bent juodo kūno išspindį, pagal (3.2.2) lygtį apskaičiuojama jo temperatūra  $T$ . Kūno spinduliuojamos energijos matavimo principu pagrįsti temperatūros matavimo prietaisai vadinami radiaciniais pirometrais. Juose spindulių imtuvas dažniausiai esti termoelementas arba bolometras. Pastarojo varža priklauso nuo sugertų spindulių energijos. Yra radiacinių pirometrų su bimetaline plokšte, kuri įkaitusi išlinksta, taip pat pirometrų su dujiniu termometru ir kt. tačiau jei spinduliuojantis kūnas nėra juodas, tai radiacinis pirometras rodo ne tikrąją jo temperatūrą  $T$ , o vadinamąją radiacinę (spinduliavimo) temperatūrą  $T_r$ . Taip vadinama temperatūra absoliučiai juodo kūno, kurio bendras spinduliavimo energijos srautas yra lygus tiriamo kūno spinduliavimo energijos srautui. Radiacinė temperatūra visuomet yra žemesnė už tikrąją kūno temperatūrą.

Nustačius absoliučiai juodo kūno spinduliuojamos energijos spektrinį pasiskirstymą, randamas  $\lambda_0$ . Tuomet pagal Vyno dėsnį apskaičiuojama kūno temperatūra  $T = b/\lambda_0$ . Nejuodo kūno temperatūrai matuoti bendruoju atveju negalima taikyti Vyno dėsnio. Tačiau kartais tokių kūnų spinduliavimo spektre energijos pasiskirstymas gali būti artimas juodo kūno, kurio temperatūra  $T_s$ , energijos pasiskirstymui. Tuomet spinduliuojančio kūno spalva yra tokia pat kaip ir juodo kūno, kurio temperatūra  $T_s$ . Todėl šiuo būdu nustatyta kūno temperatūra  $T_s$ , vadinama spalvine temperatūra.

Yra ir kitais principais veikiančių pirometrų.

### ***3.3 Spinduliavimo kvantų hipotezė ir Planko formulė***

Tiriant absoliučiai juodo kūno spinduliavimą, to kūno teoriniu modeliu imama visais galimais dažniais virpančių harmoninių osciliatorių begalinė sistema. Pagal klasikinę elektrodinamiką kiekvienas toks osciliatorius spinduliuoja jo virpesių dažnio elektromagnetines bangas. Be to, pagal

šià teorijà kiekvienos sistemos energija gali kisti tolydžiai, t.y. sistema gali išspinduliuoti bet kokias energijos vertes. Laikantis šios koncepcijos, nepavyko teoriškai gauti 3.3 paveiksle parodytų kreivių analizinės išraiškos. 1900 m. M.Plankas paskelbė klasikinei fizikai prieštaraujančią prielaidą: *dažniu  $\nu$  virpančio osciliatoriaus energija  $W$  gali būti ne bet kokia, o tik dažnio  $h\nu$  kartotinė*, t.y.

$$W = nh\nu; n = 1, 2, 3, \dots; \quad (3.3.1)$$

čia  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  – Planko konstanta. Dydį, kurio dimensija išreiškiama sandauga *energija  $\times$  laikas*, fizikai vadina veikimu. Dėl to Planko konstanta dar vadinama *veikimo kvantu*.

Taigi pagal Planko hipotezė osciliatoriaus energija gali būti ne bet kokia – ji *kvantuota*. Dydis

$$\varepsilon = h\nu \quad (3.3.2)$$

yra mažiausias galimas osciliatoriaus energijos kiekis; jis vadinamas energijos kvantu (už energijos kvanto atradimą 1918 m. M.Plankas apdovanotas Nobelio premija). Remdamasis šia energijos kvantavimo hipoteze ir statistinės fizikos dėsniais, M.Plankas gavo šitokią absoliučiai juodo kūno spinduliavimo spektrinio tankio analizinę išraišką:

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}; \quad (3.3.3)$$

čia  $k$  – Bolcmano konstanta,  $c$  – šviesos greitis vakuume. Iš (3.1.1) ir (3.1.2) lygybių gauname:

$\varepsilon_{\lambda,T} = -\varepsilon_{\nu,T} \frac{d\nu}{d\lambda}$ . Čia minusas įrašytas todėl, kad pokyčiai  $d\nu$  ir  $d\lambda$  yra priešingų ženklų. Iš

lygybės  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  išvestinė  $\frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$ , todėl  $\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} \varepsilon_{\nu,T}$ . Į pastarąją lygybę įrašę (3.3.3) išraišką ir

iš lygybės  $c = \lambda\nu$  spinduliavimo dažnį  $\nu$  pakeitę bangos ilgiu  $\lambda$ , gauname šitokią  $\varepsilon_{\lambda,T}$  išraišką:

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1}. \quad (3.3.4)$$

pagal šią formulę apskaičiuotos dydžių  $\varepsilon_{\lambda,T}$  teorinės vertės labai gerai sutampa su 3.3 paveiksle parodytomis eksperimentinėmis. Tai patvirtina energijos kvantavimo Planko hipotezė.

(3.3.3) ar (3.3.4) lygybes suintegravus visų dažnių  $\nu$  ar bangų ilgių  $\lambda$  diapazone gaunamas Stefano ir Bolcmano dėsnis:

$$E_T = 2\pi hc^2 \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^5 (e^{hc/(kT\lambda)} - 1)} = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} \cdot T^4 = \sigma T^4. \quad (3.3.5)$$

Stefano-Bolcmano konstanta  $\sigma$  yra pastovių dydžių  $k$ ,  $c$  ir  $h$  išraiška. Tuo atveju, kai bandymais nustatyta  $\sigma$  vertė, iš paskutinės lygybės gaunamas Planko konstantos dydis.

Kai temperatūra pastovi, funkcijos (3.3.4) ekstremumo sąlyga yra  $d\varepsilon_\lambda/d\lambda = 0$ . Iš jos gaunamas Vyno poslinkio dėsnis:

$$\frac{d\varepsilon_\lambda}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2 \left[ \frac{hc}{kT\lambda} e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 5 \left( e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1 \right) \right]}{\lambda^6 \left( e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1 \right)^2} = 0.$$

Iš čia gaunamas bangos ilgis  $\lambda_0$ , kuriuo temperatūroje  $T$ , spinduliuojamas maksimalus energijos kiekis. Sandauga

$$\lambda_0 T = \frac{hc}{4.97k} = b \quad (3.3.6)$$

yra pastovus dydis. Žinodami  $h$ ,  $c$  ir  $k$ , apskaičiuojame Vyno konstantą  $b$ . Kai bandymais nustatyta  $b$  vertė, iš formulės (3.3.6) gaunama Planko konstantos vertė. Taigi šiluminio spinduliavimo dėsniai seka iš M.Planko išvestos formulės. Formulės (3.3.3) ir (3.3.4) yra laikomos pirmosiomis kvantinės fizikos formulėmis.

### 3.4 Fotoefekto aiškinimas

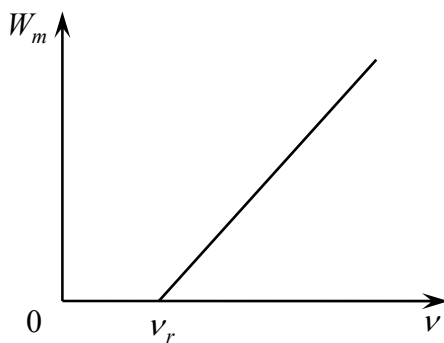
*Elektronų spinduliavimas iš kietųjų kūnų (metalų, puslaidininkių, dielektrikų) ir skysčių, absorbavus jiems elektromagnetinį spinduliavimą, vadinamas išoriniu fotoefektu. (Puslaidininkiuose ir dielektrikuose gaunamas ir vidinis bei ventilinis fotoefektas). Išorinį fotoefektą pirmąkart 1887 m. pastebėjo H.Hercas.*

A.Stoletovo ir kitų fizikų bandymais nustatyta:

1) *fotoefektui nėra šviesos intensyvumo slenksčio;*

2) *fotoelektronų energija nepriklauso nuo šviesos intensyvumo;*

3) *fotoelektronų maksimali energija priklauso nuo fotoefektą sukeliančio spinduliavimo dažnio.*



3.4 pav.

Be to, kiekvienai medžiagai yra savita dažnio riba, t.y. mažesnio dažnio už tam tikrą  $\nu_r$  spinduliai fotoefekto nesukelia. Kai dažnis didesnis už  $\nu_r$ , fotoelektronų maksimali energija  $W_m$  yra tiesinė dažnio funkcija (3.4



pav.).

1905 m. A.Einšteinas pasiūlė paaiškinančią fotoefektą hipotezę. Jos esmė šitokia: šviesa yra tam tikros energijos  $\varepsilon = h\nu$  dalelių (fotonų) srautas. Fotonai yra materialios dalelės, kurios sklisdamos išlaiko savo individualias savybes, pavyzdžiui, energiją. Elektronas, sąveikaudamas su fotonu, gali jį absorbuoti: tuomet fotonas išnyksta, o elektrono energija padidėja dydžiu  $\varepsilon = h\nu$ .

Remdamasis fotonine šviesos spinduliavimo ir sugėrimo hipoteze, A.Einšteinas paaiškino reiškinių ir jo dėsnius. (Už išorinio fotoefekto dėsnių išaiškinimą 1921 m. A.Einšteinas apdovanotas Nobelio premija). Fermio lygmenyje esančiam elektronui suteikus energijos kiekį, lygų  $A$  arba už jį didesnį, tas elektronas gali išlėkti iš metalo, – vyksta išorinis fotoefektas. Dydis  $A$  vadinamas elektronų išlaisvinimo darbu. Jis priklauso nuo metalo rūšies ir paviršiaus būsenos.

Turinčiam Fermio lygmens energiją elektronui sugėrus vieną fotoną, kurio energija didesnė už išlaisvinimo darbą, jis išlėks turėdamas didžiausią kinetinę energiją

$$W_m = h\nu - A. \quad (3.4.1)$$

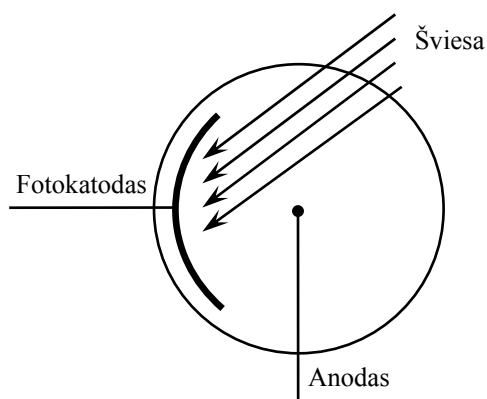
Ši lygtis vadinama *Einšteino lygtimi fotoefektui*. Ji išreiškia energijos virsmų ir tvermės dėsnį. Lygtis atitinka 3.4 paveikslo grafiką. Iš jos matyti, kad tiesės posvyrio kampo tangentas yra lygus Planko konstantos  $h$  skaitinei vertei. Jei energijos  $\varepsilon = h\nu$  fotoną sugeria elektronas, esantis žemiau Fermio lygmens, tai, išlėkęs iš metalo, tas elektronas turi kinetinę energiją  $W < W_m$ . Kai sugerto fotono energija  $\varepsilon < A$ , fotoefektas nevyksta. Jis prasideda tik nuo dažnio  $\nu_r$ , tenkinančio lygybę  $h\nu_r = A$ . Šis dažnis vadinamas ribiniu (raudonosios ribos dažniu).

Šiuo metu sukurti galingi impulsiniai lazeriai, spinduliuojantys labai didelio tankio fotonų srautą. Tuomet vienas elektronas gali sąveikauti su keliais fotonais ir juos sugerti – gali vykti daugiafotoninė absorbcija, taigi ir daugiafotonis fotoefektas. Jau eksperimentuojama su keturių ir daugiau fotonų absorbcija. Šiuo atveju Einšteino lygtis užrašoma šitaip:

$$W_m = nh\nu - A; \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (3.4.2)$$

Daugiafotoninę absorbciją ir su ja susijusį fotoefektą nagrinėja netiesinė optika.

Jeigu M.Plankas kvantavo tik osciliatoriaus energiją, tai A.Einšteinas kvantuoja patį elektromagnetinį spinduliavimą, laikydamas jį fotonų srautu. Jo nuomone, šviesos greičiu sklisdami fotonai išlaiko savo individualias savybes, pavyzdžiui, energiją. Be to, šviesos absorbcijai irgi būdingas kvantinis pobūdis, – fotonas visiškai sugeriamas. Taigi galima sakyti, kad fotoną teoriškai atrado A.Einšteinas.

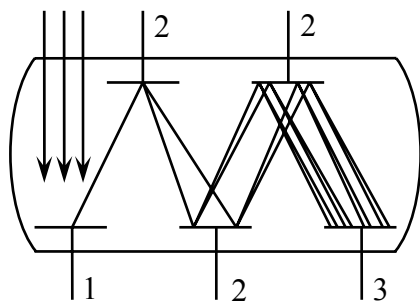


3.5 pav.

Fotoefektas naudojamas vakuuminiuose ir dujiniuose fotoelementuose. Jų principinė schema parodyta 3.5 paveiksle. Katodas padengtas medžiaga, kuriai būdingas mažas elektronų išlaisvinimo darbas. Regimajai spektro sričiai geriausiai tinka šarminiai metalai, ypač cezis. Vakuuminis fotoelementas praktiškai neineracinis, todėl naudojamas kaip fotoelektrinis keitiklis šviesos srautui keisti elektriniais signalais (pvz., garsiniame kine).

Tokį fotoelementą iki kelių šimtųjų  $mm\ Hg$  slėgio pripildžius argono ar neono, gaunamas dujinis fotoelementas. Fotoelektronai jonizuoja dujas, – taip generuojami nauji krūvininkai, todėl dujiniai fotoelementai jautresni už vakuuminius, tačiau jie inertiški ir aukštesniems kaip  $10\ kHz$  dažniams nenaudojami. Fotoelementai plačiai naudojami kaip fotoelektriniai keitikliai automatikoje.

Išorinis fotoefektas taikomas fotoelektriniame daugintume, kurio principinė schema parodyta 3.6 paveiksle. Čia iš fotokatodo 1 šviesos išlaisvinti elektronai greitinami elektrinio lauko ir paeiliui



3.6 pav.

nukreipiami vis į naujus antrinės emisijos katodus 2, vadinamus emiteriais, arba dinodais. Jų paviršius padengtas medžiaga, kuriai būdinga didelė antrinių elektronų emisija. Kiekvienas pirminis elektronas iš dinodo išmuša keletą elektronų. Taip daugelį kartų sustiprintas elektronų srautas patenka į jų kolektorių 3. Fotoelektroniniai daugintuvai naudojami labai silpniesiems šviesos signalams aptikti, jų intensyvumui matuoti. Jie taikomi šviesos matavimo technikoje, kosminiuose tyrimuose (Čerenkovo skaitiklis ir kitur).

Išorinis fotoefektas taikomas televizijoje. Perduodamą vaizdą objektyvas sufokusuoja į televizijos perdavimo vamzdžio fotokatodą. Tai – ant žėručio plokštelės sudarytas ir cезiu arba jo oksidu padengtas grūdėtas sidabro sluoksnis. Kitoje žėručio plokštelės pusėje yra metalinė plokštelė. Fotokatodo grūdeliai sudaro su ja miniatiūrinius kondensatorius. Iš apšviestos mozaikos grūdelių išsilaisvina elektronai, ir mikrokondensatoriai įsikrauna. Optinis atvaizdas transformuojamas į elektrinį. Kreipimo ričių magnetiniu lauku valdomas elektronų srautas periodiškai „apeina“ mozaikos elementus, ir apkrovos rezistoriuje susidaro įtampos signalai, atitinkantys kiekvieno

mozaikos grūdėlio apšviestumą. Sustiprinus signalus, jais moduluojamos vaizdą perduodančios elektromagnetinės bangos.

Fotono energija išreiškiama lygybe  $\varepsilon = h\nu$ . Susipažinkime su kitomis fotono korpuskulinėmis charakteristikomis: sklidimo greičiu ir impulsu. Fotonas vakuume ir medžiagoje juda greičiu  $c$ .

Eksperimentiškai nustatytą faktą, kad šviesos greitis medžiagoje mažesnis negu vakuume, paaiškiname šitaip: medžiagoje greičiu  $c$  sklindantis fotonas sugeriamas ir vėl išspinduliuojamas. Dėl to  $l$  ilgio kelią medžiagoje jis sklinda ilgesnį laiko tarpą  $t$  negu vakuume, ir šviesos greitis  $v = l/t$  yra mažesnis už  $c$ . Rimties būsenos fotonai neegzistuoja.

Medžiagos dalelės (elektronai, protonai, neutronai ir kt.) visada juda greičiu mažesniu už  $c$ , arba esti rimties būsenoje.

Fotonas, kaip ir kiekviena dalelė, apibūdinamas impulsu (judesio kiekiu)

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (3.4.3)$$

Šios lygybės skaitiklį ir vardiklį padaliję iš  $2\pi$ , gauname:

$$p = \frac{h/2\pi}{\lambda/2\pi} = \hbar k; \quad (3.4.4)$$

čia dydis  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  vadinamas redukuota Planko konstanta,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – bangos

skaičiumi. Vektorius  $\vec{k}$ , kurio modulis lygus bangos skaičiui, o kryptis sutampa su bangos sklidimo kryptimi, vadinamas bangos vektoriumi. Vektoriai  $\vec{p}$  ir  $\vec{k}$  yra kolinearūs, todėl (3.4.4.) lygybė vektoriškai užrašoma šitaip:

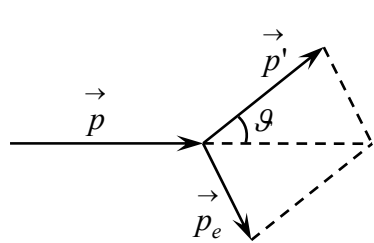
$$\vec{p} = \hbar \vec{k}. \quad (3.4.5)$$

Taigi fotoną, kaip ir kiekvieną dalelę, galima apibūdinti energija ir impulsu, o šviesa kvantinėje optikoje laikoma tam tikros energijos dalelių srautu.

### 3.5 Komptono reiškiny

Spinduliavimo kvantinę prigimtį parodo A.Komptono 1922 m. atlikti bandymai, tiriant monochromatinių rentgeno spindulių ( $\nu \sim 10^{18} \text{ s}^{-1}$ ) sklaidą, kai jie skverbėsi pro lengvas medžiagas, pavyzdžiui grafitą, parafiną ir pan.

Pagal klasikinę elektrodinamiką rentgeno spinduliai yra tam tikro ilgio  $\lambda$  elektromagnetinės bangos. Jų periodiškai kintančio elektrinio lauko veikiami medžiagos elektronai virpa lauko dažniu, todėl jie turėtų spinduliuoti to paties dažnio, taigi ir to paties ilgio  $\lambda$ , bangas. Todėl išsklaidytų rentgeno spindulių bangos ilgis turėtų būti nepakitęs. Tačiau A.Komptono bandymai parodė: tarp išsklaidytų spindulių, be pradinio ilgio  $\lambda$  bangų, buvo ir didesnio ilgio  $\lambda'$  rentgeno spindulių. Šis reiškinys pavadintas *Komptono reiškiniu*. Už jo atradimą A.Komptonas 1927 m. apdovanotas Nobelio premija. A.Komptonas nustatė, kad bangos ilgio padidėjimas  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  nepriklauso nuo krintančių spindulių bangos ilgio bei juos sklaidančios medžiagos, o priklauso tik nuo spindulių



sklaidos kampo  $\vartheta$  (3.7 pav.):

$$\Delta\lambda = 2\lambda \sin^2 \frac{\vartheta}{2}; \quad (3.5.1)$$

pastovus dydis  $\lambda = 2.426 \text{ pm}$  vadinamas elektrono *Komptono bangos ilgiu*.

3.7 pav.

Komptono reiškinys paaiškinamas tik remiantis kvantiniais vaizdiniais, t.y. rentgeno spindulius laikant fotonų srautu. Šis reiškinys yra šių fotonų tampraus susidūrimo su medžiagos laisvaisiais elektronais pasekmė. Rentgeno spindulių fotono energija yra daug didesnė už lengvųjų atomų išorinių elektronų ryšio su branduoliu energiją, todėl tuos elektronus praktiškai galima laikyti laisvaisiais.

Panagrinėkime fotono, kurio energija  $\varepsilon = h\nu$  ir impulsas  $p = \frac{h\nu}{c}$  (3.7 pav.), tamprųjį susidūrimą su nejudančiu laisvu elektronu, kurio pradinis impulsas lygus 0, o jo rimties energija  $W_0 = m_0 c^2$ . Susidūrimo metu fotonas elektronui perduoda tam tikrą impulsą ir energiją, todėl po susidūrimo elektronas įgyja impulsą

$$p_e = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3.5.2)$$

o jo energija

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3.5.3)$$

Dėl to fotono energija sumažėja ir pasidaro lygi  $\varepsilon' = h\nu'$ , kartu pakinta impulso modulis ir kryptis – jis nukrypsta kampą  $\vartheta$  (3.7 pav.). Kampą  $\vartheta$  nukrypusio fotono dažnis  $\nu' < \nu$ , o jo impulso modulis  $p' = \frac{h\nu'}{c}$ . Tampriems susidūrimams tinka energijos ir impulso tvermės dėsniai:

$$W_0 + \varepsilon = W + \varepsilon' \quad (3.5.4)$$

ir

$$\vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}'. \quad (3.5.5)$$

Į šias lygybes įrašę atitinkamų dydžių išraiškas ir atsižvelgę į (3.7 pav.), gauname:

$$m_0 c^2 + h\nu = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + h\nu' \quad (3.5.4a)$$

ir

$$\left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 = \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2 + \left( \frac{h\nu'}{c} \right)^2 - 2 \frac{h^2}{c^2} \nu \nu' \cos \vartheta. \quad (3.5.6)$$

Energijos tvermės lygtį (3.5.4a) pertvarkę ir pakėlę abi puses kvadratu, o po to iš jos atėmę (3.5.6), gauname:

$$m_0 c^2 (\nu - \nu') = h \nu \nu' (1 - \cos \vartheta). \quad (3.5.7)$$

Pastarąją lygybę padauginę iš  $\frac{1}{(m_0 c \nu \nu')}$  ir atsižvelgę į tai, kad  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ,  $\nu' = \frac{c}{\lambda'}$ , ir  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ , gauname bangos ilgio pokytį:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \vartheta) = 2\Lambda \sin^2 \frac{\vartheta}{2};$$

čia dydis  $\Lambda = \frac{h}{m_0 c} = 2.426 \text{ pm}$ . Gautoji išraiška sutampa su A. Komptono eksperimentiškai nustatyta (3.5.1) lygybe.

Kitaip gaunasi, kai fotonus sklaido su branduoliu stipriai surišti atomo elektronai (vidiniai elektronai), – tuomet energijos ir impulso mainai įvyksta tarp fotono ir atomo kamieno, kurio masė yra labai didelė palyginti su elektrono mase, todėl tampriai susidūręs fotonas atomo kamienui perduoda nykstamai mažą energijos kiekį. Dėl to fotono dažnis  $\nu$ , o taip pat bangos ilgis  $\lambda$ , praktiškai nepakinta.

Tik labai trumpų bangų (Rentgeno ir gama) spinduliams, santykinis pokytis  $\Delta\lambda/\lambda$  yra pakankamo didumo, kad būtų eksperimentiškai užregistruotas. Regimosios šviesos diapazone santykis  $\Delta\lambda/\lambda$  yra žemiau pasiekiamo matavimo tikslumo ribų.

Taigi Komptono reiškiny s tiesiogiai patvirtina elektromagnetinio spinduliavimo fotoninę prigimtį.

Komptono reiškiny s taikomas branduolių gama spinduliavimui, taip pat atomų, jų branduolių ir elementariųjų dalelių struktūrai tirti. Juo pagrįstas kai kurių gama spektrometrų veikimas.

Kai elektromagnetinius spindulius sklaido labai didelės energijos elektronai, po susidūrimo fotonų energija ir impulsas gali padidėti elektrono energijos ir impulso sąskaita. Tuomet išsklaidyto spinduliavimo dažnis padidėja, o bangos ilgis sumažėja. Šis reiškiny s vadinamas atvirkštiniu Komptono reiškiniu. Juo kartais aiškinamas rentgeno spindulių susidarymas kosminiuose kūnuose.

### 3.6 Dvejopa šviesos prigimtis

Šviesos interferencija, difrakcija, poliarizacija ir dispersija aiškinama laikant šviesą tam tikro dažnio elektromagnetinėmis bangomis, kurioms tinka klasikinė Maksvelio elektromagnetinio lauko teorija. Šitokios bangos apibūdinamos dažniu  $\nu$ , bangos ilgiu  $\lambda$ , amplitude  $E_m$ , pradine faze, poliarizacija ir kt. Aiškinant absoliučiai juodo kūno spinduliavimo ir absorbcijos dėsningumus, fotoefektą, Komptono reiškiny, šviesa laikoma korpuskulių (fotonų) srautu. Čia ji apibūdinama korpuskuloms būdingais fizikiniais dydžiais: energija  $\varepsilon$ , impulsu  $p$ . Šie dydžiai susiję su banginėmis charakteristikomis šitaip:

$$\varepsilon = h\nu, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Kuo mažesnis spindulių dažnis, tuo silpniau pasireiškia jų korpuskulinės savybės. Tačiau klasikinės fizikos požiūriu dalelės judėjimas iš esmės skiriasi nuo bangos sklidimo: bangai būdingas tolydumas, o fotonui diskretiškumas. Klasikinė fizika tokios dvejopos šviesos prigimties negali paaiškinti. Paaiškėjo, kad kai kurie klasikinės fizikos dėsniai mikropasaulio objektams netinka. Jiems sukurta fizikos šaka, vadinam kvantine mechanika. Pagal ją dvejopa prigimtis būdinga ne tik šviesos dalelėms, bet ir visoms mikrodalelėms.

Šviesos banginės ir korpuskulinės prigimties sąryšis išryškėja nagrinėjant kūno apšvietumą. Pagal banginę teoriją paviršiaus apšvietumas konkrečiame taške yra tiesiog proporcingas šviesos

bangos amplitudės  $E_m$  kvadratui, o pagal korpuskulinę teoriją jis tiesiog proporcingas krintančių fotonų srauto tankiui  $n$  (į  $1\text{ m}^2$  per  $1\text{ s}$  krintančių fotonų skaičiui). Taigi dydžiai  $E_m$  ir  $n$  yra tarpusavy susiję. Nustatyta, kad tikimybė fotoną aptikti ties nagrinėjamu tašku elementariame tūryje  $dV$  išreiškiama šitaip:

$$dP = \alpha E_m^2 dV ;$$

čia  $\alpha$  – proporcingumo koeficientas.

Šviesai pereinant siaurą plyšį ar difrakcinę gardelę, fotonai statistškai pasiskirsto erdvėje. Jeigu tikimybė fotonui patekti į skirtingus erdvės taškus yra skirtinga, susidaro šviesos maksimumai ir minimumai. Tačiau jų padėtį paprasčiau apskaičiuoti, laikant šviesą tam tikro ilgio  $\lambda$  bangomis ir nagrinėjant jų difrakciją. Kvantinės fizikos požiūriu šviesos negalima laikyti nei bangomis, nei korpuskuloms, kaip tos sąvokos suprantamos klasikinėje fizikoje. Kvantinėje fizikoje šios sąvokos yra tik klasikiniai modeliai, kuriais naudojamosi vienokioms ar kitokioms šviesos ir mikrodalelių savybėms paaiškinti.

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname šiluminiu spinduliavimu?
2. Ką vadiname išspindžiu ir absorbcijos geba?
3. Ką vadiname absoliučiai juodu ir ką pilkuoju kūnu?
4. Kaip nusakomi šiluminio spinduliavimo dėsniai?
5. Kur praktiškai taikomi šiluminio spinduliavimo dėsniai?
6. Ką nusako Planko hipotezė ir aprašo Planko formulė?
7. Ką vadiname fotoefektu?
8. Ką nusako Komptono reiškiny?
9. Kaip paaiškinama dvejopa šviesos prigimtis?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Apskaičiuokite šilumos kiekį, kurį praranda išlydytos platinos  $50\text{ cm}^2$  paviršius per  $1\text{ min}$ , jei platinos absorbcijos geba  $A_T = 0.8$ , o lydymosi temperatūra  $1770^\circ\text{C}$ .

Sprendimas. Platinos prarandamas šilumos kiekis yra lygus paviršiaus išspinduliuojamai energijai:

$$Q = W = A_T \cdot W_T \cdot S \cdot t , \quad (1)$$

čia  $W_T$  – absoliučiai juodo kūno energinis šviesis;  $S$  – paviršiaus plotas;  $t$  – laikas.

Pagal Stefano ir Bolcmano dėsnį

$$W_T = \sigma T^4 ; \quad (2)$$

čia  $\sigma$  – Stefano ir Bolcmano konstanta. Įrašę (2) į (1), gauname ieškomąjį šilumos kiekį:

$$Q = A_T \sigma T^4 S t = 0.8 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 2043^4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 60\text{ J} = 3.37 \cdot 10^5\text{ J} = 237\text{ kJ} .$$

2. Natris apšviestas monochromatine šviesa ( $\lambda = 40\text{ nm}$ ). Apskaičiuokite mažiausią stabdymo potencialą, kuriam esant išnyks fotosrovė. Natrio „raudonoji riba“  $\lambda_r = 584\text{ nm}$ .

Sprendimas. Stabdymo potencialą nusakome lygybe

$$eU_0 = \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (1)$$

o elektrono didžiausią energiją gauname iš Einšteino lygties

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda} = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}; \quad (2)$$

čia  $A$  – elektrono išlaisvinimo darbas, kuris išreiškiamas šitaip:

$$A = h\nu_r = \frac{hc}{\lambda_r}. \quad (3)$$

Įrašę (3) į (2), gauname:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_r}\right) = \frac{hc(\lambda_r - \lambda)}{\lambda \cdot \lambda_r}, \quad (4)$$

o įrašę (4) į (1), gausime stabdymo potencialą:

$$U_0 = \frac{hc(\lambda_r - \lambda)}{e\lambda\lambda_r} = \frac{6.625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (5.84 \cdot 10^{-7} - 0.4 \cdot 10^{-7})}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 5.87 \cdot 10^{-7} \cdot 0.4 \cdot 10^{-7}} V = 28.9 V.$$

3. Apskaičiuokite atatrunkos elektronų energiją, kai  $\lambda = 100 pm$  bangos ilgio fotonai Komptono efekto metu išsklaidomi  $\vartheta = 180^\circ$  kampu.

Sprendimas. Atatrunkos elektrono energija yra lygi kritusių ir išsklaidytų fotonų energijų skirtumui:

$$W = h\nu - h\nu' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda\lambda'}; \quad (1)$$

čia  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda'$  – fotono bangos ilgio pokytis dėl sklaidos laisvuojų elektronu:

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}; \quad (2)$$

čia  $m_0$  – elektrono masė.

Įrašę (2) į (1) ir prisiminę, kad  $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ , gausime atatrunkos elektrono kinetinę energiją:

$$W = \frac{2h^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}{m_0 \lambda \left( \lambda + \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right)} = \frac{2 \cdot (6.625 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 1}{9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10} \left( 10^{-10} + \frac{2 \cdot 6.625 \cdot 10^{-34}}{9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} \cdot 1 \right)} J = 9.2 \cdot 10^{-17} J = 575 eV.$$



## 4. Pagrindiniai kvantinės mechanikos principai

### 4.1 Vandeniškųjų sistemų linijiniai spektrai

Atominio vandenilio spektras yra *linijinis*. Linijas galima suskirstyti į grupes, vadinamas spektro linijų serijomis.

1885 m. J.Balmeris atrado formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti visų atominio vandenilio regimosios spektro srities linijų bangų ilgius:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{m^2}{m^2 - 2^2}; \quad (4.1.1)$$

čia  $\lambda_0 = 364.613 \text{ nm}$ , o  $m = 3, 4, 5, \dots$  – sveikieji skaičiai.

Perrašome šią formulę spinduliavimo dažniams:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad m = 3, 4, 5, \dots; \quad (4.1.2)$$

čia  $R = 3.29 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$  vadinama Rydbergo konstanta. Optikoje ši formulė dažniausiai užrašoma bangos skaičiais:

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad (4.1.2a)$$

čia  $R' = \frac{R}{c} = 10967758 \text{ m}^{-1}$  taip pat vadinama Rydbergo konstanta. (4.1.1), (4.1.2) arba (4.1.2a)

formulėmis aprašomos spektro linijos sudaro *Balmerio seriją*.

1906 m. T.Laimanas vandenilio spektro ultravioletinėje srityje atrado linijų seriją, aprašomą lygtimi

$$\nu = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad m = 2, 3, 4, \dots \quad (4.1.3)$$

Šios spektro linijos sudaro *Laimano seriją*.

1908 m. E.Pašenas panašią seriją aptiko vandenilio spektro infraraudonojoje srityje:

$$\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad m = 4, 5, 6, \dots \quad (4.1.4)$$

Tolimoje infraraudonojoje srityje buvo aptiktos dar trys serijos, pavadintos *Breketo*, *Pfundo* ir *Hemfrio* vardais.

Paaikškėjo, kad visas atominio vandenilio spektro serijas galima užrašyti apibendrinta Balmerio formule:

$$\nu = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (4.1.5)$$

Kai  $n = 1$ , o  $m = 2, 3, 4, \dots$ , gaunama Laimano serija; kai  $n = 2$ , o  $m = 3, 4, 5, \dots$ , – Balmerio serija; kai  $n = 3$ , o  $m = 4, 5, 6, \dots$  – Pašeno serija ir t.t.

Iš (4.1.5) formulės aišku, kad didėjant  $m$ , visų vandenilio spektro serijų dažniai didėja ir artėja prie serijai būdingo ribinio dažnio. Bet kurios spektro serijos kiekvienos linijos dažnį galima išreikšti atitinkamų dydžių

$$\frac{R}{1^2}, \frac{R}{2^2}, \frac{R}{3^2}, \frac{R}{4^2} \dots$$

skirtumu. Dydžiai  $T(n) = \frac{R}{n^2}$  vadinami *vandenilio atomo spektriniais termiais*. Čia atsiskleidžia ypatinga sveikųjų skaičių svarba spektroskopijos dėsningumams. Šių dėsningumų tyrimai nulėmė atomo sandaros teorijos raidą. Tiriant šarminių ir kitų elementų linijinius spektrus, paaiškėjo, kad ir jų linijų dažnius galima išreikšti dviejų spektrinių termų skirtumu. XIX šimtmečio pabaigoje J.Rydbergas nustatė, kad šarminių elementų spektrinius terminus galima tiksliai išreikšti šitokia formule:

$$T(n) = \frac{R}{(n + \alpha)^2};$$

čia  $\alpha$  vadinama Rydbergo pataisa. Ji skirtinga skirtingiems atomams.

Kiekvieno elemento atomai skleidžia tik jiems būdingą linijinį spektrą, todėl pagal jį galima atlikti *medžiagos kokybinę spektrinę analizę* – nustatyti jos cheminę sudėtį. Yra sudarytos visų elementų atomų spektrinių linijų lentelės ir atlasai. Gauta spektro linijos palyginamos su pateiktomis lentelėse ar atlase. Linijų intensyvumas proporcingas to elemento atomų koncentracijai, todėl kiekybinė analizė pagrįsta spektro linijų intensyvumo matavimu ir lyginimu su etaloninių linijų intensyvumu. Tam tikromis sąlygomis emisinės spektrinės analizės jautris siekia  $10^{-6} \text{ g}$ , absorbcinis – net  $10^{-10} \text{ g}$ .

1897 m. Dž.Dž.Tomsonas atrado elektroną ir 1903 m. sukūrė pirmą atomo modelį. Pagal jį atomas yra mažas rutuliukas, kurio teigiamas krūvis tolygiai pasiskirstęs visame tūryje. Atomo viduje yra elektronų, kurių bendro neigiamo krūvio modulis lygus atomo teigiamam krūviui, dėl to atomas yra elektriškai neutralus. Deja, E.Rezerfordas 1910–1911 m. eksperimentiškai įrodė, kad toks atomo modelis yra klaidingas. Tirdamas  $\alpha$  dalelių ( $\text{He}^{2+}$ ) sklaidą joms pereinant pro labai ploną metalo plėvelę, jis nustatė, jog dauguma jų pereina nekeisdamos sklaidimo krypties, tačiau

pasitaiko ir tokių, kurios nukrypsta kampu, artimu  $\pi$ . Šioms nuokrypoms paaiškinti E.Rezerfordas pasiūlė *branduolinį atomo modelį*. Pagal jį beveik visa atomo masė ir visas teigiamas krūvis sukoncentruotas apie  $10^{-15} m$  skersmens atomo branduolyje. Jo krūvis  $q = Ze$ ; čia  $Z$  – *elemento eilės numeris periodinėje lentelėje*, vadinamas *atominiu skaičiumi*. Apie branduolį maždaug  $10^{-10} m$  atstumu skrieja elektronai. Jų skaičius taip pat lygus  $Z$ .

Branduolinis modelis buvo reikšmingas atomo sandaros teorijoje, bet ir jis daug ko nepaaiškino. Elektronas, skriedamas apie branduolį, juda su įcentrinu pagreičiu. Pagal klasikinę elektrodinamiką, jis turi spinduliuoti elektromagnetines bangas, todėl elektrono energija turėtų palaipsniui mažėti. Jis turėtų spirale artėti prie branduolio ir ant jo nukristi. Tačiau atomas patvarus. Taip judančio elektrono sukimosi dažnis, o kartu ir atomo spinduliavimo dažnis turėtų tolydžio didėti, taigi spektras turėtų būti ištisinis. Tai prieštarauja eksperimentams. Klasikinė fizika nerado išeities. Šią problemą dalinai išsprendė N.Boras, suformulavęs du postulatus.

Pagal E.Rezerfordo branduolinį atomo modelį, vandenilio atomas turi vieną elektroną. Atitinkamai jonizavus kitų elementų atomus, gauname joną su vienu elektronu, pavyzdžiui  $He^+$ ,  $Li^{2+}$ ,  $Be^{3+}$  ir t.t. Tokie jonai vadinami vandeniliškaisiais. Tai paprasčiausios atominės sistemos, kurioms pirmiausia ir buvo kuriama teorija. 1913 m. N.Boras bandė sujungti į vieningą teoriją linijinių spektrų dėsnį, Rezerfordo atomo modelį ir šviesos spinduliavimo bei absorbcijos kvantiškumą.

Pirmasis Boro postulatą (stacionarių būsenų postulatą) teigia: *egzistuoja tam tikros stacionarios atomo būsenos, kuriose jis nespinduliuoja*. Tokios būsenos atomo elektronai juda tam tikromis stacionarinėmis orbitomis, ir jų energija nekinta. N.Boras nurodė šių orbitų kvantavimo sąlygą: *stacionarinė orbita judančio elektrono impulso momentas  $m_e v r$  yra dydžio  $h/2\pi$  kartotinis*, t.y.

$$m_e v r = n \left( \frac{h}{2\pi} \right), \quad (n = 1, 2, 3, \dots); \quad (4.1.6)$$

sveikasis skaičius  $n$  vadinamas pagrindiniu kvantiniu skaičiumi. Pagal N.Borą, atome judančio elektrono impulso momentas yra diskretus, t.y. kvantuotas dydis.

Antrasis Boro postulatą (dažnių postulatą) teigia: *atomui pereinant iš vienos stacionarios būsenos į kitą, spinduliuojamas arba absorbuojamas vienas fotonas, kurio energija  $\varepsilon = h\nu$  lygi abiejų stacionarių būsenų energijų skirtumui*, t.y.

$$h\nu = W_n - W_m. \quad (4.1.7)$$

Ši lygtis vadinama Boro dažnių sąlyga. Kai  $W_n > W_m$ , fotonas išspinduliuojamas; jį sugeriant atomas pereina į didesnės energijos būseną. Už atomo teorijos sukūrimą 1922 m. N.Boras apdovanotas Nobelio premija.

Pagal klasikinę fiziką, apie krūvio  $Ze$  nejudantį branduolį atstumu  $r$  skriejant elektronui, atomo pilnutinė energija lygi kinetinės ir potencinės energijų sumai, t.y.

$$W = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}; \quad (4.1.8)$$

čia minuso ženklas įrašytas todėl, kad yra traukos potencinė energija. Šitokioje sistemoje branduolio ir elektrono Kulono jėga yra įcentrinė (normalinė), t.y.

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r^2}. \quad (4.1.9)$$

iš (4.1.6) ir (4.1.9) lygybių dydžius  $r$  ir  $v$  galima išreikšti pagrindiniu kvantiniu skaičiumi  $n$  ir konstantomis. Šias  $r$  ir  $v$  išraiškas įrašę į (4.1.8), gauname šitokią nuo pagrindinio kvantinio skaičiaus priklausančios atomo pilnutinės energijos išraišką:

$$W_n = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (n=1,2,\dots) \quad (4.1.10)$$

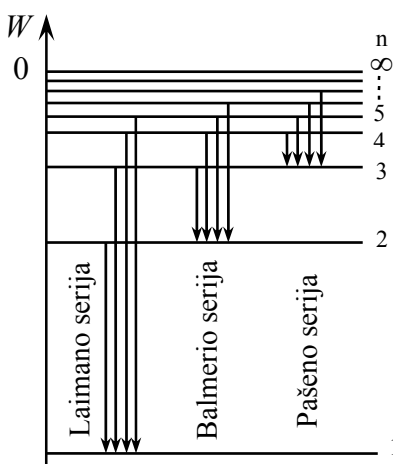
Matome, kad atomo energija gali kisti tik diskretiškai, t.y. energija kvantuota. Būseną, kurioje yra mažiausia energija  $W_1$  ( $n=1$ ), vadinama normaliąja. Dėl išorinio poveikio atomo energija gali padidėti ( $n>1$ ); šitokios būsenos vadinamos *sužadintosiomis*. Atomo energija yra neigiama, taigi, elektroną atome riša traukos jėgos. Didėjant skaičiui  $n$ , atomo energija didėja ir artėja prie 0. Energija  $W_\infty = 0$  atitinka atomo jonizavimą.

(4.1.10) energijos išraiška lengvai paaiškinami vandenilio spektro dėsniumi. Vandenilio atomui ( $Z=1$ ) pereinant iš būsenos, aprašomos kvantiniu skaičiumi  $m$ , į būseną, aprašomą kvantiniu skaičiumi  $n$  ( $m>n$ ), išspinduliuojamas fotonas, kurio dažnis

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad (4.1.11)$$

čia  $R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^3}$  yra Rydbergo konstanta. Taigi pastaroji formulė sutampa su Balmerio

formule (4.1.5). Dydžiai  $R/n^2$  ar  $R/m^2$  yra atomo spektriniai termai. 4.1 paveiksle parodyti vandenilio atomo energijos lygmenys. Kiekviena horizontali linija vaizduoja atomo energiją, kai jis



4.1 pav.

yra stacionarioje būsenoje, atitinkančioje konkretų kvantinį skaičių  $n$ . Parodyti perėjimai, atitinkantys Laimano, Balmerio bei Pašeno serijų linijas. Laimano serija susidaro grįžtant sužadintiems vandenilio atomams į pagrindinę būseną ( $n=1$ ); Balmerio – grįžtant į būseną ( $n=2$ ) ir t.t. Boro teoriją patvirtino eksperimentai, kuriuos atliko 1913 m. Dž.Frankas ir G.Hercas. Jie parodė, kad  $4.9eV$  energijos elektronai su nesužadintais gyvsidabrio atomais susiduria netampriai, t.y. elektrono energija virsta atomo sužadinimo energija, o tai rodo, kad *atomo energija yra kvantuota*. Grįždami į normalią būseną,

gyvsidabrio atomai spinduliuoja dažnio  $\nu = \frac{\Delta W}{h} = 1.2 \cdot 10^{15} s^{-1}$ , arba ilgio  $\lambda = \frac{c}{\nu} \approx 250 pm$  ultravioletinius spindulius. Boro teorija, paaiškinusi vandenilio spektro linijų dažnių dėsningumą, neatsakė į klausimą, kodėl nevienodas jų intensyvumas. Ji nepajėgė paaiškinti sudėtingesnių atomų, pradedant heliu, spektrų. Šiuos ir kitus atominius bei molekulinis reiškinius gerai paaiškino vėliau sukurtoji kvantinė mechanika.

## 4.2 Dvejopa mikrodalelių prigimtis

1924 m. L de Broilis priėjo išvadą, kad dvejopa prigimtis būdinga ne tik šviesai; šis reiškinys mikropasaulyje yra universalus, t.y. *kiekviena dalelė pasižymi ir bangų, ir korpuskulių savybėmis*. Šis teiginys pavadintas de Broilio hipoteze. Taigi kiekvieną dalelę galima aprašyti tam tikra banga. Jos ilgį  $\lambda$  ir dalelės impulsą  $p$  sieja lygybė  $\lambda = h/p$ . Kai dalelės energija nelabai didelė ( $v \ll c$ ),  $p = mv$  ir lygybė perrašoma šitaip:

$$\lambda = \frac{h}{mv}; \quad (4.2.1)$$

čia  $m$  – dalelės masė, o  $v$  – jos greitis. (4.2.1) lygybė vadinama de Broilio formule, o ja aprašomos bangos – de Broilio bangomis. Už elektronų banginės prigimties atskleidimą 1928 m. de Broilis apdovanotas Nobelio premija. Dėl Planko konstantos mažos vertės visų makroskopinių dalelių, net ir mažiausių, banginės savybės nėra esminės. Visai kitaip yra su mikrodalelėmis.

Praktikoje plačiai naudojami elektrinio lauko pagreintų elektronų pluoštai. Įvertinkime jų de Broilio bangos ilgį. Klasikinėje fizikoje dalelės impulsą  $p = mv$  su jos kinetine energija  $W = \frac{mv^2}{2}$  sieja lygybės

$$W = \frac{p^2}{2m}, \text{ arba } p = \sqrt{2mW}. \quad (4.2.2)$$

Atsižvelgę į tai, de Broilio formulę perrašome šitaip:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mW}}. \quad (4.2.3)$$

Elektrinio lauko pagreitinto elektrono kinetinė energija  $W$  lygi lauko atliktam darbui  $eU$  (čia  $U$  – greitinantis potencialų skirtumas). Šiuo atveju de Broilio bangos ilgis

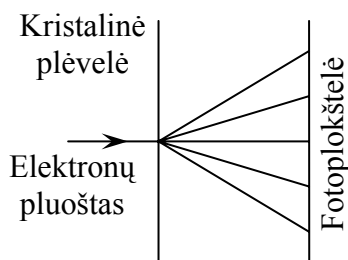
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{a}{\sqrt{U}}.$$

Kai įtampa  $U$  matuojama voltais, o  $\lambda$  – angstromais ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ), koeficientas  $a$  skaitine verte yra lygus 12.225 ir

$$\lambda = \frac{12.225}{\sqrt{U}}. \quad (4.2.4)$$

Pavyzdžiui, kai elektronus greitinantis potencialų skirtumas  $U = 100 \text{ V}$ , tai  $\lambda = 1.2225 \text{ \AA}$ . Tai – mažiau nei normalus nuotolis tarp atomų kristale.

Kristale dalelės išsidėsčiusios trimačiu periodiškumu – sudaro erdvinę gardelę. Taip pat periodiškai kinta atomų branduolių ir jų elektronų sluoksnių kuriamas elektrinis laukas. Elektronai, sklisdami kristale, sąveikauja su tuo elektriniu lauku. Jeigu elektronai pasižymi bangų savybėmis ir de Broilio bangos ilgis trumpesnis už gardelės periodą, tai jie turėtų difraguoti. 1927 m. K.Devisonas ir L.Džermeris pirmieji pastebėjo į nikelio monokristalo paviršių krintančių elektronų difrakciją. Už elektronų difrakcijos atradimą 1937 m. K.Devisonas apdovanotas Nobelio premija.



4.2 pav.

Elektronų difrakcinių maksimumų vietoms rasti galima pritaikyti Rentgeno spinduliams išvestąją Bregio lygtį. P.Tartakovskis bei H.Tomsonas stebėjo greitų elektronų difrakciją, jiems praeinant pro labai ploną ( $\sim 1 \mu\text{m}$ ) metalo foliją. Eksperimento schema parodyta 4.2 paveiksle. Greiti elektronai veikia fotoemulsiją panašiai kaip fotonai. Nufotografuotas elektronų difrakcijos vaizdas vadinamas elektronograma. Jos pobūdis priklauso nuo kristalo

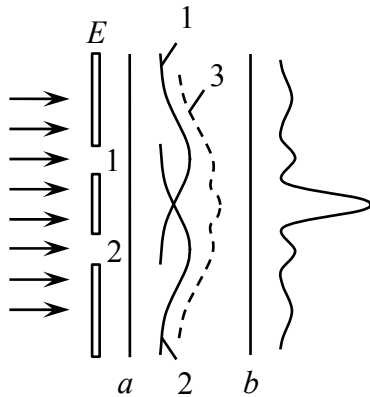
struktūros. Panašus vaizdas gaunamas difraguojant to paties bangos ilgio Rentgeno spinduliams. Iš elektronogramų nustatoma kristalo struktūra: elementariojo narvelio parametrai, kristalėlių dydis, orientacija ir kt. taigi elektronografija yra medžiagos sandaros tyrimo metodas.

1929 m. I.Estermanas ir O.Šternas gavo helio atomų ir vandenilio molekulių difrakciją ličio fluorida monokristale. Visi šie eksperimentai taip pat patvirtino de Broilio hipotezę.

1936 m. H.Halbanas ir P.Preisverkas atrado neutronų difrakciją. Neutronai turi magnetinį momentą, todėl dalyvauja elektromagnetinėje sąveikoje. Lėtųjų neutronų de Broilio bangos ilgis išreiškiamas šitaip:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mkT}}. \quad (4.2.5)$$

Esant  $T = 373K$ ,  $\lambda \approx 1.33 \text{ \AA}$ , todėl kristalas yra natūrali difrakcinė gardelė.



4.3 pav.

Aprašyti elektronų bei neutronų bandymai buvo atliekami su jų pluoštais, todėl nebuvo tiesiogiai atsakyta ar banginės savybės būdingos kiekvienai atskirai paimtai mikrodalelei. Atsakymas išplaukė iš 1949 m. V.Fabrikanto su bendradarbiais atlikto eksperimento. Jie, ilgą laiką leisdami į kristalą vieną po kito elektronus, gavo difrakcinį vaizdą, kuris nesiskyrė nuo vaizdo, gaunamo leidžiant vienu metu tą patį dalelių skaičių. Taigi banginės savybės būdingos kiekvienam elektronui, todėl iškyla de Broilio bangų prigimties bei mikrodalelės judėjimo trajektorijos problemos.

Panagrinėkime įsivaizduojamą eksperimentą. Tarkime, kad į ekraną  $E$  su dviem siaurais lygiagrečiais plyšiais (4.3 pav.) nukreipiame jam statmenai judančių vienodos energijos elektronų pluoštelį. Už ekrano statome fotoplokštelę ar kitą elektronų detektorių. Pradžioje uždenkime plyšį 2. Tuomet per laikotarpį  $\tau$  pro plyšį 1 praėjusių elektronų intensyvumo pasiskirstymą rodo kreivė 1. Iš jos matome, kad intensyvumo maksimumas yra tiesiog prieš atvirąjį plyšį 1. Uždengę plyšį 1 ir atidengę 2, gauname visai analogišką praėjusių elektronų intensyvumo pasiskirstymą (kreivė 2), tik dabar intensyvumo maksimumas yra prieš atvirąjį plyšį 2. O kaip pasiskirstys elektronai, kai abu plyšiai bus atviri? Jeigu elektronai judėtų pagal klasikinės fizikos dėsnius, t.y. trajektorijomis, tai dalis jų praeitų pro plyšį 1 ir jų pasiskirstymą rodytų kreivė 1, kita dalis praeitų pro plyšį 2 ir jų pasiskirstymo kreivė būtų 2. Sudėję šias kreives, gautume bendrą pro abu plyšius praėjusių elektronų intensyvumo pasiskirstymą (brūkšninė kreivė 3). Deja, 4.3 paveiksle, b, parodytoji eksperimentinė kreivė smarkiai nuo jos skiriasi. Ji analogiška šviesos

intensyvumo pasiskirstymui, kai šviesa interferuoja praeidama du siaurus plyšius. Iš tokio kreivės pobūdžio seka, kad elektrono judėjimui daro įtaką abu plyšiai. Ši išvada nesiderina su dalelės judėjimo trajektorijos sąvoka, nes jeigu kiekvienu laiko momentu elektronas būtų apibrėžtame erdvės taške, tuomet jis praeitų arba pro vieną, arba pro kitą plyšį, arba iš viso nepraeitų.

Tačiau remdamiesi tuo, kad praėjusių elektronų pasiskirstymui daro įtaką abu plyšiai, negalime teigti, jog elektronas yra banga ir tam tikra jos dalis praeina pro vieną plyšį, o likusioji – pro kitą. Tam prieštarauja patikimi bandymai, įrodantys, kad elektronas yra nedalus, kad jam būdingas elementarus elektros krūvis ir kitos apibrėžtos charakteristikos. Taigi atskiras elektronas, praeidamas pro plyšį, neišplinta, o patenka į tam tikrą fotoplokštelės tašką. Iš anksto atspėti, į kurį tašką jis pataikys, visiškai neįmanoma – čia galima kalbėti tik apie pataikymo tikimybę. 4.3 paveikslo, b kreivė vaizduoja įvykių dažnio pasiskirstymą ir todėl vadinama statistiniu pasiskirstymu. Ši kreivė yra tiksliai tokia, kokia intensyvumui numato banginė teorija (4.2.3) lygybe išreikšto ilgio de Broilio bangoms praėjus dviejų plyšių sistemą ir interferavus.

Taigi de Broilio banga – nefizikinė banga. Ji yra patogi matematinė priemonė neįprastoms mikrodalelių savybėms paaiškinti. Čia ryšys tarp sąvokų banga ir dalelė yra analogiškas nagrinėtam šviesos atvejui. Kvantinėje mechanikoje dalelės banginės savybės aprašomos bangine funkcija  $\Psi$ .

Kai kuriais atvejais mikrodalelių judėjimui aprašyti tam tikru artutiniu galima taikyti klasikinę fiziką, taigi ir dalelės trajektorijos sąvoką. Pavyzdžiui, Vilsono kameroje stebimi elektronų bei kitų elektringųjų dalelių judėjimo gana siauri pėdsakai.

### ***4.3 Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšiai***

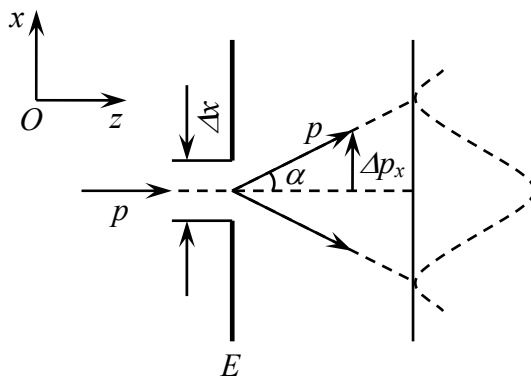
Klasikinėje mechanikoje dalelės pradinė būsena tuo pat metu tiksliai apibūdinama jos masės centro trimis erdvinėmis koordinatėmis  $x, y, z$  ir trimis impulso projekcijomis  $p_x, p_y$  ir  $p_z$ . Jeigu žinomas dalelės judėjimo dėsnis, tuomet visi šie šeši dydžiai tiksliai žinomi ir bet kuriuo kitu laiko momentu. Taigi klasikinei dalelei būdinga apibrėžta judėjimo trajektorija.

Kūno masės centro koordinatės, jos impulsas bei šių dydžių funkcijos (energija, impulso momentas ir kt.) vadinamos kūno dinaminiais kintamaisiais. Šie kintamieji yra klasikinės fizikos sąvokos, vartojamos makroskopinių objektų būsenai aprašyti. Kadangi mikrodalelės iš esmės skiriasi nuo makrokūnų, tai šios sąvokos jų būsenai aprašyti netinka. Tačiau bet kokią informaciją apie mikrodalelę gauname bandymo metu iš jos sąveikos su makroskopiniu matavimo įrenginiu, todėl matavimo rezultatus turime išreikšti dinaminiais kintamaisiais. Užtat ir kalbame apie elektrono



energiją, impulsą ir t.t. Jeigu dydžio keletu matavimų rezultatai nesutampa, tai toks dydis kvantinėje fizikoje vadinamas ne kintamu, o neapibrėžtu. Tuo pažymime, kad mikropasaulyje neegzistuoja klasikinei fizikai būdingi dinaminiai kitimo dėsniai.

Kiekvienos mikrodalelės savitumas, palyginti su makrokūnų, visų pirma yra tas, kad vienu metu matuojant keletą dinaminių kintamųjų, ne visų jų vertės gaunamos tiksliai apibrėžtos. Pavyzdžiui, jokia mikrodalelė vienu metu negali turėti tikslios koordinatės  $x$  ir tikslios impulso projekcijos  $p_x$ . Koordinačių  $x$  verčių intervalą  $\Delta x$  vadiname koordinatės  $x$  neapibrėžtumu. Analogiškai apibrėžiame impulso projekcijos  $p_x$  neapibrėžtumą  $\Delta p_x$ . Taigi vienu metu matuojant



4.4 pav.

dydžius  $x$  bei  $p_x$ , jų nustatymo paklaidos negali būti mažesnės už šių dydžių neapibrėžtumų  $\Delta x$  ir  $\Delta p_x$  vertes. Raskime ryšį tarp šių neapibrėžtumų. Tam nagrinėkime, kaip mikrodalelė, pavyzdžiui, elektronas, praeina pro  $\Delta x$  pločio plyšį (4.4 pav.). Tarkime, išilgai ašies  $Oz$  judančio elektrono impulsas  $\vec{p} = m \vec{v}$ . Iki dalelė pasiekia ekraną  $E$ , jos impulso projekcija  $p_x = 0$ , t.y. turi tikslią vertę. Tikslaus dydžio neapibrėžtumas lygus 0, todėl  $\Delta p_x = 0$ . Deja, tuo metu

dalelės koordinatė  $x$  yra visai neapibrėžta, t.y.  $\Delta x = \infty$ . Dalelei praeinant pro plyšį, abu minėtų dydžių neapibrėžtumai vienu metu iš esmės pakinta: koordinatės  $x$  neapibrėžtumas sumažėja iki plyšio pločio  $\Delta x$  vertės, o dėl dalelės difrakcijos turimas dydžio  $p_x$  tam tikro didumo  $\Delta p_x$

neapibrėžtumas. Įvertinkime šį neapibrėžtumą. Difraguosius ilgio  $\lambda = \frac{h}{p}$  de Broilio bangų intensyvumo pasiskirstymą vaizduoja brūkšninė kreivė. Paveiksle matyti, kad yra gana didelė tikimybė, jog praėjusi pro plyšį dalelė toliau judės  $2\alpha$  kampo intervale; čia  $\alpha$  – pirmojo difrakcinio minimumo kampas. Tuomet dydžio  $p_x$  neapibrėžtumas gali įgauti vertes iki

$$\Delta p_x = p \sin \alpha . \quad (4.3.1)$$

Iš plyšyje difragavusių bangų pirmojo minimumo sąlygos turime, kad  $\sin \alpha = \frac{\lambda}{\Delta x}$ . Šią išraišką įrašę

į (4.3.1) ir atsižvelgę į de Broilio formulę  $\lambda = \frac{h}{p}$ , gauname

$$\Delta p_x \Delta x \approx p \lambda = h. \quad (4.3.2)$$

Atsižvelgus į aukštesnės eilės difrakcinius maksimumus, dydis  $\Delta p_x$  gaunamas didesnis negu pagal (4.3.1) formulę, todėl (4.3.2) lygtis pavirsta šitokia nelygybe

$$\Delta p_x \Delta x \geq h. \quad (4.3.3)$$

ši nelygybė vadinama *Heizenbergo neapibrėžtumo sąryšiu* arba tiesiog – *Heizenbergo nelygybe*. Ji išreiškia fundamentalų kvantinės mechanikos principą, kad *mikrodalelių būsenų, kurias tiksliai apibūdina impulsas, tuo pačiu laiko momentu neįmanoma tiksliai apibūdinti koordinatėmis ir atvirkščiai*. Už darbus kvantinėje mechanikoje 1932 m. V.Heizenbergas apdovanotas Nobelio premija.

Analogišką (4.3.3) tipo nelygybę galima parašyti dydžių  $y$  ir  $p_y$ ,  $z$  ir  $p_z$  arba dar kai kurių kitų dydžių, vadinamų kanoniškai jungtiniais dydžiais, poroms. Be jau minėtų kanoniškai jungtinių dydžių, fizikoje labai svarbi dar viena jų pora – dalelės energija  $W$  ir laikas  $\tau$ , kuriems Heizenbergo nelygybė užrašoma šitaip:

$$\Delta W \tau \geq h. \quad (4.3.4)$$

Iš šio sąryšio seka, kad dalelės energijos nustatymas tikslumu  $\Delta W$  visuomet užtrunka laiko tarpą, ne mažesnę kaip  $\tau \approx \frac{h}{\Delta W}$ . Sužadintų molekulių, atomų bei jų branduolių energija nėra griežtai apibrėžta, o pasižymi tam tikru verčių intervalu  $\Delta W$ , kuris vadinamas sužadintojo lygmens natūraliuoju pločiu. Jeigu sužadintos būsenos gyvavimo vidutinė trukmė yra  $\tau$ , tai jos energijos neapibrėžtumas yra ne mažesnis kaip  $\Delta W \approx \frac{h}{\tau}$ .

Kadangi Heizenbergo nelygybė yra fundamentali, tai ji turi tikti bet kokios fizikinės sistemos, taigi ir makroskopinės, kanoniškai jungtiniams dydžiams. Tačiau kadangi Planko konstanta yra labai maža, tai makroskopinės sistemos abiejų dydžių neapibrėžtumai vienu metu yra labai maži, t.y. patys dydžiai pakankamai tikslūs. Šitai ir teigia klasikinė mechanika. Su mikrodalelėmis yra kitaip. Tačiau tam tikruose uždaviniuose ir joms vienu metu abiejų dydžių neapibrėžtumai praktiškai gali būti pakankamai maži. Tuomet mikrodalelėms taip pat taikytina klasikinė fizika. Pailiustruokime pavyzdžiais.

1. Tarkime, išilgai ašies  $Ox$  greičiu  $v_x = 10^6 \text{ m/s}$  juda elektronas. Jo greitis nusakytas gana dideliu tikslumu, pavyzdžiui, 0.01%. Įvertinkime maksimalų tikslumą, kuriuo galima nustatyti elektrono koordinatę. Iš (4.3.3) nelygybės išreiškiame koordinatės neapibrėžtumą:

$$\Delta x \geq \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{h}{m\Delta v_x}. \quad (4.3.5)$$

I (4.3.5) nelygybę surašę įeinančių dydžių skaitines vertes, gauname:

$$\Delta x \geq \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^2} m \approx 7 \cdot 10^{-6} m.$$

Šiuo atveju elektrono koordinatę galima nustatyti gana dideliu ( $\sim 7 \mu m$ ) tikslumu. Taigi elektrono koordinatė ir impulsas vienu metu yra gana tiksliai nusakomi, todėl tam tikru artutinumu galima taikyti klasikinę mechaniką.

2. Dabar nagrinėkime elektrono judėjimą nesužadinto vandenilio atome. Iš Boro teorijos seka, kad šioje būsenoje elektrono greičio modulis  $v \approx 2.2 \cdot 10^6 m/s$ . Elektrono koordinatės nustatymo tikslumas prilygsta atomo tiesiniams matmenims, t.y.  $\Delta x \sim 10^{10} m$ . Iš (4.3.5) nelygybės, įvertinę greičio neapibrėžtumą, gauname, kad  $\Delta v \geq 7 \cdot 10^6 m/s$ . Čia jau yra kitaip negu pirmuoju atveju: koordinatės neapibrėžtumas mažas, o greičio – didesnis už patį greitį. Šiuo atveju elektronui būtina taikyti kvantinę mechaniką.

3. Heizenbergo nelygybę taikykite  $10^{-18} kg$  masės mikroskopinei dulkelei. Tarkime, jos koordinatė nustatoma  $1 \mu m$  tikslumu. Iš minėtos nelygybės gaunamas apie  $10^{-9} m/s$  greičio neapibrėžtumas. Šis dydis yra žymiai mažesnis už šiuo metu pasiektą didžiausią greičio matavimo tikslumą. Taigi makroskopinė dulkėlė yra klasikinės fizikos tyrimo objektas.

Iš Heizenbergo nelygybės įvertinama tik vieno ar kito kanoniškai jungtinio dydžio neapibrėžtumo didumo eilė. Todėl autoriai, besinaudojantys mažąja Planko konstanta  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ , ir Heizenbergo nelygybėje vietoje  $h$  rašo  $\hbar$ .

#### 4.4 Banginė funkcija

Tamprioji banga sklinda tik medžiagine terpe. Jos amplitudė yra eksperimentiškai stebimas realus fizikinis dydis. Elektromagnetinė banga gali sklisti ir vakuume, tačiau jos amplitudė yra taip pat eksperimentiškai stebimas fizikinis dydis. Visai kitaip yra su de Broilio bangomis. De Broilio banga nėra fizikinė banga; ji naudojama todėl, kad taip patogiau vaizdžiai paaiškinti neįprastas mikrodalelių savybes. Todėl ją aprašanti *banginė funkcija*  $\Psi(x, y, z, t)$  ir jos amplitudė tiesiogiai eksperimentiškai nestebimi ir fizikinės prasmės neturi. Remiantis analogija su šviesos dualumu

prieita prie išvados, kad *fizikinę prasmę turi jos modulio kvadratas*  $|\Psi(x, y, z, t)|^2$ . Tai 1926 m. postulato M.Bornas: tikimybė aptikti dalelę bet kuriuo laiko momentu  $t$  bet kokiame erdvės taške  $x, y, z$  yra proporcinga ją aprašančios banginės funkcijos modulio kvadratui  $|\Psi(x, y, z, t)|^2$ . Tikimybė  $dP$  šią dalelę laiko momentu  $t$  aptikti erdvės tūrio  $dV$  elemente, kurio taškų koordinatės yra intervaluose nuo  $x$  iki  $x + dx$ , nuo  $y$  iki  $y + dy$ , nuo  $z$  iki  $z + dz$ , užrašoma šitaip:

$$dP = |\Psi|^2 dV ; \quad (4.4.1)$$

čia  $dV = dx dy dz$  Kvantinėje mechanikoje banginė funkcija dažniausiai išreiškiama kompleksiniu pavidalu, o kompleksinio skaičiaus ar funkcijos modulio kvadratas  $|\Psi|^2 = \Psi \Psi^*$ ; čia  $\Psi^*$  – yra funkcijos  $\Psi$  jungtinis kompleksinis dydis. Tuomet (4.4.1) lygybę galima perrašyti šitaip:

$$dP = \Psi \Psi^* dV . \quad (4.4.1a)$$

Kadangi *banginė funkcija yra tikimybinė*, tai ir kvantinė mechanika yra tikimybinių mokslas, iš to seka, jog mikrodalelei nebūdinga tiksli koordinatė ir apibrėžta trajektorija.

Iš Borno postulato seka, kad banginė funkcija  $\Psi(x, y, z, t)$  turi tenkinti tam tikras sąlygas. Pirmiausia, visoje egzistavimo srityje banginė funkcija turi būti vienareikšmė, baigtinė, tolydinė ir kvadratiškai integruotina, t.y. dydžio  $\Psi \Psi^*$  integralas visame kintamųjų intervale yra baigtinis. Be to, jos išvestinė turi būti tolydinė ir baigtinė. Visi šie reikalavimai vadinami standartinėmis sąlygomis. Tikimybė laiko momentu  $t$  rasti dalelę didumo  $V_0$  baigtinėje erdvės dalyje apskaičiuojama šitaip:

$$P = \int_{V_0} dP = \int_{V_0} \Psi \Psi^* dV . \quad (4.4.2)$$

Integruojant visoje dalelės egzistavimo srityje, gaunama būtino įvykio tikimybė. Tuomet

$$\int_{V_0} \Psi \Psi^* dV = 1 . \quad (4.4.3)$$

Šią lygybę tenkinančią funkciją vadiname normuotąja, o pačią (4.4.3) lygybę – funkcijos normuotumo sąlyga.

Dažnai, priklausomai nuo sąlygų, tą pačią dalelę tenka aprašyti keliomis banginėmis funkcijomis. Kvantinėje mechanikoje suformuluotas teiginys, kuris vadinamas superpozicijos principu: jeigu kvantinė sistema (pvz., dalelė) gali būti tokių būsenų, kurias apibūdina banginės funkcijos  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n$ , tai ji gali būti ir tokios būsenos, kurią apibūdina banginė funkcija

$$\Psi = \sum_{i=1}^n c_i \Psi_i ; \quad (4.4.4)$$

čia  $c_i$  – bendroju atveju bet kokie pastovūs kompleksiniai skaičiai. Būsenų superpozicijos principas yra vienas iš pagrindinių kvantinės mechanikos principų.

### 4.5 Fizikinių dydžių operatoriai

Klasikinėje mechanikoje dalelės būseną aprašoma dviem vektoriais: jos padėties vektoriumi  $\vec{r}$  ir impulso  $\vec{p}$ , arba šešių skaliarinių dydžių  $x, y, z, p_x, p_y, p_z$  rinkiniu. Šią būseną atitinkantys kiti fizikiniai dydžiai (dinaminiai kintamieji) išreiškiami fizikos dėsniais nusakančiomis formulėmis, pavyzdžiui, impulso momentas

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p},$$

kinetinė energija

$$W_k = \frac{p^2}{2m}$$

ir t.t.

Kvantinė mechanika dalelės būseną nusako tikimybiškai bangine funkcija  $\Psi(\vec{r}, t)$  todėl ji ir dinaminiais kintamiesiems aprašyti naudoja savitus matematinius dydžius – operatorius. Operatoriumi vadinamas matematinis veiksmas, kuriuo iš vienos funkcijos gaunama kita funkcija. Čia remiamasi tokia aksioma: kiekvieną dinaminį kintamąjį atitinka tam tikras operatorius ir tarp operatorių egzistuoja klasikinės fizikos kintamųjų sąryšiai. Ši aksioma dar vadinama Erenfesto atotyčio principu. Aptarkime svarbiausių dinaminių kintamųjų operatorius.

1. Operatorius  $\hat{x}$ , kuris dalelės būseną aprašančią funkciją  $\Psi$  paverčia funkcija  $x\Psi$ , vadinamas koordinatės  $x$  operatoriumi. Ši operacija užrašoma šitaip:

$$\hat{x}\Psi = x\Psi. \quad (4.5.1)$$

Analogiškas lygybės galima užrašyti ir kitoms koordinatėms. Taigi koordinatės operatorius yra banginės funkcijos daugyba iš šios koordinatės. Padėties vektoriaus operatorius

$$\vec{\hat{r}} = i\vec{x} + j\vec{y} + k\vec{z}; \quad (4.5.2)$$

čia  $\vec{i}, \vec{j}$  ir  $\vec{k}$  – Dekarto koordinačių ortai.

2. Pagal kvantinę mechaniką impulso projekcijos kuria nors kryptimi operatorius yra tiesiog proporcingas išvestinei išilgai šios krypties. Dekarto koordinačių sistemoje šie operatoriai užrašomi šitaip:

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \hat{p}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, \hat{p}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}; \quad (4.5.3)$$

čia  $i = \sqrt{-1}$  – menamas vienetas.

Impulso vektorius projekcijomis išreiškiamas šitokia lygybe:

$$\vec{p} = \vec{i} p_x + \vec{j} p_y + \vec{k} p_z. \quad (4.5.4)$$

Atsižvelgus į (4.5.3) ir (4.5.4) lygybes, impulso operatorius užrašomas šitaip:

$$\hat{p} = -i\hbar \nabla. \quad (4.5.5)$$

Čia simboliu  $\nabla$  (nabla) pažymėtas diferencialinis vektorinis operatorius

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (4.5.6)$$

3. Pagal klasikinę fiziką  $m$  masės dalelės kinetinę energiją  $W_k$  su jos impulsu  $p$  sieja šitokia lygybė:

$$W_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m},$$

todėl kinetinės energijos operatorius užrašomas šitaip:

$$\hat{W} = \frac{\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2}{2m}. \quad (4.5.7)$$

Atsižvelgus į (4.5.3) pastaroji lygybė perrašoma šitaip:

$$\hat{W}_k = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta; \quad (4.5.8)$$

čia simboliu  $\Delta$  pažymėtą diferencijavimo operatorių

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (4.5.9)$$

vadiname Laplaso operatoriumi.

Dalelės potencinė energija  $V$  yra jos padėties ir laiko funkcija, todėl potencinės energijos operatorius  $\hat{V}$  yra banginės funkcijos daugyba iš potencinės energijos, t.y.  $\hat{V} = V$ .

4. Dalelės kinetinės ir potencinės energijos suma  $W = W_k + V$  klasikinėje fizikoje vadinama pilnutine energija. Dėl to jos operatorius yra šitoks:

$$\hat{H} = \hat{W}_k + \hat{V} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V. \quad (4.5.10)$$

Pastarasis dar vadinamas Hamiltono operatoriumi.

Kartais vartojama dar kitokia pilnutinės energijos operatoriaus išraiška

$$\hat{H} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}. \quad (4.5.10a)$$

5. Dalelės impulso momentas taško atžvilgiu yra lygus padėties vektoriaus  $\vec{r}$  ir impulso  $\vec{p}$  vektorinei sandaugai

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}.$$

Atsižvelgę į padėties vektoriaus ir impulso operatorių išraiškas, impulso momento operatorių užrašome šitaip:

$$\hat{L} = \vec{r} \times (-i\hbar \nabla) = -i\hbar \left( \vec{r} \times \nabla \right). \quad (4.5.11)$$

Iš visų aptartų dinaminių kintamųjų operatorių patys svarbiausi yra koordinačių ir impulso projekcijų; kiti atitinkamai išreiškiami jais. Visi jie yra tiesiniai operatoriai.

( $\hat{A}(a\Psi_1 + b\Psi_2) = a\hat{A}\Psi_1 + b\hat{A}\Psi_2$ ; čia  $a$  ir  $b$  – pastovūs daugikliai).

Taigi kvantinėje mechanikoje kiekvieną sistemos dinaminį kintamąjį  $A$  atitinka tiesinis operatorius  $\hat{A}$ , veikiantis jos banginę funkciją. Pasitaiko, kad operatoriumi paveikus banginę funkciją, gaunama ta pati banginė funkcija, padauginta iš konstantos  $A_i$ , t.y.

$$\hat{A}\Psi_i = A_i\Psi_i. \quad (4.5.12)$$

Tokia banginė funkcija, kuri tenkina (4.5.12) lygybę ir standartines sąlygas, vadinama operatoriaus  $\hat{A}$  tikrine funkcija, o dydis  $A_i$  – šią tikrinę funkciją atitinkanti operatoriaus tikrinė vertė.

Žinomam operatoriui  $\hat{A}$  (4.5.12) lygybė yra funkcijos  $\Psi_i$  lygtis, kurioje dydis  $A_i$  yra lygties parametras. Skirtingoms parametru vertėms  $A_1, A_2, A_3, \dots$  gaunami skirtingi lygties sprendiniai

$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$  ir t.t. Jeigu bet kokioms dydžio  $A$  vertėms egzistuoja sprendinys, tai tikrinių verčių spektrą vadiname tolydiniu. Kai sprendinys egzistuoja tik atskiroms dydžio  $A$  vertėms, – tikrinių verčių spektrą vadiname diskretiniu.

Jei dviejų dinaminių kintamųjų operatoriai komutuoja  $\left(\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}\right)$ , tuomet jie turi bendrą tikrinių funkcijų sistemą. Tomis funkcijomis išreikštose būsenose abu dydžiai kartu turi apibrėžtas vertes. Jei operatoriai nekomutuoja  $\left(\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}\right)$ , tai jų tikrinių funkcijų sistemos skirtingos ir neegzistuoja būsenos, kuriose abu dydžiai kartu turi apibrėžtas vertes, t.y. būdingas neapibrėžtumų sąryšis.

Naudojantis kvantinės mechanikos metodais, galima apskaičiuoti kiekvieno dinaminio kintamojo vidutinę vertę, jeigu žinoma sistemos būseną aprašanti banginė funkcija  $\Psi$ . Tarkime, kad reikia rasti dalelės koordinatės  $x$  vidutinę vertę. Iš (4.4.1a) seka, kad  $\Psi^*\Psi dx$  yra tikimybė dalelę aptikti koordinačių intervale nuo  $x$  iki  $x + dx$ . Tuomet koordinatės vidutinė vertė

$$\langle x \rangle = \int x \Psi^* \Psi dx ;$$

čia integruojama visame  $x$  kitimo intervale. Šioje lygybėje  $x$  traktuodami kaip koordinatės operatorių  $\hat{x}$ , ją perrašome šitaip:

$$\langle x \rangle = \int \Psi^* \hat{x} \Psi dx . \quad (4.5.13)$$

ši lygybė taikoma kiekvienam tiesiniam operatoriui  $\hat{A}$ , kuris yra koordinačių bei impulso projekcijų funkcija. Tuomet operatorių atitinkančio fizikinio dydžio  $A$  vidutinė vertė

$$\langle A \rangle = \int \Psi^* \hat{A} \Psi d\tau ; \quad (4.5.14)$$

čia  $d\tau = dx dy \dots$  – visų nepriklausomų kintamųjų diferencialų sandauga.

Visi fizikiniai dydžiai bei jų vidurkiai turi būti realūs dydžiai. Dydžio  $A$  vidurkis  $\langle A \rangle$  yra realus dydis, jei jo operatorius  $\hat{A}$  tenkina lygybę

$$\int \Psi^* \hat{A} \Psi d\tau = \int \Psi \hat{A}^* \Psi^* d\tau . \quad (4.5.15)$$

Visi operatoriai, tenkinantys šią sąlygą, vadinami ermitiniais. Taigi visi dinaminių kintamųjų operatoriai yra tiesiniai ir ermitiniai.



## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname spektro linijos serijomis?
2. Ką vadiname spektriniais termiais?
3. Kas ir kada atrado elektroną?
4. Kas ir kada atrado atomų branduolius?
5. Nusakykite Boro postulatus.
6. Kokiais eksperimentais buvo patvirtinti Boro postulatai?
7. Ką nusako L. de Broilio hipotezė?
8. Nusakykite Heizenbergo neapibrėžtumų ryšius.
9. Kokios yra banginės funkcijos standartinės sąlygos?
10. Ką vadiname operatoriumi?
11. Kokia yra operatorių komutacijos prasmė?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Ar komutuoja operatoriai  $\hat{A} = x$  ir  $\hat{B} = \frac{d}{dx}$ ?

Sprendimas. Tuo įsitikinsime atlikę veiksmus:

$$\begin{aligned}\hat{A}\hat{B}f(x) &= x \frac{d}{dx} f(x) = x \frac{df(x)}{dx}, \\ \hat{B}\hat{A}f(x) &= \frac{d}{dx} xf(x) = f(x) + x \frac{df(x)}{dx}.\end{aligned}$$

Šių lygybių dešinėsios pusės nelygios, todėl nelygios ir kairiosios pusės, o tai reiškia, kad operatoriai nekomutuoja.

2. Apskaičiuokite elektrono, pagreitinto elektrinio lauko, kurio potencialų skirtumas  $\Delta\varphi = 700\text{ kV}$ , de Broilio bangos ilgį  $\lambda$ .

Sprendimas. De Broilio bangos ilgis išreiškiamas šitaip:

$$\lambda = \frac{h}{p};$$

čia  $h$  – Planko konstanta;  $p$  – elektrono impulsas.

Elektrono, pagreitinto elektrinio lauko, kurio potencialų skirtumas  $\Delta\varphi$ , kinetinė energija

$$W_k = e\Delta\varphi = 0.7\text{ MeV},$$

o elektrono rimties energija  $W_0 = m_0c^2 = 0.51\text{ MeV}$ , t.y. elektrono impulsui taikome reliatyvistinę išraišką

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{W_k(W_k + 2W_0)}.$$

Tuomet

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{hc}{\sqrt{W_k(W_k + 2W_0)}} = \frac{6.625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 7 \cdot 10^5 (1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 7 \cdot 10^5 + 2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2)}} m = \\ &= 1.13 \cdot 10^{-12} m = 1.13\text{ pm}.\end{aligned}$$

3. Elektronų pluoštelis elektroniniame vamzdyje pagreitinamas elektrinio lauko, kurio potencialų skirtumas  $0.5\text{ kV}$ . Impulso neapibrėžtumas yra lygus 0.1% jo vertės. Apskaičiuokite elektrono koordinatės neapibrėžtumą.

Sprendimas. Pagal neapibrėžtumo sąryšį:

$$\begin{aligned}\Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p_x} &\geq \frac{\hbar}{0.001 p_x} = \frac{\hbar}{0.001 \sqrt{2mW_k}} = \frac{\hbar}{0.001 \sqrt{2me\Delta\varphi}} = \frac{1.054 \cdot 10^{-34}}{0.001 \sqrt{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 500}} m = \\ &= 0.85 \cdot 10^{-8} m.\end{aligned}$$

## 4.6 Šrėdingerio lygtis

Fundamentalūs gamtos dėsniai ir juos išreiškiančios lygtys užrašomos remiantis postulatais. Išsprendę svarbiausią kvantinės mechanikos lygtį, gauname dalelės ar dalelių sistemos būseną aprašančią banginę funkciją. Tai, kad sprendimo rezultatas yra funkcija, o ne skaičius, rodo, jog ši lygtis turi būti diferencialinė. Ją 1926 m. postulato E.Šrėdingeris, todėl ji vadinama *bendraja Šrėdingerio lygtimi*. Ji užrašoma šitaip:

$$\hat{H} \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}; \quad (4.6.1)$$

čia  $i$  – menamasis vienetas, o  $\hat{H}$  – Hamiltono operatorius. 1933 m. E.Šrėdingeris už kvantinės mechanikos sukūrimą apdovanotas Nobelio premija. Pasinaudoję  $\hat{H}$  (4.5.10) išraiška, bendrąją Šrėdingerio lygtį perrašome šitaip:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + V \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}; \quad (4.6.2)$$

čia  $\Delta$  – Laplaso operatorius. Taigi Šrėdingerio lygtis yra postuliuota antrosios eilės diferencialinė lygtis. Išsprendus šią lygtį gauti rezultatai sutampa su eksperimentiniais duomenimis, taigi patvirtina kvantinės mechanikos postulatus.

Fizikos svarbūs atvejai, kai dalelės juda stacionariųjų jėgų lauke. Tuomet (4.6.2) lygtyje esantis dydis  $V = V(x, y, z)$  yra dalelės potencinė energija, kuri nuo laiko tiesiogiai nepriklauso. Šitokia dalelės būsena vadinama stacionariąja. Šiuo atveju (4.6.2) lygties sprendinį galima užrašyti dviejų funkcijų sandauga:

$$\Psi = \psi(x, y, z)\varphi(t); \quad (4.6.3)$$

čia viena jų ( $\psi$ ) priklauso nuo dalelės padėties, o kita ( $\varphi$ ) – nuo laiko. Laplaso operatorius  $\Delta$  veikia tik funkciją  $\psi$ , o operatorius  $\frac{\partial}{\partial t}$  – tik  $\varphi$ , iš (4.6.3) ir (4.6.2) gauname:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \varphi \Delta \psi + V \psi \varphi = i\hbar \psi \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$

Šią lygybę padaliję iš sandaugos  $\psi \varphi$ , ją perrašome šitaip:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \psi}{\psi} + V = i\hbar \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (4.6.4)$$

Pastarosios lygybės kairėje pusėje esančios funkcijos  $\psi$  ir  $V$  priklauso tik nuo koordinatų, o dešinėje esanti funkcija  $\varphi$  – tik nuo laiko. Ši lygybė turi galioti bet kuriuo laiko momentu, bet kuriame erdvės taške. Šitaip gali būti tik tuomet, kai abi lygybės pusės lygios tai pačiai konstantai  $W$ . Taigi (4.6.4) lygybę galima užrašyti šitokiomis dviem lygtimis:

$$i\hbar \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = W \quad (4.6.5)$$

ir

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \psi}{\psi} + V = W.$$

Iš čia

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + (W - V)\psi = 0,$$

arba

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - V)\psi = 0. \quad (4.6.6)$$

Sudedami ar atimami tik tais pačiais vienetais matuojami dydžiai, todėl konstanta  $W$  reiškia energiją. Jeigu dalelės potencinė energija  $V = 0$ , tuomet  $W$  yra jos kinetinė energija, kuri sutampa su laisvosios dalelės pilnutine energija. Iš čia seka, kad  $W - V$  yra kinetinė, o  $W$  – pilnutinė energija. (4.6.6) lygtį galima perrašyti šitaip:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V\psi = W\psi. \quad (4.6.6a)$$

Iš (4.5.10), (4.5.12) bei (4.6.6a) seka, kad pastaroji lygtis yra nagrinėjamos dalelės Hamiltono operatoriaus tikrinių verčių lygtis:

$$\hat{H} \psi = W\psi.$$

(4.6.6) arba (4.6.6a) lygtis vadinama stacionariąja Šredingerio lygtimi. Ji užrašyta banginės funkcijos  $\Psi$  koordinatų dedamajai  $\psi$ .

(4.6.5) lygtyje atskyrę kintamuosius, gauname pirmos eilės homogeninę diferencialinę lygtį

$$\frac{\partial \varphi}{\varphi} = -i \frac{W}{\hbar} \partial t.$$

Vienas šios lygties sprendinių yra funkcija

$$\varphi = e^{-i \frac{W}{\hbar} t}. \quad (4.6.7)$$

Todėl stacionariojoje būsenoje esančios dalelės pilnoji banginė funkcija užrašoma šitaip:

$$\Psi = \psi(x, y, z) e^{-i \frac{W}{\hbar} t} . \quad (4.6.8)$$

Ši funkcija turi tenkinti ne tik normuotumo ir standartines sąlygas, bet ir kiekvienam uždaviniui savitas kraštinės sąlygas.

Stacionariems atvejams dalelės aptikimo tikimybės tankį, galima perrašyti šitaip:

$$\Psi \Psi^* = \psi \cdot e^{-i \frac{W}{\hbar} t} \psi^* \cdot e^{i \frac{W}{\hbar} t} = \psi \psi^* . \quad (4.6.9)$$

Taigi stacionariuose uždaviniuose dažniausiai nagrinėjama tik banginės funkcijos koordinačių dedamoji  $\psi$ .

#### 4.7 Laisvosios dalelės judėjimas

*Dalelė, kurios neveikia jėgų laukas, vadinama laisvąja.* Tokios dalelės potencinė energija  $V = \text{const}$ , ir ją patogiu laikyti lygia 0. Taigi šis uždavinys yra stacionarusis ir jam tinka (4.6.6) Šrėdingerio lygtis bei (4.6.8) jos sprendinys. Kad būtų paprasčiau spręsti uždavinį, tarkime, kad  $m$  masės dalelė juda išilgai ašies  $Ox$ . Tuomet funkcija  $\psi = \psi(x)$ . (4.6.6) lygtį perrašome šitaip:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} W \psi = 0 ; \quad (4.7.1)$$

čia  $W$  – laisvai judančios dalelės kinetinė energija. Šią lygtį tenkina funkcijos

$$\psi_1 = A \sin kx \text{ ir } \psi_2 = B \cos kx ;$$

čia  $A$  ir  $B$  – tam tikros konstantos, o

$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} W} . \quad (4.7.2)$$

Taigi funkcijos  $\psi_1$  ir  $\psi_2$  yra (4.7.1) lygties daliniai sprendiniai. Šios lygties bendrasis sprendinys užrašomas šitaip:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = A \sin kx + B \cos kx , \quad (4.7.3)$$

arba kompleksiniu pavidalu:

$$\psi = \tilde{A} e^{ikx} + \tilde{B} e^{-ikx} ; \quad (4.7.4)$$

čia  $\tilde{A}$  ir  $\tilde{B}$  – nuo  $A$  ir  $B$  priklausančios kompleksinės konstantos. Tuomet, atsižvelgus į (4.6.8) ir (4.6.7), laisvai judanti dalelė aprašoma šitokia pilnaja bangine funkcija:

$$\Psi = \psi \cdot \varphi = \tilde{A} e^{i\left(\frac{W}{\hbar}t - kx\right)} + \tilde{B} e^{-i\left(\frac{W}{\hbar}t + kx\right)}. \quad (4.7.5)$$

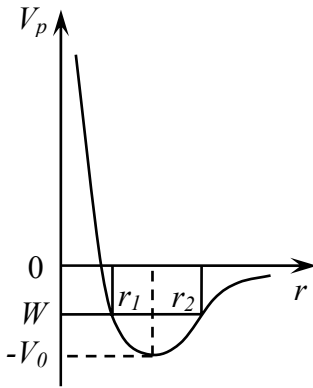
Šios lygybės pirmasis narys aprašo plokščią monochromatinę bangą, sklindančią ašies  $Ox$  teigiamąją kryptimi. Šios de Broilio bangos ciklinis dažnis  $\omega = \frac{W}{\hbar}$ , o  $k$  – jos bangos skaičius.

Antrasis narys atitinka tokią pat, tik priešinga kryptimi sklindančią bangą. (4.7.5) lygybė turi prasmę bet kokioms teigiamoms dydžio  $W$  vertėms, t.y. *dalelės energija nekvantuota*.

Monochromatinės de Broilio bangos ilgis  $\lambda$  ir su juo susietas impulsas  $p_x$  yra tiksliai apibrėžti. Todėl  $\Delta p_x = 0$ . Dalelei judant išilgai ašies teigiamąją kryptimi, tikimybės aptikti dalelę tankis  $\psi\psi^* = |A|^2$  yra vienodas bet kuriame ašies taške. Dalelės koordinatės neapibrėžtumas  $\Delta x = \infty$ . Šitokia išvada išplaukia iš Heizenbergo nelygybės.

#### 4.8 Dalelė potencialo duobėje

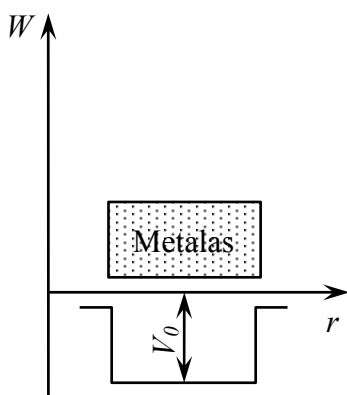
Dalelės potencinė energija  $V$  priklauso nuo jos koordinatės. Kai ši energija, kintant dalelės padėčiai erdvėje, turi minimalią vertę, sakoma, jog dalelė yra potencialo duobėje. Jos pavyzdžių



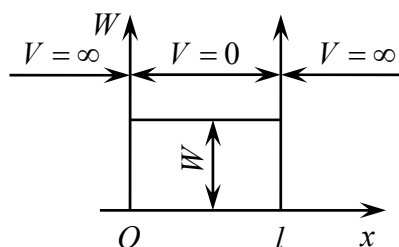
4.5 pav.

galima rasti klasikinėje mechanikoje. Pavyzdžiui, kiekviena mechaninė svyravimų sistema tam tikroje padėtyje turi minimalią potencinę energiją. Į tokios sistemos svyravimą galima žiūrėti kaip į ją sudarančio kūno judėjimą potencialo duobėje.

Su potencialo duobės sąvoka susiduriame nagrinėdami kai kuriuos mikropasaulio reiškinius. Tarkime, kad molekulę vienu metu veikia traukos bei stūmos jėgos, ir jos skirtingai kinta, kintant atstumui  $r$  tarp sąveikaujančių molekulių centrų. Tuomet sąveikos potencinė energija turi minimalią vertę (4.5 pav.). Kinetinės energijos neturinti molekulė yra  $V_0$  gylio potencialo duobės dugne. Čia susitarta nesąveikaujančių molekulių ( $r \rightarrow \infty$ ) potencinę energiją laikyti lygia 0. Kai molekulės kinetinė energija  $W_k < |V_0|$ , tuomet pilnutinė energija  $W_k + V_0 = W$  yra neigiama. Šitokios dalelės koordinatė gali kisti nuo  $r_1$  iki  $r_2$  – sakome, kad molekulė juda potencialo duobėje. Su tokiu jų judėjimu susiduriame nagrinėdami molekulių sąveiką, kūnų sandarą, fazinius virsmus ir kt. Pagal klasikinę metalų laidumo teoriją laisvieji metalo elektronai yra  $V_0$  gylio stačiakampėje potencialo duobėje (4.6 pav.). Duobės gylis turi įtakos elektronų išlaisvinimui iš metalo, fotoefektui, branduoliniams procesams.



4.6 pav.



4.7 pav.

Pradžioje nagrinėsime dalelės vienmatį judėjimą išilgai ašies  $Ox$  potencialo duobėje, kurios plotis  $l$  (4.7 pav.). Čia laikysime, kad  $V(x)=0$ , jei  $0 \leq x \leq l$ , ir  $V(x)=\infty$ , jei  $x < 0$  arba  $x > l$ . Šitokia potencialo duobė vadinama be galo gilia stačiakampe duobe. Kai dalelės pilnutinė energija  $W$  yra baigtinė, tuomet dalelė negali atsikurti šalia duobės, taigi jos koordinatė  $x$  kinta intervale tarp 0 ir  $l$ . Toks apribotas dalelės judėjimas vadinamas finitiniu (baigtiniu). Kadangi uždavinys yra vienmatis ir stacionarusis, tai jam tinka lygtis

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} W\psi = 0 \quad (4.8.1)$$

ir sprendinys

$$\psi = A \sin kx + B \cos kx. \quad (4.8.2)$$

Dalelė juda ribotoje erdvės dalyje ir tikimybė dalelei atsikurti šalia potencialo duobės lygi 0. Taigi ne duobėje dydis  $|\psi|^2 = 0$ , todėl ir pati banginė funkcija  $\psi = 0$ . Kadangi banginė funkcija yra tolydinė, tai ji turi būti lygi 0 ir potencialo duobės kraštuose, t.y.

$$\psi(0) = 0 \text{ ir } \psi(l) = 0. \quad (4.8.3)$$

pastarosios lygybės vadinamos kraštinėmis sąlygomis. Taigi šiuo atveju (4.8.2) funkcija dar turi tenkinti šias abi kraštines sąlygas. Pirmoji kraštinė sąlyga

$$A \sin k0 + B \cos k0 = 0$$

yra tenkinama tik tuomet, kai koeficientas  $B = 0$ . Taigi sprendinys yra paprastesnis:

$$\psi(x) = A \sin kx. \quad (4.8.4)$$

Antroji kraštinė sąlyga

$$A \sin kl = 0$$

tenkinama tik tuomet, kai

$$kl = n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (4.8.5)$$

Taigi, esant fiksuotam potencialo duobės pločiui  $l$ , dalelę aprašantis de Broilio bangos skaičius  $k$  gali turėti tik tam tikras vertes

$$k = \frac{\pi}{l} n. \quad (4.8.5a)$$

Iš (4.7.2) ir (4.8.5a) seka, kad *potencialo duobėje esančios dalelės energija  $W$  yra kvantuota*:

$$W_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2. \quad (4.8.6)$$

Šitaip gauta todėl, kad dalelės judėjimas yra finitinis, ir jį aprašoma stovinčiąja de Broilio banga, kurios ilgis  $\lambda_n$  turi tenkinti sąlygą

$$l = \frac{\lambda_n}{2} n, \text{ arba } \lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Atsižvelgę į de Broilio formulę

$$p = \frac{h}{\lambda_n} = \frac{h}{2l} n,$$

gaunama šitokia judančios dalelės energijos išraiška:

$$W_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{8l^2 m} n^2.$$

Gautoji formulė sutampa su (4.8.6). (4.8.5) ar (4.8.6) lygtyse esantis *koeficientas  $n$  vadinamas kvantiniu skaičiumi. Jis visada sveikasis skaičius ir nusako dalelės būsenos energiją.*

Iš (4.8.5a) ir (4.8.4) gaunama tokia dalelės banginė funkcija:

$$\psi_n = A \sin \frac{\pi n}{l} x. \quad (4.8.7)$$

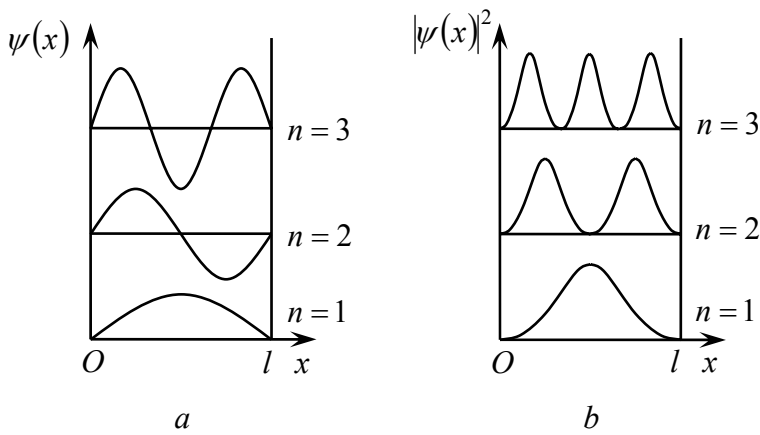
Kiekvieną būseną atitinka skirtinga banginė funkcija  $\psi_n$ . Jos amplitudę  $A$  apskaičiuojame remdamiesi normuotumo sąlyga

$$\int_0^l |\psi(x)|^2 dx = 1 \text{ arba } A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{\pi n}{l} x dx = 1.$$

Suintegravę gauname  $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$ , todėl banginė funkcija

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi \cdot n}{l} x. \quad (4.8.7a)$$

4.8 paveiksle a, parodyta būsenas  $n = 1, 2$  ir 3 atitinkanti banginė funkcija, o b – jos modulio kvadratas  $|\psi|^2$ . Kaip matome paveiksle, potencialo duobėje esančią dalelę aprašančioms de Broilio bangoms tinka abiem galais įtvirtintoje stygoje susidarančių stovinčiųjų bangų atvejais: ilgyje  $l$  telpa sveikasis pusbangių skaičius, be to, kraštuose yra stovinčiosios bangos mazgai. Mažiausios



4.8 pav.

energijos  $W_0 = \frac{h^2}{8\pi l^2}$  būsenoje ( $n=1$ ) didžiausias tikimybės rasti dalelę tankis yra ties duobės viduriu ( $x=l/2$ ), sužadintoje būsenoje ( $n=2$ ) – ties  $x=l/4$  ir  $x=3l/4$ . Taigi didėjant sužadavimo energijai (ir  $n$ ) atstumai tarp gretimų tikimybės

tankio maksimumų mažėja.

Energijų, atitinkančių gretimas kvantinio skaičiaus  $n$  vertes, skirtumas

$$\Delta W_n = W_n - W_{n-1} = \frac{h^2}{8ml^2} [n^2 - (n-1)^2] = \frac{h^2}{8ml^2} (2n-1). \quad (4.8.8)$$

Įvertinkime šį skirtumą skirtingos masės dalelėms, esančioms įvairaus pločio potencialo duobėje, kai dalelės būsenos kvantinis skaičius  $n \gg 1$ . Tarkime, dalelės masė  $m$  yra molekulės masės didumo eilės, t.y. apie  $10^{-26} \text{ kg}$ , o duobės plotis apie  $10 \text{ cm}$ . Tuomet pagal (4.8.8) gauname, kad  $\Delta W_n \approx 10^{-39} \cdot n \text{ J}$ . Šitokio mažo energijų skirtumo neįmanoma užfiksuoti jokiais bandymais. Analogišką rezultatą gautume elektronui ( $m \approx 10^{-30} \text{ kg}$ ), judančiam tokio pat didumo potencialo duobėje (pvz., laisvasis elektronas metale). Čia  $\Delta W_n \approx 10^{-35} \cdot n \text{ J}$ . Taigi nors dalelės energija čia yra kvantuota, jos diskretiškumo bandymai nerodo ir jos judėjimui galima taikyti klasikinę fiziką.

Visai kitaip gauname elektronui, esančiame atomo matmenų eilės ( $l \approx 10^{-10} \text{ m}$ ) potencialo duobėje. Šiuo atveju  $\Delta W_n \approx 10^{-17} \cdot n \text{ J} \approx 10^2 \cdot n \text{ eV}$  energijos diskretiškumas gana ryškus ir kvantiniai reiškiniai lengvai pastebimi. Mikrodalelėms kvantiniai reiškiniai būdingi tik tuomet, kai juos nusakantys veikimo dimensijos (*energijos* × *laiko*) yra Planko konstantos  $h$  didumo eilės. Tuomet jiems būtina taikyti kvantinę mechaniką. Priešingu atveju gerai tinka klasikinė fizika. Pavyzdžiui iš (4.8.6) ir (4.8.8) formulių sekantis dydis

$$\frac{\Delta W_n}{W_n} \approx \frac{2}{n},$$



kai  $n$  vertės labai didelės, artėja prie 0. Tuo atveju energijos diskretiškumo galima nepaisyti. N.Boras suformulavo tokį postulatą: didelių kvantinių skaičių atveju kvantinės fizikos išvados sutampa su klasikinės fizikos išvadomis. Šis teiginys dar vadinamas Boro atotykio principu.

Trimatėje stačiakampėje potencialo duobėje esančios dalelės būseną aprašo banginė funkcija

$$\psi(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{l_1 l_2 l_3}} \sin\left(\frac{\pi n_1}{l_1} x\right) \sin\left(\frac{\pi n_2}{l_2} y\right) \sin\left(\frac{\pi n_3}{l_3} z\right); \quad (4.8.9)$$

čia  $n_i = 1, 2, 3, \dots$  – kvantiniai skaičiai.

Dalelės energija išreiškiama šitaip:

$$W_{n_1 n_2 n_3} = \frac{h^2}{8m} \left( \frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2} + \frac{n_3^2}{l_3^2} \right). \quad (4.8.10)$$

Taigi trimatėje potencialo duobėje dalelės energija yra kvantuota, tačiau ji jau priklauso nuo trijų kvantinių skaičių.

(4.8.9) banginės funkcijos išraiškoje yra 3 kvantiniai skaičiai. Jeigu bent vieno jų vertė pakeičiama, tai banginė funkcija aprašo jau naują sistemos būseną. Tie patys kvantiniai skaičiai yra ir dalelės energijos (4.8.10) išraiškoje. Gali būti taip, kad tam tikra energijos vertė gaunama esant keliems skirtingiems kvantinių skaičių rinkiniams. Kvantinė sistema energijos požiūriu laikoma *išsigimusia*, jeigu ji gali būti skirtingose būsenose turėdama tą pačią energiją. Būsenų skaičius, atitinkantis tą energijos vertę, vadinamas *išsigimimo laipsniu*.

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname stacionariąja būsena?
2. Ką gauname sprendami Šredingerio lygtį?
3. Ką vadiname laisvąja dalele?
4. Ką vadiname potencialo duobe?
5. Ką vadiname tikrine verte ir tikrine funkcija?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Sužadintas elektronas yra vienmatėje  $l = 200 \text{ pm}$  pločio begalinio gylio potencialo duobėje ( $n = 4$ ). Apskaičiuokite tikimybę  $P$  aptikti elektroną pirmajame duobės ketvirtadalyje.

Sprendimas. Tikimybę aptikti elektroną intervale  $x_1 \leq x \leq x_2$

$$P = \int_{x_1}^{x_2} |\psi_n(x)|^2 dx; \quad (1)$$

čia  $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) – duotosios būsenos tikrinė banginė funkcija. Sužadintą būseną  $n = 4$  aprašo tikrinė funkcija

$$\psi_4(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{4\pi}{l} x \quad (2)$$

Įrašę (2) į (1), gauname:

$$P = \frac{2}{l} \int_0^{l/4} \sin^2 \frac{4\pi}{l} x dx.$$

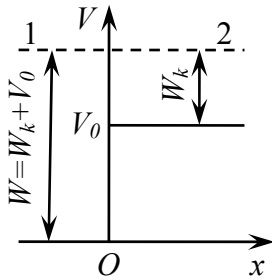
Pakeitę  $\sin^2 \frac{4\pi}{l} x = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{8\pi}{l} x \right)$ , gauname:

$$P = \frac{1}{l} \left[ \int_0^{l/4} dx - \int_0^{l/4} \cos \frac{8\pi}{l} x dx \right] = \frac{1}{l} \left[ \frac{l}{4} - \frac{1}{8\pi} \sin \frac{8\pi}{l} x \right]_0^{l/4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8\pi} (\sin 2\pi - \sin 0) = 0.25.$$

#### 4.9 Dalelės atspindys ir praėjimas pro potencialinį barjerą

Dalelę veikiančiame jėgų lauke gali būti tokia erdvės sritis, kurioje dalelės potencinė energija yra didesnė negu gretimose erdvės srityse. Tokia erdvės sritis vadinama potencialiniu barjeru.

Apsiribosime vienmačiu dalelės judėjimu išilgai ašies  $Ox$  teigiama kryptimi. Tarkime, dalelės potencinė energija kinta taip, kaip parodyta 4.9 paveiksle:



4.9 pav.

$$V(x) = 0, \text{ jei } x < 0 \text{ ir } V(x) = V_0 \text{ jei } x > 0. \quad (4.9.1)$$

taigi čia turime aukščio  $V_0$  stačiakampį be galo platų potencialinį barjerą.

Nagrinėsime atvejį, kai dalelės pilnutinė energija  $W$  didesnė už dydį  $V_0$ .

Paveiksle taip pat parodyta dalelės kinetinės energijos  $W_k$  priklausomybė

nuo  $x$ . Klasikinės fizikos požiūriu šitokios energijos dalelei pereinant į 2

sritį  $x > 0$ , jos greitis staiga sumažėja, tačiau ji toliau netrukdomai juda ta

pačia kryptimi, t.y. tikimybė jai atsispindėti nuo barjero lygi 0. Kitokią išvadą gauname nagrinėdami

ši judėjimą kvantmechaniniais metodais. Dviejų sričių riboje, kurioje staigiai pakinta dalelės

potencinė energija, de Broilio banga elgiasi lygiai taip pat kaip šviesos banga dviejų aplinkų su

skirtingais lūžio rodikliais sandūroje. Todėl 1 ir 2 sričių riboje ( $x = 0$ ) de Broilio banga iš dalies

atsispindi, iš dalies praeina. Taigi 1 srityje gali egzistuoti de Broilio banga, sklindanti tiek

teigiamąja, tiek neigiamąja ašies  $Ox$  kryptimi, o 2 srityje – tik teigiamąja kryptimi. Užrašykime

abiejose srityse judančiai dalelei Šredingerio lygtį:

$$\frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + k^2 \psi_1 = 0, \text{ jei } x < 0, \quad (4.9.2)$$

$$\frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + \chi^2 \psi_2 = 0, \text{ jei } x > 0; \quad (4.9.2a)$$

čia

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mW} \quad \text{ir} \quad \chi = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(W - V_0)}. \quad (4.9.3)$$

Lygties (4.9.2) sprendinį užrašome šitaip:

$$\psi_1 = \tilde{A}_1 e^{ikx} + \tilde{B}_1 e^{-ikx}; \quad (x < 0) \quad (4.9.4)$$

čia pirmasis dėmuo aprašo dalelę, judančią  $Ox$  teigiamąja kryptimi, o antrasis – jai priešinga. 2 srityje dalelė neturi nuo ko atsispindėti, todėl ji juda tik  $Ox$  teigiamąja kryptimi ir ją aprašo banginė funkcija

$$\psi_2 = \tilde{A}_2 e^{i\chi x}. \quad (4.9.5)$$

$\psi_1$  ir  $\psi_2$  banginėms funkcijoms taškui  $x = 0$  taikome kraštines (standartines) sąlygas:

$$(\psi_1)_{x=0} = (\psi_2)_{x=0} \quad \text{ir} \quad \left( \frac{d\psi_1}{dx} \right)_{x=0} = \left( \frac{d\psi_2}{dx} \right)_{x=0}. \quad (4.9.6)$$

(4.9.4) ir (4.9.5) funkcijoms pritaikę šias sąlygas, banginių funkcijų amplitudėms gauname šitokią lygčių sistemą:

$$\begin{cases} \tilde{A}_1 + \tilde{B}_1 = \tilde{A}_2 \\ ik\tilde{A}_1 - ik\tilde{B}_1 = i\chi\tilde{A}_2 \end{cases} \quad (4.9.7)$$

Išsprendę šią lygčių sistemą  $\tilde{B}_1/\tilde{A}_1$  atžvilgiu, gauname:

$$\frac{\tilde{B}_1}{\tilde{A}_1} = \frac{k - \chi}{k + \chi}. \quad (4.9.8)$$

Dabar, remdamiesi analogija su optika, įvertiname de Broilio bangų atspindžio koeficientą  $R$ . Jis yra lygus atsispindėjusios ir į barjerą kritusios de Broilio bangų amplitudžių modulių santykio kvadratui, t.y.

$$R = \left| \frac{\tilde{B}_1}{\tilde{A}_1} \right|^2 = \left| \frac{k - \chi}{k + \chi} \right|^2; \quad (4.9.9)$$

čia įrašę  $k$  ir  $\chi$  išraiškas, gauname:

$$R = \left( \frac{\sqrt{W} - \sqrt{W - V_0}}{\sqrt{W} + \sqrt{W - V_0}} \right)^2. \quad (4.9.10)$$

Iš šios lygybės seka išvada, kad tikimybė dalelei atsispindėti nuo barjero nelygi nuliui net ir tuomet, kai  $W > V_0$ .

Tuo atveju, kai  $W < V_0$ , dydis

$$\chi = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(W - V_0)} = \frac{i}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - W)} = i\beta; \quad (4.9.11)$$

čia dydis  $\beta$  yra realusis teigiamas skaičius, o  $i$  – menamasis vienetas. Tuomet pagal (4.9.8)

$$R = \left| \frac{k - i\beta}{k + i\beta} \right|^2. \quad (4.9.12)$$

Šio santykio skaitiklio ir vardiklio moduliai yra vienodi ir lygūs  $k^2 + \beta^2$ , todėl  $R = 1$ . Taigi gauname visiškai tikėtiną išvadą – dalelės atsispindėjimo nuo barjero tikimybė lygi 1.

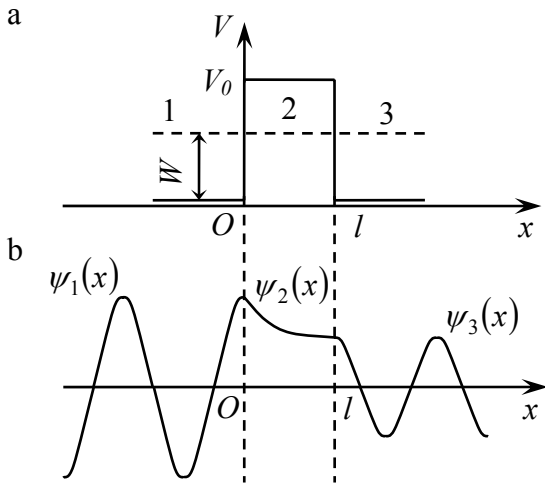
Banginė funkcija 2 srityje

$$\psi_2 = \tilde{A}_2 e^{i\chi x} = \tilde{A}_2 e^{-\beta x}. \quad (4.9.13)$$

Tuomet dalelės aptikimo 2 srityje tikimybės tankis

$$|\psi_2|^2 = \tilde{A}_2^2 e^{-2\beta x} = \tilde{A}_2^2 e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - W)} x}. \quad (4.9.14)$$

Taigi dalelę galima aptikti ir 2 srityje, tačiau, didėjant nuotoliui  $x$ , ši tikimybė eksponentiškai mažėja. Nagrinėjamu atveju dalelė atsispindi nuo barjero nebūtinai ties jo riba ( $x=0$ ), o gali įsiskverbti į 2 sritį ir po to atsispindėti. Šis reiškinys analogiškas optikoje stebimam visiškajam vidaus atspindžiui, kai optiškai retesnėje aplinkoje yra eksponentiškai mažėjančios amplitudės šviesos banga.



4.10 pav.

Dabar nagrinėsime vienmatį dalelės judėjimą ašies  $Ox$  teigiama kryptimi, kai jos potencinė energija kinta taip, kaip parodyta 4.10 paveiksle a:

$$V(x) = 0, \text{ jei } x < 0 \text{ arba } x > l;$$

$$V(x) = V_0, \text{ jei } 0 \leq x \leq l \quad (4.9.15)$$

Šitokį vienmatį potencialinį barjerą vadiname stačiakampiu. Teoriškai įdomiausias atvejis, kai dalelės pilnutinė energija  $W < V_0$ . Pagal klasikinę fiziką šitokios energijos dalelė negali praeiti pro potencialinį barjerą. Nagrinėdami kvantinės mechanikos požiūriu, visą erdvę 4.10 paveiksle

suskirstome į tris sritis ir kiekvienai jų užrašome tris (4.9.2) Šredingerio lygtis bei jų sprendinius:

$$\psi_i = \tilde{A}_i e^{ik_i x} + \tilde{B}_i e^{-ik_i x} \quad (i = 1, 2, 3); \quad (4.9.16)$$

čia (4.9.3) formule nusakyti  $k_1 = k_3 = k$  yra realūs dydžiai, o  $k_2 = \chi = i\beta$  – kompleksinis dydis,  $\tilde{A}_i$  nusako teigiamąja  $Ox$  kryptimi sklindančių bangų amplitudes, o  $\tilde{B}_i$  – atsispindėjusių bangų amplitudes. Trečiojoje srityje de Broilio banga atsispindėti negali, todėl  $\tilde{B}_3 = 0$ . Funkcijos  $\psi_1$  ir  $\psi_3$  yra harmoninės, o  $\psi_2$  – eksponentė (4.10 pav., b). Potencialinio barjero kraštuose  $x=0$  ir  $x=l$ ; jos viena į kitą turi pereiti tolydžiai. Šiems taškams pritaikę (4.9.6) tipo kraštines sąlygas bangų penkioms amplitudėms  $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3, \tilde{B}_1$  ir  $\tilde{B}_2$ , gauname keturias lygtis. Kiekvieną jų padaliję iš  $\tilde{A}_1$ , gausime keturis santykius:  $\tilde{A}_2/\tilde{A}_1, \tilde{A}_3/\tilde{A}_1, \tilde{B}_1/\tilde{A}_1$  ir  $\tilde{B}_2/\tilde{A}_1$ . Teorijos ir praktikos požiūriu bene svarbiausias yra dydis  $\tilde{A}_3/\tilde{A}_1$ . Potencialinį barjerą praėjusios de Broilio bangos amplitudės  $\tilde{A}_3$  ir į jį kritusios bangos amplitudės  $\tilde{A}_1$  modulių kvadratų santykis vadinamas potencialinio barjero skaidrumu

$$D = \left| \frac{\tilde{A}_3}{\tilde{A}_1} \right|^2. \quad (4.9.17)$$

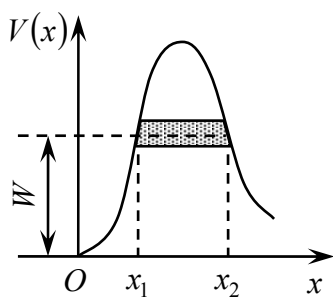
Jis apibūdina dalelės prasiskverbimo pro potencialinį barjerą tikimybę. Išsprendę minėtą lygčių sistemą, gauname:

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - W)} l}. \quad (4.9.18)$$

Iš (4.9.18) sąryšio aišku, kad mikrodalelės, kurios energija mažesnė už potencialinio barjero aukštį, prasiskverbimo tikimybė sparčiai didėja, mažėjant barjero aukščiui  $V_0$  ir jo pločiui  $l$ . Barjero skaidrumas didelis, kai (4.9.18) eksponentės laipsnio rodiklis

$$\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - W)} l \approx 1. \quad (4.9.19)$$

Pavyzdžiui, kai elektrono ( $m \approx 10^{-30} \text{ kg}$ )  $V_0 - W = 10 \text{ eV}$ , ši sąlyga tinka potencialiniam barjerui,



4.11 pav.

kurio plotis  $l = 10^{-10} \text{ m}$ , t.y. atomo matmenų eilės. Tuomet  $D \approx \frac{1}{e}$ .

Tačiau  $10^{-2} \text{ m}$  pločio barjero skaidrumas yra nykstamai mažas ( $D \approx e^{-10^8}$ ).

Praktiškai susiduriama ne su stačiakampiais, o sudėtingesnės formos potencialiniais barjeriais (4.11 pav.). Tuomet gaunama tokia potencialinio barjero skaidrumo įvertinimo formulė:

$$D \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(V(x)-W)} dx} ; \quad (4.9.20)$$

čia  $x_1$  ir  $x_2$  – dalelės, kurios pilnutinė energija  $W$ , potencialinio barjero pradžios ir pabaigos koordinatės. Jeigu  $V = \text{const}$ , ši formulė sutampa su (4.9.18).

Pagal klasikinę fiziką dalelė, kurios pilnutinė energija  $W < V_0$ , negali prasiskverbti pro potencialinį barjerą, nes dalelei patekus į barjero sritį, jos potencinė energija turėtų būti didesnė už jos turėtą pilnutinę energiją. Todėl mikrodalelės, kurios  $W < V_0$ , prasiskverbimas pro jį yra grynai kvantmechaninis reiškinys ir vadinamas tuneliniu efektu (tuneliniu reiškiniu). Kvantinės mechanikos požiūriu čia jokio paradokso nėra. Link potencialinio barjero laisvai judanti mikrodalelė turi visiškai apibrėžtus impulsą ir energiją. Tačiau barjero srityje laiko tarpą  $\tau$  ji veikiama jėgų lauko ir  $\vec{E}$ , remiantis neapibrėžtumų nelygybe, jos energija pasidaro neapibrėžta dydžiu  $\Delta W \sim \frac{\hbar}{\tau}$ .

Labai siauram potencialiniam barjerui sąveikos laikas  $\tau$  yra toks mažas, kad energijos neapibrėžtumas  $\Delta W$  gali būti barjero aukščio eilės. Tuomet mikrodalelės perėjimas į potencialinio barjero kitą pusę neatrodo paradoksaliai.

Tuneliniu efektu galima paaiškinti šaltąją elektronų emisiją (autoelektroninę emisiją), atomų ar molekulių jonizaciją elektriniame lauke (autojonizaciją), dviejų puslaidininkių sandūros reiškinius, branduolių  $\alpha$  irimo bei termobranduolinės sintezės reiškinius.

Nuo potencialinio barjero atsispindėjusios de Broilio bangos ir į jį kritusios amplitudžių modulių kvadratų santykis  $R = \left| \frac{\tilde{B}_1}{\tilde{A}_1} \right|^2$  apibūdina dalelės atspindžio nuo barjero tikimybę, ir vadinamas atspindžio koeficientu. Potencialinio barjero skaidrumo ir atspindžio koeficientus sieja lygybė:

$$R + D = 1. \quad (4.9.21)$$

Dalelės atsispindėjimo požiūriu ypač įdomus atvejis, kai  $W > V_0$ . Tuomet pagal klasikinę fiziką dalelė praeina virš barjero ( $R = 0$ ), o pagal kvantinę mechaniką gauname, kad dydis  $R \neq 0$ , t.y. mikrodalelė nuo potencialinio barjero gali atsispindėti.

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname potencialo barjeru?
2. Ką vadiname tuneliniu reiškiniu?
3. Nuo ko priklauso potencialo barjero skaidrumas?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1.  $E = 5eV$  energijos elektronas ir protonas savo kelyje sutinka  $U = 10eV$  aukščio ir  $l = 1pm$  pločio stačiakampį potencialinį barjerą. Apskaičiuokite dalelių prasiskverbimo pro šį barjerą tikimybių santykį.

Sprendimas. Dalelės prasiskverbimo pro potencialinį barjerą tikimybė nusakoma potencialinio barjero skaidrumu:

$$P = D,$$

$$D = D_0 e^{-\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}}. \quad (1)$$

čia  $D_0 = 1$ ;  $m$  – dalelės masė.

Remiantis (1) formule, ieškomasis tikimybių santykis išreiškiamas šitaip:

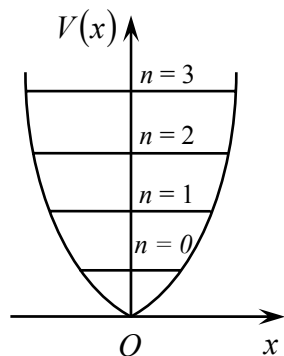
$$\frac{P_e}{P_p} = \frac{e^{-\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m_e(U-E)}}}{e^{-\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m_p(U-E)}}} = e^{\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2(U-E)} (\sqrt{m_p} - \sqrt{m_e})} = e^{\frac{2 \cdot 10^{-12}}{1.054 \cdot 10^{-34}} \sqrt{2(16-8)} (19 - \sqrt{1.672 \cdot 10^{-27}} - \sqrt{9.11 \cdot 10^{-31}})} = 2.6.$$

### 4.10 Tiesinis osciliatorius

*Osciliatorius yra bet kokia fizikinė (mechaninė, elektromagnetinė, kvantinė) sistema, virpanti apie pusiausvyros padėtį.* Osciliatorius, kurio virpesiai aprašomi tiesine diferencialine lygtimi, vadinamas tiesiniu.

Dažnai fizikiniams reiškiniams paaiškinti naudojame osciliatoriaus modelį. Pavyzdžiui, osciliatoriaus įvaizdžiais rėmėmės optikoje, aiškindami šviesos sklaidą ir absorbciją, dispersiją arba absoliučiai juodo kūno spinduliavimą bei kitus reiškinius.

Mechaninį osciliatorių sudaro  $m$  masės dalelė, veikiamą tampriosios ar kvazitampriosios jėgos, grąžinančios sistemą į pusiausvyros padėtį. Tiesinio mechaninio osciliatoriaus grąžinančioji jėga proporcinga nuotoliui  $x$  nuo pusiausvyros padėties, t.y.  $F = -kx$ . Dėl to tiesinis osciliatorius virpa harmoningai. Jo potencinė energija:



4.12 pav.

$$V = \frac{kx^2}{2} \quad (4.10.1)$$

priklauso tik nuo nuotolio  $x$  (4.12 pav.), o nuo laiko tiesiogiai nepriklauso. Taigi harmoningai virpančios dalelės potencinė energija turi minimalią vertę (kai  $x = 0$ ), todėl čia vyksta finitinis judėjimas potencialo duobėje. Šitokio osciliatoriaus savasis virpesių dažnis

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (4.10.2)$$

Iš čia išreikštą  $k$  įrašę į (4.10.1), gauname šitokią tiesinio osciliatoriaus potencinės energijos išraišką:

$$V = \frac{4\pi^2 m \nu^2}{2} x^2. \quad (4.10.3)$$

Šitokio osciliatoriaus Hamiltono operatorius yra

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{4\pi^2 m \nu^2}{2} x^2. \quad (4.10.4)$$

Tuomet stacionarioji Šrėdingerio lygtis užrašoma šitaip:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( W - \frac{4\pi^2 m \nu^2}{2} x^2 \right) \psi = 0. \quad (4.10.5)$$

Esant tik tam tikroms diskretinėms osciliatoriaus pilnutinės energijos vėrtėms

$$W_V = \left( v + \frac{1}{2} \right) h\nu, \quad (v = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.10.6)$$

egzistuoja standartines sąlygas tenkinantys (4.10.5) lygties sprendiniai. Parametras  $\nu$  vadinamas vibraciniu kvantiniu skaičiumi. Tiesinio osciliatoriaus energijos lygmenys vienodai nutolę vienas nuo kito (4.12 pav.).

Kvantinio osciliatoriaus sąvoka yra svarbi kietojo kūno fizikai, elektromagnetiniam spinduliavimui, molekulių vibraciniams spektrams ir kt. Bandymai rodo, kad kristalo atomų virpėjimo sąlygojama šviesos sklaida net labai žemoje temperatūroje ( $T \rightarrow 0$ ) neišnyksta, taigi neišnyksta ir atomo virpesiai. Tai sutampa su kvantinės mechanikos teorine išvada. Kaip seka iš (4.10.6) lygties, kvantinio tiesinio osciliatoriaus minimali energijos vėrtė gaunama, kai  $v = 0$ , ir ji atitinkamai lygi:

$$W_0 = \frac{1}{2} h\nu. \quad (4.10.7)$$

Jinai vadinama osciliatoriaus nuline energija. Pagal kvantinę mechaniką nulinė energija yra mikrodalelės korpuskulinio banginio dualumo išvada.

Kvantinė sistema gali pereiti iš vienos stacionariosios būsenos į kitą. Šitoks perėjimas vadinamas kvantiniu šuoliu. Kvantinėje mechanikoje apskaičiuojama jų tikimybė. Tie šuoliai, kurių tikimybė yra didelė, vadinami leistiniais, o kurių tikimybė maža ar net lygi 0 – draustiniais. Tiesiniam osciliatoriui leistini spinduliniai šuoliai tik tarp gretimų lygmenų: tuomet  $\nu$  pakinta vienetu, t.y.

$$\Delta \nu = \pm 1 \quad (4.10.8)$$



Tokios kvantiniamis šuoliams keliamos sąlygos vadinamos atrankos taisyklėmis. Jos susijusios su kvantinės mechanikos tvermės dėsniais. Iš (4.10.6) ir (4.10.8) seka, kad tiesinis osciliatorius gali spinduliuoti tik vieno dažnio fotonus.

## 5. Kvantinės statistikos pradmenys

### 5.1 Klasikinė ir kvantinė statistika

Statistinė fizika tiria makroskopines termodinamines sistemas, sudarytas iš milžiniško skaičiaus dalelių. Jos uždavinys yra nustatyti dalelių tikimiausius skirstinius pagal greičius, energijas ir pan. Skirstinių pobūdis arba nepriklauso, arba priklauso nuo dalelių prigimtinių savybių. Pirmuoju atveju statistika vadinama *klasikine*. Klasikinės statistikos pavyzdžiais gali būti idealioms dujoms taikomi Maksvelio ir Bolcmano skirstiniai. Šie skirstiniai nepriklauso nuo dujų prigimties, t.y. nuo jų cheminės sudėties.

Tačiau paaiškėjo, kad medžiagų kondensuotame būvyje savybėms aprašyti klasikinė statistika netinka. Čia išryškėja sistemą sudarančių *dalelių prigimtis bei kvantiniai dėsningumai*, o sistemos statistika vadinama *kvantine*. Kvantinės statistikos ypatumus nulemia Heizenbergo, Paulio ir dalelių tapatumo principai.

Dalelių prigimtis apibūdinama jų mase, krūviu bei sukiniu. Sukinį aprašysime 6.4 ir 9.2 skirsniuose. Čia tik paminėsime, jog sukinio vertė apibūdinama sukinio kvantiniu skaičiumi  $s$ . Kvantinėje statistikoje dalelės suskirstomos į dvi grupes. Suskirstymas atliekamas pagal dalelių sukinų kvantinį skaičių. Dalelės, kurių dydis  $s$  yra *pusinis* ( $s = 1/2, 3/2, \dots$ ), vadinamos *fermijonais*, o jų sistemą – *Fermio dujomis*. Šiai grupei priklauso elektronai, protonai, neutronai, neutrinai ir jų antidalelės. Fermio dujų savybes aprašančią statistiką vadina *Fermio ir Dirako* vardu.

Dalelės, kurių sukininis kvantinis skaičius yra 0 arba sveikas skaičius ( $s = 1, 2, \dots$ ), vadinamos *bozonais*, o jų statistika – *Bozės ir Einšteino*. Labiausiai paplitę bozonai yra fotonai ir kietųjų kūnų kvazidalelės – fononai.

Sudėtingų darinių (pvz., branduolių, atomų elektroninių apvalkalų ir pan.) sukinys priklauso nuo darinį sudarančių dalelių skaičiaus ir nuo jų prigimties. Jei dalelių sukinio kvantinis skaičius yra sveikas arba pusinio sukinio dalelių skaičius yra lyginis, tuomet darinys bus bozonas. Darinys, sudarytas iš nelyginio fermionų skaičiaus, bus fermionu.

### Kontroliniai klausimai

1. Kokios dalelės vadinamos fermijonais, bozonais?
2. Kaip nustatomas darinio statistikos tipas?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Nustatykite  ${}^4_2\text{He}$  ir  ${}^3_2\text{He}$  izotopų statistikos tipą.

Helio izotopas  ${}^4_2\text{He}$ , sudarytas iš 2-jų protonų (p), 2-jų neutronų (n) ir 2-jų elektronų (e), yra bozonas; izotopas  ${}^3_2\text{He}$  (2p, 1n, 2e) – fermionas.

### 5.2 Fazinė erdvė

Makroskopinės sistemos savybėms aprašyti plačiai naudojama fazinės erdvės sąvoka.

Apibrėžkime ją. Klasikinėje mechanikoje dalelės būseną nusako padėties vektoriumi  $\vec{r}(x, y, z)$  ir impulsu  $\vec{p}(p_x, p_y, p_z)$ . Koordinatės  $x, y, z$  ir impulso projekcijos  $p_x, p_y, p_z$  vadinami *mikroskopiniais parametrais*. Abstrakti erdvė, kurios koordinatėmis yra dalelės mikroskopiniai parametrai, vadinama *fazine erdve*. Vienos dalelės fazinė erdvė yra *šešiamatė* ir vadinama  $\mu$  *erdve*.  $\mu$  erdvėje dalelės būseną  $(x, y, z, p_x, p_y, p_z)$  vaizduojama vienu tašku, kuris vadinamas *faziniu tašku*. Mikroskopiniai parametrai yra laiko funkcijos. Todėl būseną vaizduojantis fazinis taškas juda ir  $\mu$  erdvėje brėžia *fazinę kreivę*.  $\mu$  erdvėje  $N$  nesąveikaujančių dalelių būseną nusako  $N$  fazinių taškų rinkiniu, o visos sistemos būsenos kitimą aprašo  $N$  fazinių kreivių.

Tačiau iš  $N$  dalelių sudarytą sistemą dar galima aprašyti kitaip. Imamas  $6N$  kintamųjų rinkinys, kurį sudaro  $3N$  koordinatės bei  $3N$  judesio kiekio projekcijos. Šitokia  $6N$ -*matė* fazinė erdvė vadinama  $\Gamma$  *erdve*. Joje dalelių būseną atvaizduojama vienu tašku, o būsenos kitimą – vienaazine kreivė. Mes naudosime  $\mu$  erdvę.

Fazinės erdvės *elementarusis tūris* apibrėžiamas šitaip

$$d\gamma = dx dy dz dp_x dp_y dp_z, \quad (5.2.1)$$

čia  $dx, dy, dz$  – yra dalelių erdvinių koordinačių, o  $dp_x, dp_y, dp_z$  – impulso projekcijų pokyčiai. Dalelės fazinės erdvės tūris lygus elementarių tūrių (5.2.1) integralui. Tarkime, kad sistemos dalelės nesąveikauja ir jų neveikia išorinis laukas. Tokios dalelės vadinamos *laisvosiomis*, o jų impulsai nepriklauso nuo jų erdvinių koordinačių. Šiuo atveju integravimą koordinatėmis ir impulso projekcijomis galima atskirti. Tuomet fazinės erdvės tūris

$$\gamma = \gamma_V \gamma_p = V \iiint_{(p)} dp_x dp_y dp_z = V \gamma_p \quad (5.2.2)$$

Čia dydis  $\gamma_V = \int_{(V)} dx dy dz = V$  yra sistemos geometrinės erdvės tūris, o  $\gamma_p$  – viendalelės impulsų erdvės tūris.

Klasikinėje mechanikoje dalelės mikrobūsena kinta tolydžiai, o dydžio  $\gamma$  tūryje bus be galo daug vaizduojamų taškų (būsenų). Šioje mechanikoje izoliuotos dalelės būseną ir fazinę kreivę galima tiksliai apskaičiuoti.

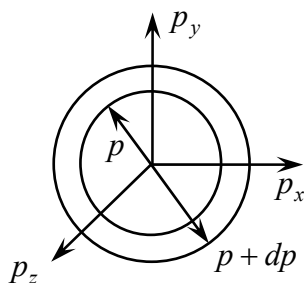
Dalelės judėjimas sistemoje yra netvarkingas. Jos fazinę kreivę apskaičiuoti neįmanoma, todėl dinaminis judėjimo aprašymas pakeičiamas tikimybinio. Tam fazinė erdvė padalijama į vienodo dydžio  $\Delta\gamma_0$  narvelius. Narvelio tūrio dydis išplaukia iš elementaraus tūrio (5.2.1) apibrėžimo bei kvantinės mechanikos dėsnių. Kvantinėje mechanikoje dalelės koordinatės ir impulso projekcijos yra susieti ir neapibrėžti dydžiai. Neapibrėžtumai yra baigtiniai, jiems taikomas Heizenbergo neapibrėžtumo principas. (5.2.1) išraiškoje pakeitę nykstamai mažus dydžius į baigtinius ir pritaikę Heizenbergo principą, gauname tokį neapibrėžtą narvelio tūrį

$$\Delta\gamma_0 = \Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \geq h^3. \quad (5.2.3)$$

Dalelių banginės savybės neleidžia išskirti dviejų būsenų  $x, y, z, p_x, p_y, p_z$  ir  $x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, p_x + \Delta p_x, p_y + \Delta p_y, p_z + \Delta p_z$ , jei narvelio tūris  $\Delta\gamma_0 < h^3$ . Dalelės skirtingoms būsenoms atitiks skirtingi narveliai tik tuo atveju, jei narvelio tūris yra ne mažesnis už  $h^3$ . Todėl kvantinėje statistikoje faziniam narveliui priskiriamas riboto dydžio tūris  $\Delta\gamma_0 = h^3$ . Fazinės erdvės dalis  $\Delta\gamma_0 = h^3$  vadinama *elementariuoju narveliu*, o fazinės erdvės dalijimas į tokius narvelius – fazinės erdvės *kvantavimu*.

Taigi kvantinėje statistikoje dalelės būseną vaizduojama ne tašku, bet dydžio  $\Delta\gamma_0$  fazinės erdvės sritimi. Visi šioje erdvėje esantys taškai vaizduoja tą pačią dalelės mikroskopinę būseną, o dydžio  $\gamma$  fazinės erdvės tūris aprašo  $\gamma/h^3$  skirtingų kvantinių būsenų. Jų skaičius yra ribotas.

Vadinasi klasikinė ir kvantinė statistikos skiriasi dalijant fazinę erdvę į narvelius: klasikinėje statistikoje jie gali būti bet kokio dydžio, o kvantinėje – nemažesni už  $h^3$ . Šis skirtumas yra esminis, nes nuo narvelio dydžio priklauso būsenų skaičius: klasikinėje statistikoje jų skaičius neribojamas, kvantinėje – baigtinis.



5.1 pav.

Apskaičiuokime masės  $m$  dalelės, laisvai judančios tūrio  $V$  inde, užimamą fazinės erdvės tūrį. Dalelės energiją  $W$  ir jos impulsą  $p$  sieja lygybė  $W = p^2/2m$ . Impulsų erdvėje brėžiame (5.1 pav.) spindulio  $p$  ir  $p + dp$  koncentrinis sferinius paviršius. Jų ribojamo sferinio sluoksnio elementarusis tūris  $d\gamma = 4\pi p^2 dp$ . (5.2.2) išraiškoje tūrį  $dp_x dp_y dp_z$  pakeitę į tūrį  $4\pi p^2 dp$  ir suintegravę, gaunam tokį nuo dalelės impulso arba energijos priklausančią fazinės erdvės tūrį

$$\gamma(W) = \frac{4\pi}{3} V p^3 = \frac{4\pi}{3} V (2mW)^{3/2}. \quad (5.2.4)$$

Matome, kad laisvos dalelės fazinis tūris priklauso nuo geometrinės erdvės tūrio ir jos impulso (energijos). Vienas statistinės fizikos uždavinių – dalelių tikimiausio pasiskirstymo narveliuose nustatymas.

## Kontroliniai klausimai

1. Išvardinkite  $\mu$  erdvės fazines koordinatas.
2. Ką vadiname fazine kreive?
3. Kam lygus fazinės erdvės elementarusis tūris?
4. Ką vadiname elementariuoju narveliu?
5. Nuo ko priklauso laisvos dalelės fazinis tūris?

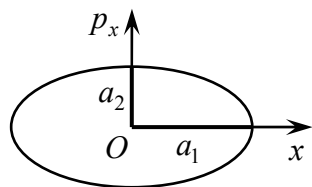
## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Masės  $m$  dalelė juda  $x$  ašimi, veikiama tamprumo jėgos  $F_x = -kx$  ( $k$  – tamprumo koeficientas). Raskite jos fazinę trajektoriją (kreivę) ir fazinės erdvės tūrį.

Šios jėgos veikiama dalelė svyruoja. Tokį vienmatį judėjimą galima aprašyti dviem fazinėmis koordinatėmis: nuokrypiu  $x$  ir impulsu  $p_x$ . Dalelės energija  $W$  lygi kinetinės  $p_x^2/2m$  ir potencinės  $kx^2/2$  energijos sumai:

$$W = p_x^2/2m + kx^2/2. \text{ Šią lygtį galima taip perrašyti}$$

$$\frac{p_x^2}{2mW} + \frac{x^2}{2W/k} = 1.$$



5.2 pav.

Tai yra elipsės lygtis. Taigi taškas dvimatėje fazinėje erdvėje brėžia elipsę, kurios pusašiai  $a_1 = \sqrt{2mW}$  bei  $a_2 = \sqrt{2W/k}$  (5.2 pav.).

Fazinės erdvės tūris (dvimatėje erdvėje – plotas  $S$ ) lygus elipsės ribojamam plotui

$$\gamma = S = \pi \cdot a_1 a_2 = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{k}} W.$$

Harmoningai svyruojančios dalelės energija nekinta, todėl  $\gamma = \text{const}$ .

## 5.3 Būsenų skaičius

Sakykime, dalelės būsenas vaizduojamieji taškai fazinėje erdvėje užima dydžio  $\gamma$  tūrį. Jo vertė priklauso nuo dalelės energijos  $W$ , t.y.  $\gamma(W)$ . Nagrinėsime būsenas, kurių energija kinta labai mažame energijų intervale nuo  $W$  iki  $W + dW$  ( $dW \ll W$ ). Šioms būsenoms atitinka dydžio  $d\gamma(W)$  fazinės erdvės dalis. Galimų būsenų skaičius, tenkantis energijų intervalui  $dW$ , lygus

$$dG(W) = d\gamma(W)/h^3, \quad (5.3.1)$$

o tenkantis dydžio  $W$  energijai, lygus

$$G(W) = \gamma(W)/h^3. \quad (5.3.2)$$

(5.3.1) būsenų skaičių dar galima nusakyti kitaip:

$$dG(W) = g(W)dW \text{ arba } g(W) = \frac{\partial G(W)}{\partial W}. \quad (5.3.3)$$

Dydį  $g(W)$  vadina *viendalelių būsenų tankio funkcija*. Ji lygi būsenų, tenkančių vienetiniam energijų intervalui, skaičiui.

Formulė (5.3.2) nusako klasikinės taškinės dalelės, turinčios tris laisvės laipsnius, būsenų skaičių. Kvantinei dalelei reikia priskirti dar *vidinius laisvės laipsnius*. Vidinis laisvės laipsnių skaičius  $g_s$  lygus dalelės sukinio magnetinio kvantinio skaičiaus  $m_s$  (dydį  $m_s$  apibūdinsime 6.4 skirsnyje) verčių skaičiui:  $g_s = 2s + 1$  (čia  $s$  – dalelės sukinio kvantinis skaičius). Tuomet būsenų skaičius  $g_s$  kartų padidėja, o jų skaičius (5.3.2) ir tankis (5.3.3) bus lygus

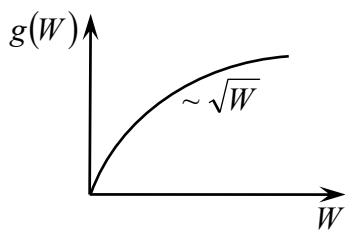
$$G(W) = g_s \frac{\gamma(W)}{h^3}, \quad g(W) = \frac{g_s}{h^3} \frac{\partial \gamma(W)}{\partial W}. \quad (5.3.4)$$

Iš (5.2.4) ir (5.3.4) gauname šitokias laisvosios dalelės būsenų skaičiaus

$$G(W) = \frac{4\pi}{3h^3} g_s V (2mW)^{3/2} \quad (5.3.5)$$

ir būsenų tankio

$$g(W) = \frac{2\pi}{h^3} g_s V (2m)^{3/2} (W)^{1/2} \quad (5.3.6)$$



5.3 pav.

išraiškas. Iš (5.3.5) matome, kad judančios baigtiniame tūryje dalelės būsenų skaičius yra taip pat baigtinis. Dydžio  $g(W)$  priklausomybė nuo energijos pateikta 5.3 paveiksle.

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname būsenų tankio funkcija?
2. kam lygus vidinių laisvės laipsnių skaičius?
3. Nuo ko priklauso būsenų skaičiaus ir tankio vertės?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Dydžio  $V$  tūrį užpildo dažnio  $\nu$  fotonai. Raskite jų būsenų tankio išraišką.

I (5.2.4) įrašę fotono impulso dydį  $p = h\nu/c$  (čia  $c$  – šviesos greitis) gauname

$$\gamma(W) = \frac{4\pi}{3c^3} VW^3;$$

čia  $W = h\nu$  – fotono energija. Fotono sukinys turi dvi projekcijas (jos atitinka horizontalią ir vertikalią elektrinio vektoriaus orientacijas), todėl  $g_s = 2$ . Įrašę  $\gamma(W)$  išraišką į (5.3.4), turėsime

$$g(W) = \frac{8\pi}{h^3 c^3} VW^2.$$

## 5.4 Cheminis potencialas

Termodinaminė sistema apibūdinama būsenos parametrais: tūriu  $V$ , slėgiu  $p$ , temperatūra  $T$ , mase, tankiu ir kt. Proceso eigai aprašyti vartojamos entropijos  $S$  ir cheminio potencialo sąvokos. Apibrėžkime jį.

Termodinaminė sistema, nesikeičianti su aplinka nei energija, nei medžiaga, vadinama *izoliuota*. Jei nesikeičia tik medžiaga, tai ji vadinama *uždara*, o jei keičiasi medžiaga – *atvira*. Žinome, kad uždaros sistemos vidinės energijos elementarusis pokytis  $dU$  lygus suteiktam elementaraus šilumos kiekio  $dQ = TdS$  ir prieš išorines jėgas sistemos atlikto elementaraus darbo  $dA = pdV$  skirtumui:

$$dU = TdS - pdV ; \quad (5.4.1)$$

čia  $dS$  – sistemos entropijos elementarusis pokytis.

Atviros sistemos vidinę energiją dar galima pakeisti keičiant ją sudarančių dalelių skaičių. Priskirkime vienai dalelei dydžio  $\mu$  energiją. Tuomet pakeitus sistemos dalelių skaičių dydžiu  $dN$ , jos vidinės energijos pokytis bus

$$dU = TdS - pdV + \mu dN . \quad (5.4.2)$$

Šilumai izoliuotai ( $dQ = TdS = 0$ , arba  $dS = 0$ ) ir pastovaus tūrio ( $dV = 0$ ) sistemai ši lygtis yra tokia

$$dU = \mu dN , \text{ arba } \mu = \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{S,V} . \quad (5.4.3)$$

Dydis  $\mu$  vadinamas medžiagos cheminiu potencialu. *Cheminis potencialas lygus sistemos vidinės energijos pokyčiui, sistemą pakeitus viena dalele, kai jos entropija ir tūris nekinta.*

Cheminis potencialas nusako nevienalyčių (daugiafazių) sistemų pusiausvyros sąlygą (žr. užd.) ir vartojamas difuzijai, faziniams virsmams, dalelių statistiniams skirstiniams, kontaktiniams ir kt. reiškiniams aprašyti.

### Kontroliniai klausimai

1. Apibrėžkite izoliuotą, uždara ir atvirą sistemas.
2. Kaip galima pakeisti sistemos vidinę energiją?
3. Ką vadiname medžiagos cheminiu potencialu?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Gaukite vienodos temperatūros dviejų skirtingų metalų sąlyčio pusiausvyros sąlygą.

Kiekviename metalė yra laisvųjų elektronų, o jų visuma vadinama elektroninėmis dujomis. Jos sudarys dviejų fazių sistemą. Pažymėkime pirmosios fazės vidinę energiją  $U_1$ , elektronų skaičių  $N_1$ , entropiją  $S_1$ , tūrį  $V_1$  ir cheminį potencialą  $\mu_1$ , o antrosios –  $U_2, N_2, S_2, V_2$  bei  $\mu_2$ . Izoliuotoje sistemoje elektronų skaičius ir vidinės energijos vertė nekinta:  $N_1 + N_2 = \text{const}$  ir  $U_1 + U_2 = \text{const}$  (a). Pirmojoje fazėje pakitus elektronų skaičiui dydžiu  $dN_1$ , visų dydžių vertės abiejose fazėse taip pat pakis. Išdiferencijavę (a), turėsime  $dN_1 = -dN_2$  ir  $dU_1 = -dU_2$  (b). Žinome, kad pusiausvyroje būsenoje sistemos entropija yra maksimali:  $S = S_1 + S_2 = \max$ , todėl  $dS_1 = 0$  ir  $dS_2 = 0$  (c). Elektroninių dujų tūris kietame kūne praktiškai nekinta, t.y.  $dV_1 = 0$  ir  $dV_2 = 0$  (d). Į (5.4.2) įrašę (b), (c) ir (d) sąryšius, turėsime  $\mu_1 = \mu_2$ . Ši lygybė yra nevienalytės sistemos dinaminės pusiausvyros sąlyga.

### 5.5 Kvantiniai skirstiniai

**Skirstinio funkcija.** Pusiausvyroje dalelių sistemoje tam tikros būsenos realizacijos tikimybė priklauso nuo dalelių energijos. Tikimybė  $dP(W)$ , jog dalelės energija yra nykstamai mažame energijų intervale nuo  $W$  iki  $W + dW$ , proporcinga intervalui  $dW$ :  $dP(W) \sim dW$ . Įrašę nuo energijos priklausančią proporcingumo koeficientą  $f(W)$ , gauname

$$dP(W) = f(W)dW, \text{ arba } f(W) = \frac{\partial P(W)}{\partial W}. \quad (5.5.1)$$

Dydį  $f(W)$  vadina būsenos (pvz., energijos) *tikimybės tankiu* arba jos *skirstinio funkcija*. (5.5.1) apibrėžia tikimybės tankį, kai dalelės energija kinta tolydžiai. Jei energija  $W_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) kinta diskrečiai, tuomet būsenos tankio  $f(W)$  sąvoka keičiama į dydį  $P(W_i)$ . Jis lygus būsenos  $W_i$  susidarymo *tikimybei* ir vadinamas diskrečios būsenos *skirstinio funkcija*. Dydžiai  $f(W)$  ir  $P(W_i)$  vartojami dalelių tam tikroje būsenoje *vidutinį skaičių* apskaičiuoti.

Nagrinėsime idealias dujas, atsižvelgdami į jų kvantinę prigimtį. Tarsime, kad dalelių energija kinta *diskrečiai*. Visą dujų sistemą suskirstykime į *posistemius*. Sakykime, kad  $i$ -tajį posistemį sudaro vienodos energijos  $W_i$  dalelės, kurių skaičius yra  $N_i$ . Tokio posistemio energija lygi  $N_i W_i$ . Atskiru atveju posistemį gali sudaryti ir viena dalelė. Dėl mainų energija su likusia sistemos dalimi (ją vadina *termostatu*) dalelių skaičius  $N_i$  kinta, t.y. posistėmis  $(N_i, W_i)$  yra *atviras*. Daroma prielaida, kad  $W_i$  būsenoje *bozonų gali būti daug, o fermionų – nedaugiau kaip vienas*. Žemiau įrodysime, kad posistemį užimančių dalelių (fermionų, bozonų) vidutinis skaičius aprašomas dviem skirstiniais



$$\langle N_i \rangle = f(W_i) = \frac{1}{e^{\frac{W_i - \mu}{kT}} + 1}. \quad (5.5.2)$$

arba

$$\langle N_i \rangle = f(W_i) = \frac{1}{e^{\frac{W_i - \mu}{kT}} - 1}. \quad (5.5.3)$$

Nuo fermiono energijos priklausančią funkciją 5.5.2 vadina *Fermio* ir *Dirako* skirstiniu. Dydis  $f(W_i) \leq 1$ , todėl jį galima dar vadinti *energijos  $W_i$  lygmens užpildymo tikimybe*. (5.5.2) skirstinį 1926 m. išvedė E.Fermis ir P.Dirakas.

(5.5.3) yra *Bozės* ir *Einsteino* skirstinys, kuris taikomas bozonams. Jį 1924 m. pasiūlė S.Bozė šviesos kvantams (fotonams), o vėliau kitoms dalelėms – A.Einšteinas.

(5.5.2) ir (5.5.3) skirstiniai skiriasi tik ženklų prieš vienetą vardiklyje. Tačiau tas skirtumas yra principinis nagrinėjant kūnų savybes žemose temperatūrose.

Žinant skirstinius, galima apskaičiuoti dalelių skaičių  $dN$ , turintį energijas intervale nuo  $W$  iki  $W + dW$ . Tam (5.5.2) arba (5.5.3) dauginame iš būsenų skaičiaus (5.3.3):

$$dN = f(W)g(W)dW. \quad (5.5.4)$$

**Gibso skirstiniai.** Gaukime (5.5.2) ir (5.5.3) skirstinius. Dalelių tikimiausius skirstinius pagal energiją aprašo du *fundamentalūs* Gibso dėsniai, jo išrasti 1901 m. Vienas jų taikomas uždarai sistemai, kitas – atvirai, t.y. posistemui. Čia suformuluosime Gibso dėsnį posistemui. Jis teigia, kad *pusiausvyrojo posistemo būsenos  $(N_i, W_i)$  susidarymo tikimybė priklauso nuo jo energijos ir proporcinga šią energiją atitinkančiam būsenų skaičiui  $\Omega(N_i, W_i)$* <sup>1</sup>:

$$P(N_i, W_i) = A \Omega(N_i, W_i) e^{\frac{\mu - W_i}{kT} N_i}. \quad (5.5.5)$$

Čia  $\mu$  – dalelės cheminis potencialas. Dydį  $\Omega(N_i, W_i)$  vadina būsenos  $(N_i, W_i)$  *termodinamine tikimybė*. Proporciningumo koeficientas  $A = 1/Z$ . Dydis  $Z$  vadinamas *posistemo statistine suma*. Jis apskaičiuojamas iš *normavimo sąlygos*  $\sum_{N_i} P(N_i, W_i) = 1$  ir lygus

$$Z = \sum_{N_i} \Omega(N_i, W_i) e^{\frac{\mu - W_i}{kT} N_i}. \quad (5.5.6)$$

(5.5.5) išraiška vadinama *didžiuoju kanoniniu Gibso skirstiniu*<sup>2</sup>. Jis yra universalus, todėl naudojamas *klasikinėje* ir *kvantinėje* statistikoje.

Nustatykite posistemo, sudaryto iš kvantinių dalelių, dydžio  $\Omega(N_i, W_i)$  vertę. Kvantinėje mechanikoje dalelėms taikomas tapatumo principas. Iš jo seka, kad kvantinėje statistikoje svarbu nurodyti dalelės būseną, bet nesvarbu kuri dalelė šią būseną užima. Vadinasi posistemo  $N_i$  dalelių visuma sudarys vieną būseną. Fazinėje

<sup>1</sup> Diskretinę energiją atitinkančių būsenų skaičius žymimas simboliu  $\Omega$ .

<sup>2</sup> (5.5.5) skirstiniu galima aprašyti ir uždaras sistemas (joms  $\mu = 0$ ). Toks skirstinys vadinamas *kanoniniu Gibso skirstiniu*.

erdvėje jai priskiriamas vieno elementaraus narvelio dydžio tūris:  $\gamma(N_i, W_i) = h^3$ . Tuomet dydis  $\Omega(N_i, W_i) = \gamma(N_i, W_i)/h^3 = 1$ .

Apskaičiuokime posistemį užimančių dalelių vidutinį skaičių  $\langle N_i \rangle$ . Pagal vidurkių skaičiavimo taisyklę iš (5.5.5) ir (5.5.6) gauname šitokią  $\langle N_i \rangle$  išraišką

$$\langle N_i \rangle = \sum_{N_i} N_i P(N_i, W_i) = \frac{\sum_{N_i} N_i e^{\frac{\mu - W_i}{kT} N_i}}{\sum_{N_i} e^{\frac{\mu - W_i}{kT} N_i}}, \quad (5.5.7)$$

kurią dar galima užrašyti šitaip<sup>1</sup>

$$\langle N_i \rangle = kT \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_{N_i} e^{\frac{\mu - W_i}{kT} N_i} = kT \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sum_{N_i} x^{N_i}; \quad (5.5.8)$$

čia  $x = e^{\frac{\mu - W_i}{kT}}$ . Funkcija  $\langle N_i \rangle$  priklauso nuo dalelių prigimtinių savybių. Išveskime ją fermionams ir bozonams.

**Fermio ir Dirako skirstinys.** Iš Paulio draudimo principo išplaukia, kad posistemį užimančių dalelių skaičius  $N_i = 0$  (posistemis neužimtas) arba  $N_i = 1$  (posistemis užimtas). (5.5.8) išraiškoje susumavus turėsime tik du dėmenis, todėl  $\langle N_i \rangle$  galima užrašyti šitaip

$$\langle N_i \rangle = kT \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \left( 1 + e^{\frac{\mu - W_i}{kT}} \right), \quad (5.5.9)$$

arba išdiferencijavę (5.5.9) gauname (5.5.2) skirstinį.

**Bozes ir Einšteino skirstinys.** Bozonams Paulio draudimo principas negalioja. Būsenoje  $W_i$  gali būti bet koks dalelių skaičius:  $N_i = 0, 1, 2, \dots \infty$  ir (5.5.5) formulėje viršutinė sumavimo riba gali būti laikoma *begalybė*. Suma

$\sum_{N_i=0}^{\infty} x^{N_i} = 1 + x + x^2 + \dots$  sudaro geometrinę progresiją. Ji konverguoja tuomet, kai  $\mu \leq 0$  ( $W_i \geq 0$ ) ir lygi  $(1+x)^{-1}$ .

Įrašę šią sumą į (5.5.8) ir išdiferencijavę, turėsime (5.5.3) išraišką.

## Kontroliniai klausimai

1. Apibrėžkite tikimybės tankio (skirstinio funkcijos) sąvoką.
2. Apibrėžkite posistemo sąvoką.
3. Nusakykite Gibso dėsnį posistemiiui.
4. Kam lygi kvantinės dalelės diskretinės būsenos termodinaminė tikimybė?
5. Koks gali būti posistemį užimančių bozonų, fermionų skaičius?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Elektroninių dujų dalelės energija kambario temperatūroje ( $kT = 0.025 \text{ eV}$ ) lygi: 1)  $W_i = \mu - 0.1 \text{ eV}$ ; 2)  $W_i = \mu + 0.1 \text{ eV}$ ; 3)  $W_i = \mu$ . Kam lygi šių būsenų tikimybė?

Pirmuoju atveju  $(W_i - \mu)/(kT) = -4$  ir iš (5.5.7) turėsime  $f(W_i) = \frac{1}{e^{-4} + 1} = 0.98$ ; antruoju –  $(W_i - \mu)/(kT) = 4$ , tuomet  $f(W_i) = 1/(e^4 + 1) = 1.79 \cdot 10^{-2}$ ; trečiuoju –  $f(W_i) = 1/(e^0 + 1) = 0.5$ .

<sup>1</sup> Išdiferencijavę (5.5.8) pamatysime, kad (5.5.7) ir (5.5.8) sutampa.

## 5.6 Neišsigimusios ir išsigimusios dujos

Tarkime sistemą sudarančių dalelių skaičius yra didelis ( $N \gg 1$ ). Tokią dalelių visumą vadina *dujomis*. Minėjome, kad tapatingųjų dalelių savybes galima aprašyti klasikine arba kvantine statistikomis. Nusakykime šių statistikų taikymo kriterijus. Tarkime, dalelių skaičiui  $N$  tenka  $G$  skirtingų, priskirtų vienai dalelei, būsenų. Santykis

$$\boxed{(N/G) = \varepsilon} \quad (5.6.1)$$

nusakys kelių tapatingų dalelių susitikimo toje pačioje būsenoje tikimybę. Dydį  $\varepsilon$  vadina dujų *išsigimimo laipsniu (parametru)*. Jei  $\varepsilon \ll 1$  (kai  $G \gg N$ ) – tikimybė užimti tą pačią būseną yra nykstamai maža. Šiuo atveju į dalelių prigimtines savybes atsižvelgti nereikia. Tokios dujos vadinamos *neišsigimusiomis*, o  $\varepsilon \ll 1$  – *neišsigimimo sąlyga*. Joms taikoma statistika vadinama *klasikine*. Jos pavyzdžiai – Maksvelio ir Bolcmano statistikos.

Jei dydis  $\varepsilon \rightarrow 1$ , tuomet kelių tapatingų dalelių susitikimo tikimybė yra pakankamai didelė. Dabar į dalelių prigimtines savybes būtina atsižvelgti. Dujos vadinamos *išsigimusiomis*, o jų statistika – *kvantine*.

Iš (5.6.1) įrašę (5.3.5) gauname šitokią dydžio  $\varepsilon$  išraišką

$$\varepsilon = \frac{3h^3}{4\pi g_s} \frac{n}{(2mW)^{3/2}}, \text{ t.y. } \boxed{\varepsilon \sim \frac{1}{mVW}} \quad (5.6.2)$$

čia  $n = N/V$  – dalelių tankis. Matome, kad neišsigimusią būseną galima gauti mažinant dalelių tankį (didinant tūrį) arba didinant dalelės energiją  $W$ , t.y. didinant dujų temperatūrą. Priešingai, išsigimusią būseną galima pasiekti arba didinant dujų tankį, arba mažinant dujų dalelės energiją (temperatūrą). Iš (5.6.2) taip pat matyti, kad iš lengvų dalelių (pvz., elektronų) sudarytos dujos – linkę išsigimti.

Iš (5.5.2) ir (5.5.3) skirstinių išplaukia dar šitokia dydžio  $\varepsilon$  išraiška

$$\varepsilon = e^{\frac{\mu}{kT}}. \quad (5.6.3)$$

Pagrįskime šį sąryšį. Pasinaudoję (5.6.3), (5.5.2) ir (5.5.3) skirstinius perrašome šitaip:  $f(W_i) = \left( \frac{e^{W_i/kT}}{\varepsilon} \pm 1 \right)^{-1}$ .

Dujos bus neišsigimusios, jei jų skirstinių funkcijos  $f(W_i) \ll 1$ . Skirstiniams  $f(W_i)$  ši sąlyga tiks tikrai tuomet, jei išsigimimo laipsnis (5.6.3)  $\varepsilon \ll 1$ . Taigi (5.6.3) tinka dujų išsigimimo laipsniui (5.6.1) aprašyti. Jei  $\varepsilon \ll 1$ ,  $f(W_i)$  išraiškoje atmetame adityvųjį vienetą ir gauname klasikinį skirstinį

$$f(W_i) = \varepsilon e^{-W_i/kT}; \quad (5.6.4)$$

čia  $W_i$  – dalelės kinetinė (Maksvelo statistikoje) arba potencinė (Bolcmano statistikoje) energija.

Dujų būsenų išsigimimą nusakyti dar vartojama *išsigimimo temperatūros*  $T_0$  sąvoka.  $T_0$  vertė nustatoma iš sąlygos

$$\mu_0 = kT_0 \text{ arba } T_0 = \mu_0/k; \quad (5.6.5)$$

čia  $\mu_0$  – dujų cheminio potencialo vertė absoliutinio nulio temperatūroje.

Tokiu būdu, (5.6.2) ir (5.6.3) lygtys aprašo nuo dujų tūrio ir temperatūros priklausančią jų būsenos išsigimimo laipsnį. Laisvųjų dalelių ( $V \rightarrow \infty$ ) arba aukštos temperatūros ( $T \gg T_0$ ) dujų būsena bus visuomet neišsigimusi; jų statistika – klasikinė. Žemos temperatūros ( $T \geq T_0$ ) baigtinio tūrio dujų būsenos bus išsigimusi; jų statistika – kvantinė.

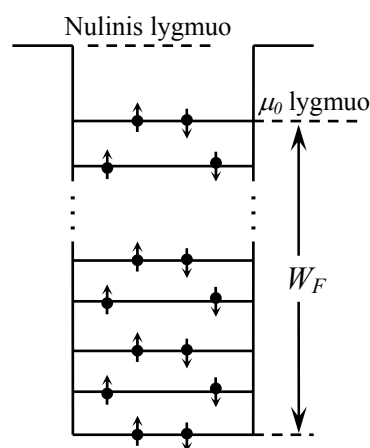
## Kontroliniai klausimai

1. Nusakykite dujų būsenos išsigimimo laipsnį.
2. Kokios dujos vadinamos neišsigimusiomis, išsigimusiomis?
3. Nuo ko priklauso dujų išsigimimo laipsnis?

## 5.7 Kvantinių skirstinių taikymas

Čia aprašysime elektroninių dujų metaluose ir fotoninių dujų (žr. užd.) skirstinius.

**Elektroninės dujos.** Metaluose iš atomų išsilaisvinę valentiniai elektronai yra laisvi ir vadinami *elektroninėmis dujomis*. Jas galima nagrinėti kaip potencialo duobėje judančius elektronus (žr. 4.8 sk.). Jų energija yra kvantuota (5.4 pav.). Pagal Pauli draudimo principą kiekviename energijos lygmenyje gali būti du priešingai orientuoti sukiniais elektronai. Absoliutinio nulio



5.4 pav.

temperatūroje ( $T = 0K$ ) dujų vidinė energija yra minimali, todėl elektronai užpildo visus iš eilės mažiausius energijos lygmenis. Paskutinis užpildytas lygmuo yra  $N/2$  (čia  $N$  – elektronų skaičius metalė), o jame esančio elektrono judėjimo energija yra maksimali ir lygi  $W_F$ . Šią didžiausią energiją  $W_F$ , kurią gali įgyti elektronas  $0K$  temperatūroje, vadina *Fermio energija*. Vadinasi, temperatūroje  $0K$  visi tenkinantys sąlygą  $W \leq W_F$  yra užimti, o tenkinantys sąlygą  $W > W_F$  – tušti. Šių lygmenų užpildymą tenkina tokia skirstinio funkcija (indeksą  $i$  nerašome):

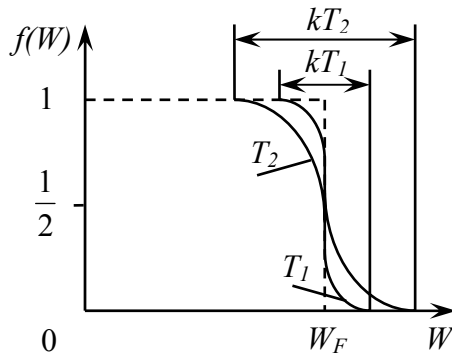
$$f(W) = \begin{cases} 1, & \text{jei } W < W_F \\ 0, & \text{jei } W > W_F \end{cases}, \quad (5.7.1)$$

kuri 5.5 paveiksle pavaizduota brūkšnine linija.

(5.5.2) ir (5.7.1) skirstiniai sutaps, jei (5.5.2) išraiškoje elektroninių dujų cheminį potencialą  $0K$  temperatūroje prilyginsime Fermio energijai: ( $\mu_0 = W_F$ ), todėl paskutinį užpildytą lygmenį  $0K$  temperatūroje vadina *Fermio* arba  $\mu_0$  lygmeniu. Žemiau įrodysime (įrodymas atspausdintas petitu), kad metalų cheminis potencialas *nežymiai priklauso nuo temperatūros*, o jo vertė apytiksliai lygi Fermio energijai:  $\mu(T) \approx W_F$ . Taigi (5.5.2) skirstinyje metalų cheminį potencialą galima pakeisti jų Fermio energija. Tai padarę, turėsime šitokią Fermio ir Dirako skirstinio išraišką

$$f(W) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{kT}} + 1} \quad (5.7.2)$$

Temperatūroje  $T > 0K$  dalis elektronų užima didesnės energijos lygmenis ir dėl to pakinta elektronų pasiskirstymas pagal būsenas (5.5 pav.;  $T_1$  ir  $T_2$  kreivės). Tačiau Fermio ir Dirako



5.5 pav.

skirstinys yra labai nejautrus temperatūros pokyčiams. Šis pokytis pasireiškia tik arti Fermio lygmens labi siauroje pločio  $kT$  ( $kT \ll W_F$ ) energijų juostoje. Kambario temperatūroje ( $T_1 \sim 300K$ )  $kT_1 \approx 0.025 eV$ . Taigi kambario temperatūroje susižadina tik arti Fermio lygmens esantys elektronai ( $T_1$  kreivė). Tokių elektronų dalis sudaro 1% bendro laisvų elektronų skaičiaus. Aukštoje temperatūroje  $T_2$  elektroninių dujų skirstinys pakinta

esmingiau ( $T_2$  kreivė). Jei  $T_2 = 2000K$ , tuomet  $kT_2 = 0.17 eV$ , o juostų pločio verčių santykis  $kT_2/kT_1 \sim 7$ . Ir šiuo atveju elektronų susižadina nedaug (7%).

Gaukime dydžių  $\mu$  ir  $W_F$  išraiškas. Pasinaudoję sąryšiu (5.3.6), iš (5.5.4) randame elektronų skaičių  $dN$  energijų intervale nuo  $W$  iki  $W + dW$ :

$$dN = \frac{4\pi V}{h^3} (2m^{3/2}) \sqrt{W} f(W) dW \quad (5.7.3)$$

Į šią lygybę įrašę  $f(W)=1$  ir suintegravę režiuose nuo  $W$  iki  $W_F$ , gauname tokią dydžių  $\mu_0$  ir  $W_F(n)$  išraišką:

$$\mu_0 = W_F(n) = \frac{h^2}{8m} \left( \frac{3n}{\pi} \right)^{2/3}, \quad (5.7.4)$$

o įrašę skirstinį (5.5.2) bei suintegravę<sup>1</sup> režiuose nuo 0 iki  $\infty$ , turėsime

<sup>1</sup> Integralas apskaičiuojamas išskleidus pointeginę funkciją eilute ir palikus tik pirmos eilės nykstamai mažus dydžius, todėl (5.7.5) vertė yra apytikslė.

$$\mu(T) \approx W_F \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{kT}{W_F} \right)^2 \right]; \quad (5.7.5)$$

čia  $n = N/V$  yra elektroninių dujų tankis. Metaluose  $n = 10^{22} - 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ . Šioms tankio vertėms gauname

7.1 lentelė

	$W_F, eV$		$W_F, eV$
Litis Li	4.72	Varis Cu	7.04
Natris Na	3.12	Cinkas Zn	11.0
Aliuminis Al	11.8	Sidabras Ar	5.51
Kalis K	2.14	Auksas	5.54
Cezis Cs	1.53		

$W_F = 1.7 - 7.8 \text{ eV}$  (žr. 7.1 lentelę). Iki pat lydymosi taško (pvz., vario lydymosi temperatūra  $T = 1356$ ) dydis  $kT \ll W_F$ , todėl metalų cheminis potencialas (5.7.5) nežymiai priklauso nuo temperatūros, o  $\mu(T) \approx W_F$ .

Žinant elektroninių dujų cheminį potencialą  $\mu_0$ , iš (5.6.5) bei (5.7.4) išreiškiama jų išsigimimo temperatūra

$$T_0 = \frac{h^2}{8mk} \left( \frac{3n}{\pi} \right)^{2/3}. \quad (5.7.6)$$

Metalų elektroninių dujų tankis yra labai didelis. Iš (5.7.6) apskaičiuota dydžio  $T_0$  vertė yra  $10^4 - 10^5 \text{ K}$ . Taigi metaluose elektroninės dujos yra išsigimusios visose temperatūrose, kuriose metalai yra kietame arba skystame būvyje. Todėl nagrinėjant metalų savybes, jiems būtina taikyti kvantinę statistiką. Puslaidininkuose elektronų tankis yra mažas ( $n < 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ), todėl jiems temperatūra  $T_0$  yra žema. Kaip tik dėl to jie net kambario temperatūroje yra neišsigimę ir jiems galima taikyti klasikinę statistiką.

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname fotoninėmis dujomis?
2. Kam lygus fotoninių dujų cheminis potencialas?
3. Kodėl fotoninės dujos yra visuomet išsigimusios?
4. Nuo ko priklauso metalų Fermio energijos bei išsigimimo temperatūros vertė?
5. Kodėl kambario temperatūroje metalų elektroninės dujos yra išsigimę?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Gaukite fotonines dujas aprašantį skirstinį.

Nagrinėsime temperatūros  $T$  kūnų uždaroje ertmėje šiluminį spinduliavimą. Žinome, kad kūnų sukurtos elektromagnetinės spinduliuotės energija kinta šuoliškai. Minimalų spinduliuotės energijos pokytį priskiria plintančiai erdvėje „dalelei“, kurią vadina fotonu. Taigi elektromagnetinį lauką patogų pakeisti fotonų sistema, kurią vadinsime *fotoninėmis dujomis*. Fotonui priskiriama energija  $W_i = h\nu$  bei sukinio kvantinis skaičius  $s = 1$ . Vadinasi fotonai sudaro bozonines dujas.

Nustatykime jų cheminį potencialą  $\mu$ . Kūno sugerti iš ertmės fotonai ne pakeičia jo vidinę energiją ( $dU = 0$ ), nes jis tiek pat fotonų grąžina atgal į ertmę. Iš (5.4.3) gauname  $\mu = 0$ . Įrašę į (5.5.3)  $\mu = 0$  ir  $W_i = h\nu$ , fotoninėmis dujomis gauname tokį skirstinį

$$f(h\nu) = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (5.7.7)$$

kurių pirmasis 1900 m. gavo M. Plankas. (5.7.7) skirstinį vadina *Planko formule*.

Planko formulė aprašomas vidutinis fotonų skaičius labai priklauso nuo temperatūros. Žemose temperatūrose ( $kT \ll h\nu$ ) dydis  $e^x - 1 \approx e^x$  (čia  $x = h\nu/kT$ ), todėl  $f(h\nu) \approx e^{-x} \ll 1$ . Jei temperatūra yra aukšta ( $kT \gg h\nu$ ),

tuomet  $e^x \approx 1 + x$  ir  $f(h\nu) \approx x^{-1} \gg 1$ . Matome, kad žemų temperatūrų atveju energijos  $h\nu$  išspinduliuotų fotonų skaičius yra labai mažas, aukštų – labai didelis. Tokį skirstinį galima paaiškinti nuo temperatūros priklausančia kūno vidine energija, kuri žemoms temperatūroms yra maža, aukštoms – didelė. Mažą vidinę energiją turintis kūnas išspinduliuoja mažai fotonų ( $f(h\nu) \ll 1$ ), o didelę – daug ( $f(h\nu) \gg 1$ ).

Fotoninių dujų išsigimimo faktorius (5.6.3)  $\varepsilon = e^{\frac{0}{kT}} = 1$  nepriklauso nuo temperatūros, todėl jos visuomet yra išsigimusios.

Naudojant Planko skirstinį (5.7.2) galima gauti absoliučiai juodo kūno emisinės gebos ir išspindžio (žr. 3.1 – 3.2 sk..) išraišką.

2. Gaukite absoliučiai juodo kūno šiluminio spinduliavimo emisijos gebos ir išspindžio išraiškas.

Fotoninių dujų energijos vidutinis tūrinis tankis

$$u\langle W \rangle = W\langle N(W) \rangle / V ;$$

čia  $W = h\nu$  – fotono energija.  $V$  – fotoninių dujų (uždaro erdmės tūris). Iš (5.5.4) ir (5.7.7) lygybių kūno išspinduliuotas vidutinis fotonų skaičius

$$\langle N(W) \rangle = g(W)f(W) = g(W)/(e^{h\nu/kT} - 1).$$

Atsižvelgę į būsenų tankio  $g(W)$  išraišką (žr. 5.3 sk. uždavinį), randame fotoninių dujų energijos tankį:

$$u(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Fotonai spinduliuojami per kūną ribojamą paviršių. Tarp emisinės gebos  $E_{\nu,T}$  (žr. 3.1 sk.) ir dydžio  $u(\nu)$  yra toks ryšys:  $E_{\nu,T} = (c/4)u(\nu)$ . Tuomet dydžiui  $E_{\nu,T}$  turėsime tokią išraišką (Planko formulę)

$$E_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

Suintegravę dydį  $E_{\nu,T}$  dažnių atžvilgiu, gauname kūno išspindį :

$$W_T = \int_0^\infty E_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \frac{\pi^4}{15} = \sigma T^4.$$

Čia  $x = \frac{h\nu}{kT}$ ;  $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$  – Stefano ir Bolcmano konstanta.

3. Apskaičiuokite elektroninių dujų variję tankio, Fermio energijos, cheminio potencialo ir išsigimimo temperatūros vertes. Metalų temperatūra  $t = 27^\circ\text{C}$ , medžiagos tankis  $\rho = 8.94 \text{ g/cm}^3$ , molio masė  $\mu = 63.5 \text{ g/mol}$ .

Normalios būsenos Cu atomo elektronų konfigūracija yra  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s$ . Iš atomo išsilaisvinę  $4s$  elektronai metalė tampa laisvais. Jų skaičius bus lygus atomų skaičiui, todėl elektroninių dujų tankis  $n = \rho/(\mu/N_A) = \rho N_A / \mu$  (čia  $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$  – Avogadro skaičius). Įrašę šių dydžių vertes, gausime  $n = 8.5 \cdot 10^{28} \text{ elektronų/m}^3$ . Tuomet iš (5.7.4), (5.7.5) ir (5.7.6) turėsime  $W_F = \mu_0 = 11.3 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 7.0 \text{ eV}$ ;

$$\mu(300\text{K}) = 7.0 \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \cdot 13.7 \cdot 10^{-6} \right] \text{ eV} \approx 7.0 \text{ eV} \text{ ir } T_0 = 8.2 \cdot 10^4 \text{ K}.$$

## 6. Atomų ir molekulių fizikos pradmenys

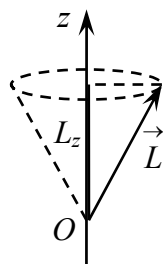
### 6.1 Mikrodalelių impulso momentas

*Impulso momentas*, dar vadinamas kinetiniu momentu, yra svarbi materialiojo taško ar taškų sistemos sukamojo judėjimo charakteristika. Kadangi mikrodalelė iš esmės skiriasi nuo makroskopinio materialiojo taško, jai negalime taikyti išraiškos  $\vec{L} = \vec{r} \times m \vec{v}$ .

Klasikinėje mechanikoje dalelės impulso momento  $\vec{L}$  modulis ir jo kryptis erdvėje vienareikšmiškai nusakoma trimis jo projekcijomis  $L_x$ ,  $L_y$  ir  $L_z$ . Kvantinėje mechanikoje šiuos tris dydžius pakeičiame jų operatoriais. Šie operatoriai nekomutuoja tarpusavyje, todėl juos atitinkančių fizikinių dydžių vienu metu tiksliai nusakyti neįmanoma. Taigi, kvantinėje mechanikoje vienu metu negalima nusakyti dalelės impulso momento modulio ir jo krypties erdvėje. Tačiau iš projekcijų sudarytas dalelės impulso momento modulio kvadrato operatorius

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x \hat{L}_x + \hat{L}_y \hat{L}_y + \hat{L}_z \hat{L}_z \quad (6.1.1)$$

komutuoja su bet kurios projekcijos, pavyzdžiui,  $\hat{L}_z$  operatoriumi, t.y.  $\hat{L}^2 \hat{L}_z = \hat{L}_z \hat{L}^2$ . Taigi vienu metu tiksliai galima nusakyti impulso momento modulį  $L$  (arba  $(L^2)$ ) ir tik vieną jo projekciją. Šią išvadą iliustruoja 6.1 paveikslas: jame pavaizduotas kūginį paviršių brėžiantis, t.y.



6.1 pav.

apie ašį  $Oz$  precesuojantis vektorius  $\vec{L}$ . Nekintant dalelės būsenai, kūgio šoninio paviršiaus sudaromosios ilgis  $L$  turi apibrėžtą vertę; apibrėžtas ir ašies  $Oz$  su vektoriumi  $\vec{L}$  sudaromas kampas, taigi vektoriaus projekcija  $L_z$ , tačiau vektoriaus  $\vec{L}$  kryptis erdvėje lieka neapibrėžta.

Išsprendę operatoriaus  $\hat{L}^2$  tikrinių verčių lygtį

$$\hat{L}^2 \psi = L^2 \psi, \quad (6.1.2)$$

gauname impulso momento kvadrato operatoriaus  $\hat{L}^2$  tikrinę vertę  $L^2$ . Ši lygtis turi sprendinius tik tuomet, jeigu

$$L = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar. \quad (6.1.3)$$

Šioje lygybėje esantis dydis  $l$  gali įgyti tik tam tikras vertes. Jis vadinamas atitinkamu kvantiniu skaičiumi. Taigi mikrodalelės impulso momentas yra kvantuojamas. (6.1.3) lygybė yra bendra kvantmechaninė impulso momento išraiška.



Jeigu  $L$  yra atomo elektrono orbitinis impulso momentas, tai dydis  $l$  vadinamas *orbitiniu arba šalutiniu kvantiniu skaičiumi*. Jis įgauna sveikų teigiamų skaičių vertes, pradedant nuo 0. Kitais atvejais šis kvantinis skaičius vadinamas kitaip, žymimas kitu simboliu ir gali įgyti kitokias vertes.

Atomo elektrono būsenos, priklausomai nuo kvantinio skaičiaus  $l$ , simboliškai žymimos tokiomis raidėmis:

$l$ vertės:	0	1	2	3	4	5	6
Žymėjimas:	s	p	d	f	g	h	i

Nagrinėsime projekciją  $L_z$ . Sferinėmis koordinatėmis išreikšta šios projekcijos operatoriaus išraiška

$$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}. \quad (6.1.4)$$

Šiam operatoriui tikrinių verčių lygtis

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = L_z \psi.$$

Ją perrašius diferencialine forma ir atskyrus kintamuosius

$$\frac{d\psi}{\psi} = i \frac{L_z}{\hbar} d\varphi,$$

po to suintegravus gaunama:

$$\psi = C e^{i \frac{L_z}{\hbar} \varphi}. \quad (6.1.5)$$

čia  $C$  – integravimo konstanta, nepriklausanti nuo dydžio  $\varphi$ . Laikantis standartinių sąlygų, banginė funkcija  $\psi$  turi būti vienareikšmė, t.y. ji turi nepakisti pakeitus argumentą  $\varphi$  dydžiu  $2\pi$ . Dėl to

$$e^{i \frac{L_z}{\hbar} \varphi} = e^{i \frac{L_z}{\hbar} (\varphi + 2\pi)}.$$

Iš čia seka, kad funkcija

$$e^{i \frac{L_z}{\hbar} 2\pi} = 1.$$

Šitaip yra tik tuomet, kai dydis  $\frac{2\pi L_z}{\hbar} = 2\pi m$ , arba

$$L_z = m\hbar; \quad (6.1.6)$$

čia  $m$  – bet koks teigiamas ar neigiamas sveikas skaičius, taip pat ir 0. Taigi impulso momento projekcija yra kvantuota. Jeigu  $\vec{L}$  yra atomo elektrono orbitinis impulso momentas, tai  $m$  vadinamas *magnetiniu kvantiniu skaičiumi*.

Taigi  $l$  nusako vektoriaus  $\vec{L}$  modulį, o  $m$  – šio vektoriaus projekciją ašyje  $Oz$ . Be abejo, vektoriaus projekcijos vertė negali viršyti jo modulio, todėl turi galioti sąlyga

$$|m\hbar| \leq \hbar\sqrt{l(l+1)}.$$

Taigi dydžio  $|m|$  didžiausia vertė gali tik prilygti  $l$ , t.y. dydžiui  $m$  turi galioti nelygybė

$$-l \leq m \leq l.$$

Tuomet (6.1.6) lygybė užrašoma šitaip:

$$L_z = m\hbar; (-l \leq m \leq l). \quad (6.1.6a)$$

Ši impulso momento projekcijos ašyje  $Oz$  išraiška yra bendra, t.y. ji nepriklauso nuo dydžio  $\vec{L}$  prigimties.

Ašies  $Oz$  kryptis visuomet sutapdindama su fizikine kryptimi erdvėje. Dažniausiai tai būna magnetinio lauko indukcijos vektoriaus  $\vec{B}$  kryptis. Tai, kad vektoriaus  $\vec{L}$  projekcija  $L_z$  yra kvantuota, rodo, jog šis vektorius su fizikine kryptimi  $Oz$  gali sudaryti tik tam tikrus kampus. Šitas kvantinės mechanikos atrastas dėsningumas vadinamas *impulso momento erdviniu kvantavimu*.

Panagrinėsime dvi mikrodaleles (pvz., elektronus). Vienos jų būseną impulso momento atžvilgiu apibūdiname kvantiniais skaičiais  $l_1, m_1$ , o antrosios –  $l_2$  ir  $m_2$ . Kiekvienos atskiros dalelės impulso momento modulis  $L_1$  ar  $L_2$ , o jų projekcija  $L_{z1}$  ar  $L_{z2}$ . Abiejų dalelių sistemos atstojamajam impulso momentui taip pat tinka bendrosios kvantinės mechanikos taisyklės, t.y. jis taip pat nusakomas dviem kvantiniais skaičiais  $\mathbf{L}$  ir  $\mathbf{M}$  ir tinka tos pačios formulės.

Klasikinėje mechanikoje sudedant vektorius  $\vec{L}_i$ , sudedamos jų atitinkamos projekcijos. Kvantinėje mechanikoje šitaip padaryti galima tik vienai projekcijai, nes tik ji viena yra apibrėžta kartu su moduliu  $L$ . Pavyzdžiui, vektoriaus  $\vec{L}$  projekcijoms ašyje  $Oz$  gaunama lygybė:

$$L_z = L_{z1} + L_{z2} = (m_1 + m_2)\hbar = \mathbf{M}\hbar; \quad (6.1.7)$$

čia  $\mathbf{M} = m_1 + m_2$  – atstojamojo impulso momento magnetinis kvantinis skaičius.

Nustatyti atstojamąjį orbitinį kvantinį skaičių  $\mathbf{L}$  yra sudėtingiau. Vektoriaus  $\vec{L}$  modulis priklauso ne tik nuo  $\vec{L}_1$  ir  $\vec{L}_2$  modulių, bet ir nuo jų padėties vienas kito atžvilgiu, todėl kvantinis skaičius  $\mathbf{L}$  gali įgyti tik tam tikras vertes:

$$\mathbf{L} = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|.$$

Jeigu kvantinę sistemą sudaro daugiau kaip dvi dalelės, tai iš pradžių aprašytoju būdu sudedami dviejų dalelių kvantiniai skaičiai. Po to kiekvieną gautą suminę vertę pagal tą pačią formulę sudedame su trečios dalelės dydžiu  $l_3$  ir t.t.

Taigi dydžio  $\mathbf{L}$  didžiausia vertė lygi atskirų dalelių dydžių  $l_i$  sumai.

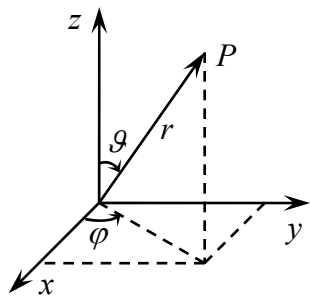
Priklausomai nuo kvantinio skaičiaus  $\mathbf{L}$  vertės būsenos simboliškai žymimos šitaip:

$\mathbf{L}$ vertės:	0	1	2	3	4
Žymėjimas:	S	P	D	F	G

Su elektrono impulso momentu visuomet susijęs tam tikras magnetinis momentas. Dėl to elektronai magnetiškai sąveikauja.

## 6.2 Šredingerio lygties taikymas vandeniliškosioms sistemoms

Nagrinėsime elektringųjų dalelių sistemą, sudarytą iš nejudančio branduolio, kurio elektros krūvis  $Ze$  ( $Z$  – sveikas skaičius), ir apie jį skriejančio elektrono. Tokios sistemos vadinamos vandeniliškėmis. Tai gali būti vandenilio atomas ( $Z=1$ ), helio jonas  $\text{He}^+$  ( $Z=2$ ), ličio dvikrūvis jonas  $\text{Li}^{2+}$  ( $Z=3$ ) ir t.t. Tuomet elektroną veikia branduolio sferinis Kulono  $\left(E \sim \frac{1}{r^2}\right)$  stacionarusis elektrostatinis laukas, ir jo potencinė energija užrašoma šitaip:



6.2 pav.

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}; \quad (6.2.1)$$

čia  $r$  – elektrono nuotolis nuo branduolio. Kadangi potencinė energija nuo laiko tiesiogiai nepriklauso, tai taikysime stacionariąją Šredingerio lygtį

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( W + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0; \quad (6.2.2)$$

čia  $m_e$  – elektrono masė. Čia nagrinėjamas sferiškai simetriškas uždavinys, todėl Laplaso operatorių išreiškiame sferinėmis koordinatėmis  $r, \vartheta, \varphi$  (6.2 pav.), ir tuomet (6.2.2) lygtis įgauna šitoki pavidalą:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( W + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0. \quad (6.2.3)$$

Šios lygties sprendinį  $\psi$  galima išreikšti dviejų funkcijų  $R$  ir  $Y$  sandauga:

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R(r)Y(\vartheta, \varphi); \quad (6.2.4)$$

čia pirmoji funkcija  $R(r)$  priklauso tik nuo kintamojo  $r$ , ir todėl vadinama radialiaja bazine funkcija, o antroji, nuo kampų  $\vartheta$  ir  $\varphi$  priklausanti funkcija  $\varphi(\vartheta, \varphi)$ , vadinama kampine bazine funkcija.

(6.2.2) lygtyje Dekarto koordinatės pakeitus sferinėmis  $r, \vartheta$  ir  $\varphi$ , stacionariuoju atveju ši lygtis suskyla į dvi. Pirmosios lygties sprendinys  $R_{nl}(r)$  yra kintamojo  $r$  reali funkcija ir jos išraiškoje yra du sveikaisiais skaičiais  $n$  ir  $l$  išreikšti parametrai. Antrosios lygties sprendinys  $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$  yra kompleksinė kintamųjų  $\vartheta$  ir  $\varphi$  funkcija ir jos išraiškoje yra taip pat du sveikaisiais skaičiais išreiškiami parametrai ( $l$  ir  $m$ ). Taigi sprendinys

$$\psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\vartheta, \varphi) \quad (6.2.5)$$

bendruoju atveju yra kompleksinė trijų kintamųjų  $(r, \vartheta, \varphi)$  su trimis parametrais  $(n, l, m)$  funkcija. Šie parametrai vadinami kvantiniais skaičiais.

(6.2.5) banginė funkcija  $\psi$  tenkina standartines sąlygas tik tais atvejais, kai:

- 1) sistemos pilnutinė energija  $W$  yra bet koks teigiamas dydis;
- 2) neigiamas dydis, išreikštas šitokia lygybe:

$$W_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (6.2.6)$$

Pirmasis atvejis ( $W_n > 0$ ) galimas tik elektronui pralekiant arti branduolio. Tuomet branduolys su elektronu atomo nesudaro. Antruoju atveju ( $W_n < 0$ ) elektronas surištas su branduoliu, t.y. sudaro atomą. (6.2.6) lygybėje esantis parametras  $n$  vadinamas pagrindiniu kvantiniu skaičiumi. Taigi vandeniliškojo atomo energija priklauso nuo pagrindinio kvantinio skaičiaus, kinta diskretiškai, t.y. atomo energija kvantuota. Ši energijos išraiška sutampa su, gauta taikant Boro teoriją. Tačiau kvantinėje mechanikoje ji išplaukė kaip šios teorijos svarbiausių teiginių išvada, nedarant papildomų prielaidų.

Banginės funkcijos  $\psi$  parametras  $l$  yra elektrono orbitinis kvantinis skaičius: jis kvantuoja elektrono orbitinį impulso momentą. (6.2.5) funkcija tenkina standartines sąlygas visoms teigiamoms sveikaisiais skaičiais išreikštomis  $l$  vertėms (įskaitant 0), jei jos neviršija  $(n-1)$ . Taigi esant apibrėžtam  $n$ , visos galimos orbitinio impulso momento vertės seka iš lygybės:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (l = 0, 1, 2, \dots, n-1). \quad (6.2.7)$$

Banginės funkcijos  $\psi$  parametras  $m$  yra magnetinis kvantinis skaičius. Jis nusako elektrono impulso momento erdvinį kvantavimą. Dydzio  $L_z$  vertės nusakomos šitokia lygybe:

$$L_z = m\hbar \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l)$$

$W_n$	$\psi_{nlm}$
$W_1$	$\psi_{100}$
$W_2$	$\psi_{200}$
	$\psi_{21-1}$
	$\psi_{210}$
	$\psi_{211}$

1 lentelė

kurią atitinka energija  $W_2$ , jo išsigimimo laipsnis 4. Energijos lygmens išsigimimo laipsnis skaičiuojamas šitaip: apibrėžtam  $n$  yra galimos nuo 0 iki  $n-1$  orbitinio kvantinio skaičiaus vertės.

Kiekvieną orbitinio kvantinio skaičiaus vertę  $l$  atitinka  $2l+1$  magnetinio kvantinio skaičiaus  $m$  vertė. Tuomet apibrėžtam  $n$  išsigimimo laipsnis randamas apskaičiavus sumą

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2. \quad (6.12.8)$$

Elektronų pasiskirstymas pagal būsenas atome vadinamas jų konfigūracija. Ji žymima tam tikrais simboliais. Skaitmeninis simbolis rodo būsenos pagrindinį kvantinį skaičių, raidinis simbolis rodo orbitinį kvantinį skaičių. Pastarojo simbolio laipsnio rodiklio vietoje esantis skaičius rodo toje

Kvantinis skaičius		Būsenos simbolis
$n$	$l$	
1	0	1s
2	0	2s
	1	2p
3	0	3s
	1	3p
	2	3d

2 lentelė

spinduliu. Taigi vandeniliškojo atomo pagrindinę būseną aprašo tik nuo kintamojo  $r$  priklausanti reali banginė funkcija

$$\psi_{100} = Ce^{-\frac{r}{a}}; \quad (6.2.9)$$

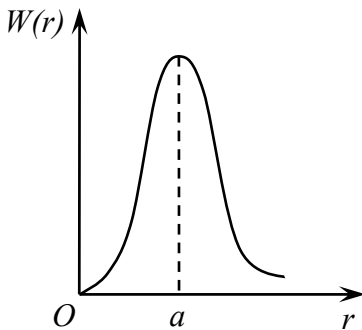
čia  $C$  – tam tikra konstanta, randama iš banginės funkcijos normuotumo sąlygos.

Apskaičiuokime tikimybę aptikti nesužadintame vandeniliškajame atome elektroną atstumu  $r$  nuo branduolio, t.y. spindulių  $r$  ir  $(r + dr)$  rutuliniame sluoksnyje. Šio rutulinio sluoksnio tūris  $dV = 4\pi r^2 dr$ . Tuomet tikimybė  $dP$  rasti elektroną tūrio elemente  $dV$  yra šitokia:

$$dP = |\psi_{100}|^2 dV = 4\pi C^2 e^{-\frac{2r}{a}} r^2 dr. \quad (6.2.10)$$

Iš čia dydis

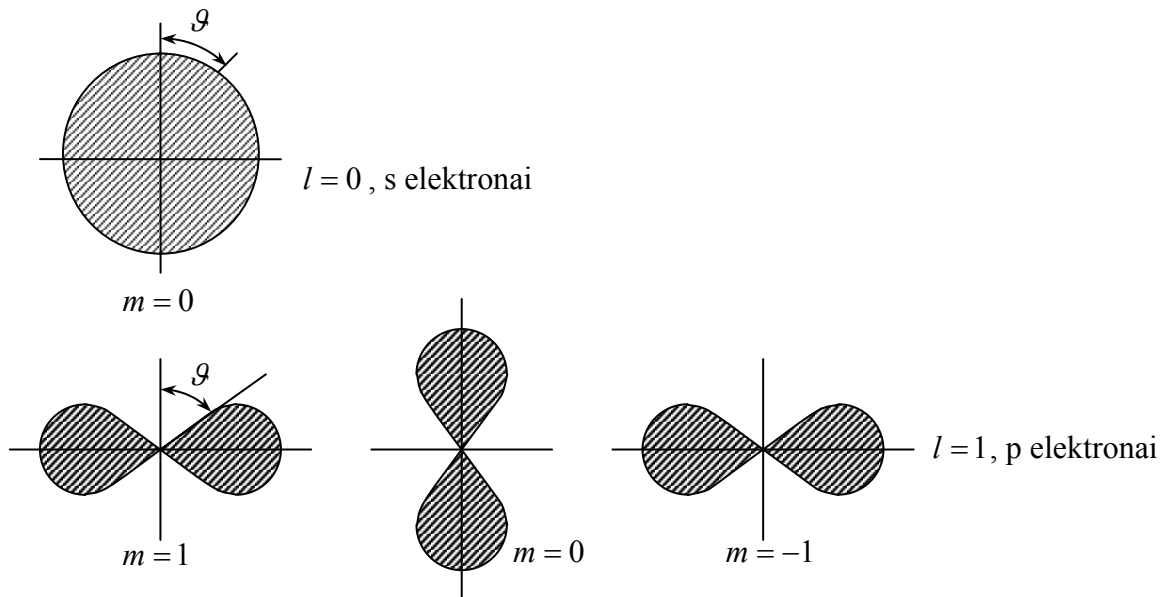
$$W(r) = \frac{dP}{dr} = 4\pi C^2 e^{-\frac{2r}{a}} r^2 \quad (6.2.11)$$



6.3 pav.

išreiškia tikimybę rasti elektroną atstumu  $r$  nuo branduolio. Funkcija  $W(r)$  yra sferinė, t.y. kai  $r$  apibrėžtas, bet kuria kryptimi erdvėje ji lygi tai pačiai vertei. Jos grafikas parodytas 6.3 paveiksle. Iš sąlygos  $\frac{dW(r)}{dr} = 0$  randame funkcijos  $W(r)$  ekstremumo padėtį: ją atitinka  $r = a$ , t.y. šiame nuotolyje labiausiai tikėtina rasti elektroną. Kvantinėje mechanikoje operuojama elektronų krūvio debesies sąvoka. Čia laikomasi

požiūrio, kad atomo elektronai erdvėje apie branduolį sudaro krūvio debesį. Būsenoje 1s šio debesies tankis yra tik atstumo  $r$  nuo branduolio funkcija: didžiausia jo vertė, kai atstumas  $r = a$ . Taigi jis proporcingas elektrono aptikimo tikimybės tankiui. Elektrono krūvio debesies tankis yra



6.4 pav.

sferiškai simetriškas ir kitoms vandeniliškojo atomo s būsenoms, tačiau jo maksimumas yra toliau nuo branduolio.

Kitaip yra p ir kitose būsenose. Jose kampinė banginė funkcija  $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$  jau nėra konstanta. Sprendinį suvidurkinus kintamojo  $\varphi$  atžvilgu, gautąją priklausomybę nuo  $\vartheta$  patogiu pavaizduoti grafiškai. Ši priklausomybė įvairioms  $l$  ir  $m$  vėrtėms parodyta 6.4 paveiksle.

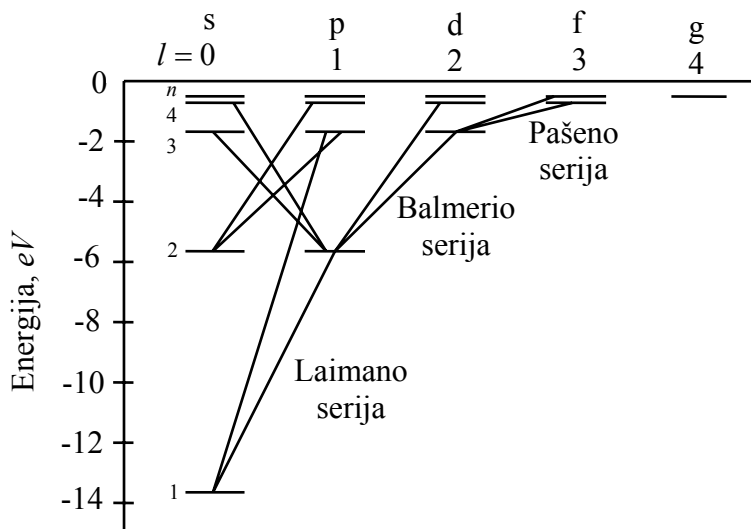
Spindulinio kvantinio šuolio metu kvantinė sistema išspinduliuoja arba sugeria fotoną. Fotonui būdingas savasis impulso momentas, vadinamas sukiniu, ir jis skaičiuojamas pagal bendrą impulso momento formulę. *Sukinio kvantinis skaičius* žymimas raide  $s$  ir fotonui  $s=1$ . Iš kvantinės sistemos impulso momento tvermės dėsnio seka, kad galimi tik tokie spinduliniai šuoliai, kurių metu orbitinis kvantinis skaičius pakinta vienetu, t.y.

$$\Delta l = \pm 1. \quad (6.2.12)$$

Kintant kvantiniam skaičiui  $l$ , atitinkamai pakinta dydis  $L$ , todėl gali pakisti vektoriaus  $\vec{L}$  projekcija  $L_z$ . Projekcijos pokyčio modulis negali būti didesnis už patį dydžio  $L$  pokytį, todėl  $\Delta m$  turi tenkinti tokią atrankos taisyklę

$$\Delta m = 0, \pm 1. \quad (6.2.13)$$

6.5 paveiksle parodyti kai kurie pagal (6.2.12) atrankos taisyklę leistini šuoliai. Vykstant kvantiniams šuoliams



6.5 pav.

kvantiniams šuoliams

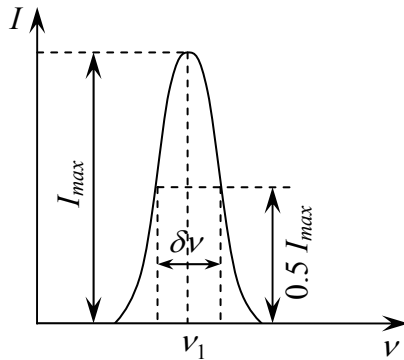
$$np \rightarrow 1s \quad (n = 2, 3, 4, \dots, \infty),$$

susidaro Laimano serija. Dėl kvantinių šuolių  $np \rightarrow 2s$ ,  $ns \rightarrow 2p$  ir  $nd \rightarrow 2p$  ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ) susidaro Balmerio serija. Analogiškai galima užrašyti kvantinius šuolius, dėl kurių susidaro kitos (infraraudonosios) spektro srities serijos.

Ne tik vandenilio, bet ir kitų vienatomių praretintų dujų bei cheminių elementų garų emisijos spektrai yra linijiniai. Tiksliau imant, linijos negali būti monochromatinės, t.y. kiekviena jų apibūdinama ne vienu fiksuotu dažniu  $\nu$ , o tam tikru dažnių ar jų atitinkančių bangos ilgių intervalu. Taigi reikia kalbėti apie spektro linijų plotį. Aptarsime tik dvi priežastis, dėl kurių taip yra.

Daugumai laisvųjų atomų sužadintų būsenų gyvavimo trukmė yra  $\tau = 10^{-9} - 10^{-8} \text{ s}$  eilės. Energijos lygmens neapibrėžtumas nusakomas šitaip:

$$\Delta W_n \geq \frac{h}{\tau}.$$



6.6 pav.

Iš to seka, kad dėl sužadintos būsenos energijos neapibrėžtumo atomai spinduliuos ne to paties dažnio  $\nu_1$  fotonus. Jų pasiskirstymą pagal dažnį rodo 6.6 paveiksle pavaizduota spektrinės linijos intensyvumo  $I$  priklausomybė nuo dažnio  $\nu$ . Spektrinės linijos pločiu  $\delta\nu$  vadinamas didžiausias skirtumas dažnių, atitinkančių didžiausio intensyvumo pusę ( $0.5I_{\max}$ ). Dėl to dydis  $\delta\nu$  dar kartais vadinamas spektrinės linijos puspločiu.

Dydžio  $\delta\nu$  didumo eilė:

$$\delta\nu = \frac{\Delta W_n}{h} \approx \frac{1}{\tau}. \quad (6.2.14)$$

Šis dydis vadinamas natūraliuoju spektro linijos pločiu. Taigi spontaniškų šuolių būdu gautoji spektro linija nėra monochromatinė. Tačiau regimajai šviesai santykinis spektrinės linijos plotis  $\frac{\delta\nu}{\nu} \sim 10^{-7}$  yra nedidelis, ir apytiksliai, tokį spinduliavimą galima laikyti monochromatiniu.

Šviesą spinduliuojantys atomai visuomet chaotiškai juda šviesos imtuvo atžvilgiu. Šis judėjimas sąlygoja papildomą spektro linijos pločio padidėjimą, kuris vadinamas Doplerio išplitimu. Linijos pločiui turi įtakos taip pat įvairios šviesą spinduliuojančio atomo sąveikos su kitais objektais.

Vandeniliškojo atomo pilnutinė elektrono energija  $W_n$  yra neigiama. Kai kvantinis skaičius  $n \rightarrow \infty$ , energija  $W_\infty \rightarrow 0$ , ir elektronas tampa laisvas, o atomas – jonizuotas. Taigi vandeniliškojo atomo jonizacijos darbas (energija)

$$A_i = W_\infty - W_n = \frac{m_e Z^2 e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (6.2.15)$$

priklauso nuo elektrono ryšio konkrečiame atome stiprumo, t.y. nuo kvantinio skaičiaus  $n$ . Tačiau atomo jonizacijos energija dažniausiai apibūdinama jonizacijos potencialu  $U_i$ :

$$U_i = \frac{A_i}{e} = \frac{m_e Z^2 e^3}{8h^2 \varepsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (6.2.16)$$



Apskaičiuojamas pirmasis jonizacijos potencialas  $U_{i1}$ , kai valentinis elektronas pašalinamas iš nesužadinto atomo. Vandenilio atomui ( $Z=1, n=1$ ) dydis  $U_{i1} \approx 13.6V$ .

Didėjant atomo jonizacijos laipsniui, jonizacijos potencialas pastebimai padidėja. Pavyzdžiui, Li  $U_{i1} \approx 5.39V$ ; vieną kartą jonizuoto  $Li^+$  jonizacijos potencialas (antrasis)  $U_{i2} \approx 75.64V$ ; dukart jonizuoto ličio  $Li^{++}$  trečiasis jonizacijos potencialas  $U_{i3} \approx 122.45V$ .

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname tiesiniu osciliatoriumi?
2. Ką vadiname nuline energija?
3. Ką vadiname mikrodalelių impulso momentu?
4. Ką nusako kvantiniai skaičiai  $n$ ,  $l$  ir  $m_l$ ?
5. Ką vadiname atrankos taisyklėmis?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Vandenilio atomo elektronas yra  $1s$  būsenos, aprašomas bangine funkcija  $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$  (čia  $r$  – elektrono nuotolis nuo branduolio;  $a$  – pirmosios Boro orbitos spindulys). Apskaičiuokite tikimybę  $P$  aptikti elektroną  $r = 0.05a$  spindulio sferoje.

Sprendimas.  $\psi$  funkcija, aprašanti elektrono  $1s$  būseną, yra sferiškai simetrinė (priklauso tik nuo  $r$ ). Todėl tūrio elementu imame sferinio sluoksnio, kurio spindulys  $r$  ir storis  $dr$ , tūrį:  $dV = 4\pi r^2 dr$ .

Tikimybę aptikti elektroną tūrio elemente  $dV$  išreiškiama šitaip:

$$dP = |\psi_{100}(r)|^2 dV = \left( \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}} \right)^2 4\pi r^2 dr.$$

Tikimybę  $P$  nustatysime integruodami  $dP$  intervale nuo 0 iki  $0.05a$ :

$$P = \frac{4}{a^3} \int_0^{0.05a} r^2 e^{-\frac{2r}{a}} dr. \quad (1)$$

Integruojame dalimis ir gauname:

$$\begin{aligned} P &= \frac{4}{a^3} e^{-\frac{2r}{a}} \left[ -\frac{ax^2}{2} - \frac{2a^2x}{4} - \frac{2a^3}{8} \right]_0^{0.05a} = \frac{4}{a^3} \left[ \frac{a^3}{4} - e^{-0.1} \left( -\frac{0.0025a^3}{2} - \frac{0.1a^3}{4} - \frac{a^3}{8} \right) \right] = \\ &= 1 - \frac{1.105}{e^{0.1}} = 1.55 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

### 6.3 Zėmano ir Štarko reiškiniai

Elektrono orbitinis impulso momentas  $\vec{L}$  neatskiriama susijęs su jo orbitiniu magnetiniu momentu šitokia lygtimi:

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m_e} \vec{L};$$

čia  $m_e$  – elektrono masė, o  $e$  – jo elektros krūvio modulis. Šitoki elektroną veikiant magnetiniu lauku, kurio indukcija  $\vec{B}$ , elektronas gauna papildomą energijos kiekį, kuris išreiškiamas šitaip:

$$\Delta W' = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} = \frac{e}{2m_e} \vec{L} \cdot \vec{B} = \frac{eL_z}{2m_e} \cdot B; \quad (6.3.1)$$

čia  $L_z = L \cos \left( \vec{L}, \vec{B} \right)$  – impulso momento projekcija išilgai vektoriaus  $\vec{B}$  nukreiptoje  $Oz$  ašyje. Į

(6.3.1) įrašę  $L_z$  išraišką gauname:

$$\Delta W' = \frac{e\hbar}{2m_e} Bm = \mu_B Bm; \quad (6.3.2)$$

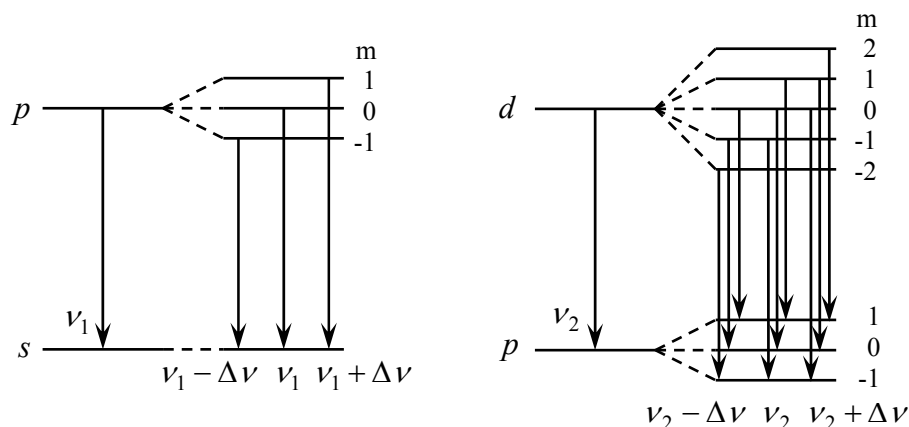
čia dydis

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.274 \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1} \quad (6.3.3)$$

vadinamas *Boro magnetonu*. Dėl to magnetinio lauko veikiamo vandenilio atomo energija  $W$  lygi  $W_n$  ir  $\Delta W'$  algebrinei sumai:

$$W = W_n + \Delta W'. \quad (6.3.4)$$

Šios lygybės antrasis dėmuo priklauso nuo magnetinio kvantinio skaičiaus  $m$ . Pastarasis gali turėti skirtingų verčių skaičių  $(2l+1)$ , todėl kvantiniais skaičiais  $n$  ir  $l$  nusakytos būsenos energijos lygmuo magnetiniame lauke suskyla į  $(2l+1)$  lygmenį. Vandeniliškojo atomo būsenoms  $s, p$  ir  $d$  energijos lygmenų skaida magnetiniame lauke parodyta 6.7 paveiksle. Tame paveiksle parodyti kvantiniai šuoliai, leistini atrankos taisyklėms. Nesant magnetinio lauko ( $B=0$ ), atomų spinduliavimo dažniai  $\nu_1$  ir  $\nu_2$ . Magnetiniame lauke ( $B \neq 0$ ) kiekviena spektrinė linija suskyla į 3 artimas linijas. Šį reiškinį 1896 m. atrado P.Zėmanas, todėl jis vadinamas *normaliuoju Zėmano reiškiniu*. Už šį atradimą P.Zėmanas 1902 m. apdovanotas Nobelio premija.



6.7 pav.

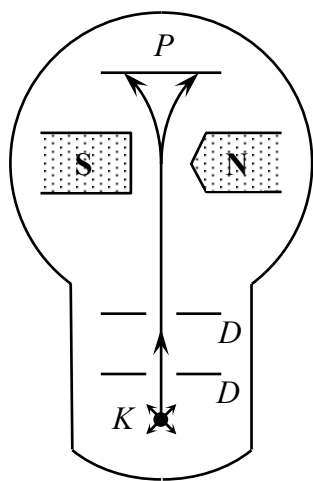
Tiriant magnetinio lauko įtaką spektrams, buvo pastebėta, kad tam tikromis sąlygomis, kai kurios spektrinės linijos suskildavo į didesnę linijų skaičių, negu tai seka iš normaliojo Zėmano reiškinių. Tai buvo pavadinta *anomalioju Zėmano reiškiniu*. Jis buvo paaiškintas tik atradus elektrono sukinį.

1913 m. J.Štarkas, tirdamas atomų, veikiamų elektrinio lauko, spektrus, atrado panašų į Zėmano reiškinių, dabar vadinamą *Štarko efektu* (reiškiniu). Pastovųjį elektrinį dipolinį momentą  $\vec{p}_e$  turintis atomas (molekulė) elektriniame lauke įgyja papildomos energijos. Ji tiesiog proporcinga lauko stiprumui  $\vec{E}$  ir priklauso nuo dipolio orientacijos vektoriaus  $\vec{E}$  atžvilgiu, išilgai kurio nukreipta ašis  $Oz$ . Dipolinis momento  $\vec{p}_e$  orientacija  $\vec{E}$  atžvilgiu nusakoma kvantiniu skaičiumi  $m$ . Taigi elektrinis laukas panaikina atomo energijos lygmenų išsigimimą  $m$  atžvilgiu. Šitoks atomo energijos lygmenų suskilimas elektriniame lauke vadinamas tiesiniu Štarko reiškiniu. Dėl jo atomo spektrinės linijos suskyla į kelias linijas. Dažnio pokytis tiesiog proporcingas  $\vec{E}$ .

Jei atomas neturi pastovaus elektrinio dipolinio momento, tuomet elektrinis laukas jį indukuota. Indukuotojo dipolinio momento vertė yra tiesiog proporcinga lauko stiprumui  $\vec{E}$ . Šiuo atveju atomo įgautoji papildoma energija jau proporcinga  $E^2$  ir taip pat priklauso nuo vektoriaus  $\vec{p}_e$  orientacijos  $\vec{E}$  atžvilgiu. Šiuo atveju gautasis atomo energijos lygmenų suskilimas elektriniame lauke vadinamas kvadratinio Štarko reiškiniu. Už tyrimus fizikos srityje J.Štarkas 1919 m. apdovanotas Nobelio premija.

## 6.4 Elektrono sukinys

1922 m. V.Šternas ir V.Gerlachas eksperimentiškai tyrė atomo magnetinio momento erdvinį kvantavimą. Jų eksperimento schema parodyta 6.8 paveiksle. Vamzdelyje, kuriame slėgis apie



6.8 pav.

$10^{-3} Pa$ , įtaisytas atomų pluoštelio šaltinis iš periodinės lentelės I grupės elemento. Pirmuose bandymuose tai buvo iki aukštos temperatūros įkaitintas sidabrinis rutuliukas  $K$ . Diafragmų sistemos  $D$  suformuotas siauras atomų pluoštelis juda statmenai labai nevienalyčio magnetinio lauko indukcijos linijoms. Šitoks laukas veikia dalelę jėga

$$F = -p_m \frac{\partial B}{\partial z}. \quad (6.4.1)$$

Ši jėga atomų pluoštelį nukreiptų išilgai ašies  $Oz$ . Tai būtų galima pastebėti plokštelėje  $P$ , kurioje atomai nusėda. Kai atomas, priklausantis periodinės elementų lentelės I grupei, yra nesužadintas, tuomet jo valentinis elektronas yra  $s$  būsenoje ( $l = 0$ ). Šitokio atomo visų elektronų

atstojamasis orbitinis impulso momentas bei su juo susijęs magnetinis momentas, irgi lygus 0. Taigi tikėtina, kad šitokių atomų pluoštelis nevienalyčiame magnetiniame lauke nenukryps. Tačiau tiek sidabro, tiek ličio atomų pluošteliai visada užlinkdavo dvejopai (6.8 pav.). Taigi, net nesužadinti šie atomai pasižymi magnetiniu momentu, kuris išorinio magnetinio lauko  $\vec{B}$  atžvilgiu gali būti dvejopai orientuotas.

Šį bandymą 1925 m. išaiškino G.Gaudsmitas ir Dž.Ulenbekas. Jie padarė prielaidą, kad elektronas pasižymi savuoju impulso momentu, vadinamu sukiniu arba spinu. Su juo susijęs savasis magnetinis momentas  $\vec{p}_{ms}$ . Eksperimentiškai nustatyta, kad pastarojo vektoriaus projekcija išilgai  $\vec{B}$  nukreiptoje  $Oz$  ašyje skaitine verte lygi Boro magnetonui, t.y.

$$p_{msz} = \pm \frac{e\hbar}{2m_e} = \pm \mu_B. \quad (6.4.2)$$

Taigi kiekvienam elektronui visuomet būdingas ne tik tam tikras krūvis, masė, bet ir *sukinys*, t.y. *jam būdingos ypatingos kvantinės savybės*, be kurių jis neegzistuoja.

I grupės sužadinto atomo visų elektronų, išskyrus valentinį, sukiniai tarpusavyje kompensuojasi. Tuomet atomo magnetinį momentą nusako tik valentinio elektrono sukinys. Jis, kaip ir bet koks kitas impulso momentas, kvantinėje mechanikoje išreiškiamas tokio pavidalo lygybe:

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}; \quad (6.4.3)$$

čia  $s$  – sukinio kvantinis skaičius.

Sukiniui tinka bendra impulso momento erdvinio kvantavimo sąlyga, todėl jo projekcija vektoriaus  $\vec{B}$  kryptimi parinktoje ašyje  $Oz$  išreiškiama šitaip:

$$L_{sz} = m_s \hbar \quad (6.4.4)$$

čia  $m_s$  – sukinio magnetinis kvantinis skaičius. Jis gali įgyti tokias vertes:

$$m_s = -s, \dots, s, \quad (6.4.5)$$

t.y. iš viso  $(2s+1)$  skirtingą vertę. Tačiau Šterno ir Gerlacho bandymas parodė, kad

$$2s+1 = 2 \text{ arba } s = \frac{1}{2}. \quad (6.4.6)$$

Tuomet pagal (6.4.5) ir (6.4.6) elektrono sukinio magnetinis kvantinis skaičius

$$m_s = \pm \frac{1}{2}. \quad (6.4.7)$$

*Mikrodalelės sukinio kvantinis skaičius yra apibrėžtas ir laikui bėgant nekinta. Jos būseną priklauso tik nuo  $m_s$ , todėl dažnai kalbant apie sukinio kvantinį skaičių, turimas galvoje dydis  $m_s$ .*

Pagal (6.4.3) ir (6.4.6) elektrono sukinys

$$L_s = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar. \quad (6.4.8)$$

Magnetiniame lauke šis sukinys orientuojasi tik taip, kad jo projekcija ašyje  $Oz$

$$L_{sz} = \pm \frac{1}{2} \hbar. \quad (6.4.9)$$

Dėl to sidabro ar ličio atomų pluoštelis nevienalyčiame magnetiniame lauke suskyla į du pluoštelių.

Dėl sąveikos su indukcijos  $\vec{B}$  magnetiniu lauku elektronas įgyja papildomą energijos kiekį

$$\Delta W'' = -\vec{p}_{ms} \cdot \vec{B} = -p_{msz} \cdot B = \pm \mu_B \cdot B. \quad (6.4.10)$$

Tuomet 6.7 paveiksle parodytas kiekvienas energijos lygmuo suskyla dar į du labai artimus lygmenis. Sukinio sąlygojama spektro linijų sklaida magnetiniame lauke vadinama anomaliuoju Zėmano reiškiniu.

Taigi elektrono būseną atome aprašoma 4 kvantiniais skaičiais; pagrindiniu  $n$ , orbitiniu  $l$ , magnetiniu  $m$  ir sukinio magnetiniu  $m_s$ .

Pradėjus naudoti didelės skiriamosios gebos spektrografus, 1924 m. aptikta, kad netgi tuomet, kai išorinio elektromagnetinio lauko nėra, kiekviena spektrinė linija vis tiek sudaryta iš dviejų ar daugiau labai artimų linijų. Pavyzdžiui Na atomo geltonoji linija sudaryta iš dviejų spektrinių linijų, kurių bangos ilgiai  $\lambda_1 = 5890 \text{ Å}$  ir  $\lambda_2 = 5896 \text{ Å}$ . Šis reiškinys vadinamas spektrinių linijų daugialypumu arba multiplietiškumu. Tai gaunasi dėl savojo ir orbitinio magnetinių momentų sąveikos.

### 6.5 Elektronų pasiskirstymas daugielektroniniame atome ir periodiškumas

Tarkime, kad mikrodalelių kvantinė sistema susideda iš vienodų dalelių, pavyzdžiui elektronų. Visų jų svarbiausios fizikinės savybės (masė, elektros krūvis, sukinys) yra vienodos. Tokios dalelės vadinamos tapatingosiomis. Kvantinėje mechanikoje suformuluotas tapatingumo principas: tapatintųjų dalelių sistemos būsena nepakinta, kai sistemos dalelės sukeičiamos vietomis. Toks dalelių sukeitimas vietomis nepakeičia sistemą aprašančios banginės funkcijos modulio kvadrato.

Pavyzdžiui, dviejų tapatingųjų dalelių sistemos banginė funkcija  $\Psi\left(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t\right)$  priklauso nuo jų abiejų padėties, nusakomos atitinkamomis koordinatėmis ar padėties vektoriais  $\vec{r}_1$  bei  $\vec{r}_2$  ir laiko  $t$ . Sukeitus šias daleles vietomis, pagal tapatingumo principą sistemos būsena nepakinta, todėl turi galioti šitokia lygybė:

$$\left| \Psi\left(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t\right) \right|^2 = \left| \Psi\left(\vec{r}_2, \vec{r}_1, t\right) \right|^2. \quad (6.5.1)$$

Ši sąlyga tenkinama dviem atvejais:

$$\Psi\left(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t\right) = \Psi\left(\vec{r}_2, \vec{r}_1, t\right) \quad (6.5.2)$$

ir

$$\Psi\left(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t\right) = -\Psi\left(\vec{r}_2, \vec{r}_1, t\right) \quad (6.5.3)$$

Pirmuoju atveju daleles sukeitus vietomis, banginė funkcija nepakinta. Ji vadinama simetrine. Antruoju atveju dvi tapatingąsias daleles sukeitus vietomis, banginė funkcija ženklą pakeičia priešingu. Ji vadinama antisimetrine. Kai dalelių tarpusavio sąveika yra silpna, palyginus su jų sąveika su išorinių jėgų lauku, tai kiekvienai dalelei galima priskirti atskirus kvantinių skaičių

rinkinius. Pažymėkime juos  $a$  ir  $b$ . Dabar kiekviena dalelė aprašoma savo bangine funkcija  $\psi_a(\vec{r}_1)$  ir  $\psi_b(\vec{r}_2)$ . Toks artėjimas dažnai vadinamas vienelektroniniu artėjimu. Šiuo atveju sistemos banginė funkcija

$$\psi = \psi_a(\vec{r}_1)\psi_b(\vec{r}_2). \quad (6.5.4)$$

Tačiau dėl dalelių tapatingumo neįmanoma nustatyti, kuriai iš jų priskirtinas kvantinių skaičių rinkinys  $a$ , o kuriai –  $b$ . Šiuo atveju simetrinėms banginėms funkcijoms (6.5.2) lygybė perrašoma šitaip:

$$\psi_a(\vec{r}_1)\psi_b(\vec{r}_2) = \psi_a(\vec{r}_2)\psi_b(\vec{r}_1), \quad (6.5.5)$$

o antisimetrinėms (6.5.3):

$$\psi_a(\vec{r}_1)\psi_b(\vec{r}_2) = -\psi_a(\vec{r}_2)\psi_b(\vec{r}_1). \quad (6.5.6)$$

Nagrinėkime dvi vienodais kvantinių skaičių rinkiniais ( $a=b$ ) aprašomas silpnai sąveikaujančias tapatingas daleles. Jei jos aprašomos simetrinėmis banginėmis funkcijomis, tuomet (6.4.5) lygybė virsta tapatybe. Tačiau kai dalelės aprašomos antisimetrinėmis banginėmis funkcijomis, tuomet iš (6.5.6) gauname:

$$\psi_a(\vec{r}_1)\psi_a(\vec{r}_2) = -\psi_a(\vec{r}_2)\psi_a(\vec{r}_1).$$

Pastaroji lygybė galima tik tuomet, kai dalelių sistemos banginė funkcija tapatingai lygi 0, t.y.

$$\psi_a(\vec{r}_1)\psi_a(\vec{r}_2) \equiv 0.$$

Vadinasi, vienoje kvantinėje sistemoje negali būti dviejų (ar daugiau) antisimetrinėms banginėmis funkcijomis aprašomų dalelių, jeigu jų visi kvantiniai skaičiai yra vienodi. Šią išvadą 1924–1925 m. padarė V.Paulis, todėl ji vadinama Paulio principu. Už šio principo atradimą 1945 m. V.Paulis apdovanotas Nobelio premija.

Dalelės banginės funkcijos simetriškumas susijęs su jos sukiniu, t.y. su dalelės prigimtimi. Sveikąjį sukinio kvantinį skaičių (taip pat ir nulį) turinčios dalelės aprašomos tik simetrinėmis banginėmis funkcijomis. Šitokių dalelių rinkiniams taikoma Bozės ir Einšteino kvantinė statistika, todėl jos vadinamos bozonais. Bozonai yra fotonai, mezonai ir kai kurios kitos dalelės. Dalelės,

kurių kvantinis sukinio skaičius yra pusinis ( $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$  ir t.t.) aprašomos antisimetrinėms banginėmis funkcijomis. Jų rinkiniams taikoma *Fermio ir Dirako statistika*, todėl jos vadinamos *fermijonais*. *Fermijonai yra elektronai, protonai, neutronai, neutrina* ir kt. Taigi Paulio principą galima formuluoti šitaip: *vienoje kvantinėje sistemoje negali būti dviejų fermionų, turinčių visus tuos pačius kvantinius skaičius*.

Atomo elektrono būseną pilnai aprašoma 4 kvantiniais skaičiais:

pagrindiniu	$n(n = 1, 2, 3, \dots, \infty)$
orbitiniu	$l(l = 0, 1, 2, \dots, n - 1)$
magnetiniu	$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$
sukinio magnetiniu	$m_s (m_s = \pm \frac{1}{2})$

Pagal Paulio principą viename atome negali būti dviejų ar daugiau elektronų, kurių keturių kvantinių skaičių rinkiniai būtų vienodi, t.y.

$$Z(n, l, m, m_s) = 0 \text{ arba } 1;$$

čia  $Z$  – elektronų skaičius būsenoje, apibūdinamoje kvantiniais skaičiais  $n, l, m$  ir  $m_s$ .

Nejonizuoto atomo elektronų skaičius yra lygus jo eilės numeriui periodinėje elementų lentelėje. Jų pasiskirstymas atome pagrįstas Paulio principu ir mažiausios energijos principu, kuris teigia, kad nesužadintame atome elektronai pasiskirsto taip, kad atomo energija būtų mažiausia. *Atomo būsenos energija labiausiai priklauso nuo dydžio  $n$ , mažiau nuo  $l$  ir dar mažiau nuo  $m$  ir  $m_s$* . Didėjant elektronų skaičiui, orbitinio kvantinio skaičiaus  $l$  įtaka energijos vertei didėja.

Būsenoje  $n$  gali būti ne daugiau kaip  $2n^2$  elektronų  $\left( \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2 \right)$ . Elektronai su tuo

pačiu pagrindiniu kvantiniu skaičiumi sudaro elektronų sluoksnį.

To paties sluoksnio elektronai, kurių vienodas šalutinis kvantinis skaičius  $l$  sudaro jų posluoksnį. Posluoksnyje gali būti  $2(2l+1)$  elektronas. 3 lentelėje sužymėti sluoksniai, juos sudarantys posluoksniai, jų simboliai bei juose galimas didžiausias elektronų skaičius.

3 lentelė

$n$	1	2		3			4				5				
Sluoksnių simbolis	K	L		M			N				O				
Didžiausias elektronų skaičius sluoksnyje	2	8		18			32				50				
$l$	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Posluoksnių simbolis	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	5g
Didžiausias elektronų skaičius posluoksnyje	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18



Periodinė elementų sistema pagrįsta 1869 m. D.Mendelejevo atrastu elementų periodiniu dėsniu: cheminės elementų savybės periodiškai priklauso nuo atomų branduolių elektrinio krūvio. Kiekvienas periodas prasideda šarminiu metalu ir baigiasi inertinėmis dujomis, to paties pogrupio elementų cheminės savybės panašios. Elementų savybių periodiškumą paaiškina kvantinė mechanika. Šis periodiškumas sutampa su sluoksnių užpildymo elektronais periodiškumu. Pereinant nuo vieno elemento prie kito didėja branduolio krūvis  $Ze$ ; čia  $Z$  – cheminio elemento numeris periodinėje lentelėje,  $e$  – elementarusis krūvis, taip pat didėja atomo elektronų skaičius  $Z$ . Cheminių elementų pagrindinė konfigūracija (pasiskirstymu) vadiname tą, kurią atitinka mažiausia atomo energija. Nesužadinto vandenilio ( $Z=1$ ) vienintelis elektronas yra būsenoje  $1s$ . Vandenilio atomo pagrindinė būseną nusako tokiais kvantiniais skaičiais:  $n=1$ ,  $l=0$ ,  $m=0$ ,  $m_s=-1/2$ . Helio ( $Z=2$ ) atome yra du elektronai. Pagrindinė konfigūracija yra  $1s^2$ . Elektronai visiškai užpildo K sluoksnį, todėl ličio ( $Z=3$ ) trečias elektronas L sluoksnyje užima mažiausios energijos būseną  $2s$  ( $n=2$ ,  $l=0$ ,  $m=0$ ,  $m_s=-1/2$ ). Berilio ( $Z=4$ ) atome visiškai užpildytas  $2s$  posluoksnis. Boro ( $Z=5$ ) atome pradedamas, o neono ( $Z=10$ ) atome baigiamas užpildyti  $2p$  posluoksnis. Taigi Ne atome visiškai užpildyti K ir L sluoksniai ( $1s^2 2s^2 2p^6$ ), todėl natrio ( $Z=11$ ) atomo valentinis elektronas pradeda M sluoksnio  $3s$  posluoksnį. Iš nagrinėtų pavyzdžių matyti, kad lengvųjų cheminių elementų atomų elektronų sluoksniai ir jų posluoksniai užpildomi eilės tvarka: pirmiausiai visiškai užpildomas tas, kurio kvantinis skaičius pats mažiausias ir tik po to pradedamas pildyti kitas, kurio atitinkamas kvantinis skaičius vienetu didesnis. Tai seka iš atomo energijos minimumo ir Paulio principų. Tačiau šis būsenų užpildymo reguliarumas kaliui ( $Z=19$ ) sutrinka, nes  $3d$  būsenos, nusakomos kvantiniais skaičiais  $n=3$  ir  $l=2$ , energija yra didesnė negu  $4s$  būsenos. Dėl to kalio valentinis elektronas pradeda  $4s$ , o ne  $3d$  posluoksnį. Kalcio  $Z=20$  atome užpildytas  $4s$  posluoksnis, todėl skandžio  $Z=21$  atome atitinkamai energijos minimumo principui pradedamas pildyti  $3d$  posluoksnis, kuris yra visiškai užpildytas cinko ( $Z=30$ ) atome, todėl galio ( $Z=31$ ) atome pradedamas pildyti jau  $4p$  posluoksnis. Pastarąjį užbaigia kriptonas ( $Z=36$ ). Nuosekliai didėjant cheminio elemento eilės numeriui, išorinio sluoksnio užpildymas periodiškai kartojasi. Kiekvieno atomo išorinio sluoksnio  $s$  ir  $p$  posluoksnių elektronai dalyvauja cheminėse jungtyse. Todėl cheminių elementų atomai, kurių išoriniai posluoksniai užpildyti panašiai, pasižymi panašiomis savybėmis. Pavyzdžiui, šarminių metalų (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) išoriniame sluoksnyje yra tik vienas  $s$  elektronas, Žemės šarminių elementų (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra) – du  $s$  elektronai ir t.t. Taigi cheminių savybių periodiškumą lemia atomo būsenų užpildymo elektronais periodiškumas.

Kai išorinio elektronų sluoksnio  $s$  ir  $p$  posluoksniai yra visiškai užpildyti, tuomet atomo energija yra minimali. Ši atomo būseną energijos požiūriu pati palankiausia. Tokia ji yra inertinių dujų (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn), dėl to jos chemiškai neaktyvios.

Atkreiptinas dėmesys į dvi cheminių elementų grupes. Viena jų prasideda už lantano ( $Z = 57$ ). Ją sudaro 14 cheminių elementų. Visi jie vadinami lantanidais (arba lantanoidais). Jie sudaro  $1.49 \cdot 10^{-2}\%$  Žemės plutos masės, todėl dar vadinami retųjų žemių elementais. Nerašant gilesnių elektronais visiškai užpildytų posluoksnių, tai lantanoidų elektronų bendrą konfigūraciją galėsime užrašyti šitaip:

$$\dots 4f^{1+14} 5s^2 5p^6 6s^2.$$

Išimtį sudaro šios grupės paskutinis elementas lutecis ( $Z = 71$ ): jo ir  $5d$  posluoksnyje yra vienas elektronas. Didėjant atominiam skaičiui  $Z$ , elektronų daugėja ne išoriniame sluoksnyje, o trečiame nuo išorės ( $4f$ ), todėl lantanoidų cheminės savybės labai panašios. Panašios ir fizikinės savybės: visi jie yra metalai, labai grynai – plastiški, kalūs, lengvai tempiami, pagerina plieno, ketaus aliuminio lydinų kokybę. Jie yra feritų komponentai, įeina į lazeriuose naudojamų kristalų sudėtį ir kt.

Kita už aktinio ( $Z = 89$ ) esančių 14 cheminių elementų grupė vadinama aktinoidais arba aktinidais. Jie prasideda toriu ( $Z = 90$ ) ir baigiasi laurenciu ( $Z = 103$ ). Visi jie yra radioaktyvūs. Iš aktinidų tik trys (toris, protaktinis ir uranas) randami gamtoje, visi kiti gaunami dirbtiniu būdu. Dirbtiniai aktinoidai dar vadinami transuraniniais elementais. Jų bendra elektronų konfigūracija

$$\dots 5f^{1+14} 6s^2 6p^6 7s^2.$$

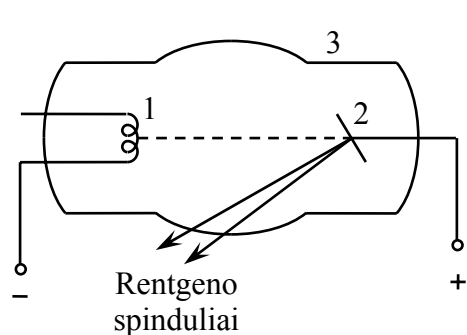
Didėjant elemento atominiam skaičiui  $Z$ , elektronų daugėja trečiame nuo išorės ( $5f$ ) sluoksnyje. Dėl to jų cheminės savybės labai panašios. Tačiau aktinoidų  $5f$  elektronai surišti kiek laisviau negu lantanoidų  $4f$  elektronai, todėl aktinoidai vieni nuo kitų chemiškai šiek tiek daugiau skiriasi. Dėl silpnescio ryšio pirmųjų aktinoidų elementų valentingumas gali būti lygus 6, o neptūnio ir plutonio – net 7. Visi aktinoidai yra metalai. Praktiškai svarbiausi iš jų yra toris, uranas ir plutonis. Jie naudojami branduolinėje energetikoje, taip pat kaip radioaktyviųjų spindulių šaltinis.

## 6.6 Rentgeno spinduliai

1895 m. V. Rentgenas atrado spindulius, kurių bangos ilgis trumpesnis už ultravioletinių. Jie vėliau buvo pavadinti Rentgeno spinduliais. Už šio spinduliavimo atradimą 1901 m. V. Rentgenas apdovanotas Nobelio premija. Jis buvo pirmasis Nobelio premijos laureatas.

Rentgeno spindulių bangos ilgis  $\lambda = 10^{-14} \div 10^{-7} \text{ m}$ . Trumpieji Rentgeno spinduliai ( $\lambda < 0.2 \text{ nm}$ ) yra labai skvarbūs, ir todėl jie vadinami kietaisiais, o ilgieji – mažiau skvarbūs ir vadinami minkštaisiais spinduliais. Yra dirbtiniai ir gamtiniai Rentgeno spindulių šaltiniai. Gamtiniai – tai radioaktyvieji izotopai, Saulė ir kai kurie kiti kosminiai kūnai.

*Dirbtiniuose šaltiniuose Rentgeno spinduliai susidaro stabdant greitas elektringąsias daleles, dažniausiai elektronus.* Taip Rentgeno spinduliai susidaro Rentgeno vamzdžiuose, kineskopuose,

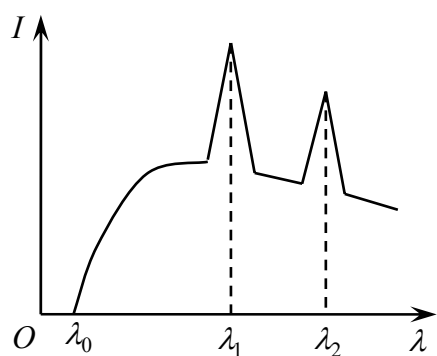


6.9 pav.

elektroniniuose vamzdžiuose, netgi elektroninėse lempose ir kt.

Rentgeno vamzdis yra elektrovakuuminis prietaisas (6.9 pav.). Jo pagrindinės dalys – katodas 1 (elektronų šaltinis) bei anodas 2, kuris dar vadinamas antikatu (Rentgeno spindulių šaltinis), ir sandarus balionas 3 (stiklinis arba stiklo ir metalo). Anodas gaminamas iš sunkiųjų metalų (W, Cu, Pt ir kt.).

Elektronus greitina tarp katodo ir anodo sudaryta aukšta įtampa  $U$ . Ji būna nuo kelių dešimčių  $kV$  iki milijonų voltų. Greitieji elektronai, susidūrę su anodu, stabdomi. Didžioji elektronų energijos dalis virsta šiluma ir tik maža dalis ( $\sim 0.1 \div 5\%$ ) – Rentgeno spinduliais. Šitaip gautasis Rentgeno spinduliavimas vadinamas stabdomuoju. Šie virsmai yra atsitiktiniai, t.y. įvairių elektronų energijos skirtinga dalis virsta Rentgeno spinduliavimu. Dėl to stabdomojo Rentgeno spinduliavimo spektras yra ištisinis. Tačiau jis trumpųjų bangų srityje turi nuo



6.10 pav.

antkatodo medžiagos nepriklausančią ribą, t.y. minimalų bangos ilgį  $\lambda_0$  (6.10 pav.). Eksperimentiškai nustatyta, kad  $\lambda_0$  su greitinančiąja įtampa  $U$  susijusi šitokia lygybe:

$$\lambda_0 = \frac{12390}{U}; \quad (6.6.1)$$

čia bangos ilgis matuojamas angstromais ( $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$ ), o įtampa – voltais. Šią priklausomybę paaiškino kvantinė teorija. Stabdant elektroną susidariusio Rentgeno spindulių

kvanto energija  $\varepsilon = h\nu$  negali būti didesnė už elektrono energiją  $eU$ , įgytą elektriniame lauke. Kvanto didžiausiai energijai galioja lygybė

$$eU = h\nu_0.$$

Šioje lygybėje išreiškę dažnį bangos ilgiu, gauname:

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{hc}{eU}. \quad (6.6.2)$$

Taigi šio spektro trumpabangės ribos bangos ilgis  $\lambda_0$  yra atvirkščiai proporcingas elektronų greitinančiai įtampai. Pavyzdžiui, elektroninėse lempose ( $U \sim 10^2 V$ ) stabdomojo Rentgeno spektro trumpabangė riba  $\lambda \sim 10^2 \text{ \AA}$ . Tai minkštieji Rentgeno spinduliai, ir juos stiklinis ar metalinis balionas visiškai sugeria. Televizorių kineskopuose greitinančioji įtampa  $U \sim 10^4$  eilės, todėl  $\lambda \sim 1 \text{ \AA}$ . Todėl apsaugai nuo spinduliavimo naudojamos pakankamo storio kineskopo vamzdžio sienelės.

Iš bandymo nustačius  $\lambda_0$  ir  $U$ , pagal (6.6.2) formulę apskaičiuojama Planko konstanta. Tai vienas tiksliausių jos nustatymo būdų.

Jeigu elektronus greitinanti įtampa viršija tam tikrą anodo medžiagai būdingą vertę, tuomet Rentgeno spindulių spektras būna sudarytas iš dviejų dalių: be stabdomojo spinduliavimo stebimas monochromatinis spinduliavimas. Jis būdingas elektronus stabdančiai medžiagai, todėl vadinamas būdinguoju spinduliavimu. Jo intensyvumo  $I$  priklausomybė nuo bangos ilgio parodyta 6.10 paveiksle. Čia būdingąjį spinduliavimą atitinka bangų ilgio  $\lambda_1$  ir  $\lambda_2$  taškuose atsiradę intensyvumo šuoliai. Eksperimentiškai nustatyta, kad būdingojo spinduliavimo spektro linijos susitelkusios į serijas. Jos vadinamos K, L, M, N ir t.t. serijomis. Kiekviena serija sudaryta iš keleto linijų. Jos žymimos indeksais  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  ( $K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, \dots, L_\alpha, L_\beta, L_\gamma, \dots$  ir t.t.) atitinkamai didėjančiam dažniui. Šių serijų susidarymas paaiškinamas šitaip. Atomą apšaudant didelės energijos elektronais, K sluoksnio elektronas gali gauti energijos kiekį, pakankamą išlėkti iš atomo. Tokio atomo kitų sluoksnių elektronams pereinant į K sluoksnyje susidariusią vakansiją, išspinduliuojama K serijos atitinkama spektro linija. Kai vakansija susidaro L sluoksnyje, tuomet, užimant ją M, N ar kito tolimesnio sluoksnio elektronams, spinduliuojamos L serijos linijos.

1913 m. H.Mozlis atrado dėsnį, apibūdinantį Rentgeno spindulių būdingojo spektro linijų dažnio  $\nu$  ir atominio skaičiaus  $Z$  sąryšį. Pagal šį dėsnį  $K_\alpha$  linijos dažnį galima išreikšti šitaip:

$$\nu_{K_\alpha} = R(Z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right);$$

čia  $R$  – Rydbergo konstanta. Linijai  $K_\beta$  dažnis

$$\nu_{K_{\beta}} = R(Z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right);$$

linijai  $L_{\alpha}$  dažnis

$$\nu_{L_{\alpha}} = R(Z-7.5)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

ir t.t. Apibendrintai šios formulės užrašomos šitaip:

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad (6.6.3)$$

serijos konstanta  $\sigma$  vadinama ekranavimo konstanta,  $n$  ir  $m$  – atitinkami sveikieji skaičiai. Dažniausiai Mozlio dėsnis užrašomas šitaip:

$$\sqrt{\nu} = a(Z - \sigma); \quad (6.6.3a)$$

čia  $a$  – kiekvienai serijos linijai būdinga konstanta. Tuomet Mozlio dėsnis nusakomas šitaip: kvadratinė šaknis iš dažnio yra atominio skaičiaus tiesinė funkcija. Branduolio teigiamo krūvio ekranavimo efektas jį supančiais elektronais įvertinamas ekranavimo konstanta  $\sigma$ .

Būdingųjų Rentgeno spektrų dėsningumai visiškai patvirtina elektronų sluoksninį pasiskirstymą atome.

Nuostabi Rentgeno spindulių savybė yra ta, kad jie praeina pro daugelio kūnų gana storą medžiagos sluoksnį. Bugerio dėsnis užrašomas šitaip:

$$I = I_0 e^{-\alpha x};$$

čia  $I_0$  – krintančių Rentgeno spindulių intensyvumas,  $I$  – praėjusių  $x$  storio medžiagos sluoksnį intensyvumas,  $\alpha$  – Rentgeno spindulių slopinimo koeficientas. Rentgeno spindulių srautas medžiagoje slopsta dėl dviejų procesų: fotoefekto (fotonų nelieka – įvyksta tikroji absorbcija) ir Komptono reiškinių (sumažėja fotonų energija). Praktiniu požiūriu svarbiausio diapazono ( $\lambda = 0.2 - 2 \text{ \AA}$ ) Rentgeno spinduliai silpsta dėl fotoefekto. Tuomet dydis  $\alpha$  labai priklauso nuo elemento atominio skaičiaus  $Z$  ir bangos ilgio

$$\alpha \approx CZ^4 \lambda^3;$$

čia konstanta  $C$  priklauso nuo medžiagos tankio. Šiuo sąryšiu pagrįsta rentgeno defektoskopija ir rentgenodiagnostika. Tiems tikslams gerai tinka stabdomasis Rentgeno spinduliavimas.

Praktiškai taikomos ir kitos Rentgeno spindulių savybės. Rentgeno spindulių difrakcija paremti kristalų struktūros tyrimo metodai. Tiems tikslams ypač gerai tinka būdingieji Rentgeno spinduliai, tačiau monokristalų struktūra tirinama ir su ištisiniu Rentgeno spektru.

Rentgeno spindulių biologinis veikimas taikomas rentgenoterapijoje. Jie slopina navikų augimą, sukelia jų irimą, nuskausmina, mažina organizmo jautrumą, padeda gydyti uždegimus.

Kuriami Rentgeno spinduliais veikiantys prietaisai, pavyzdžiui, Rentgeno mikroskopai. Juose padidintas mikroobjekto atvaizdas sukuriamas Rentgeno spindulių srautu. Pradėjus naudoti keitiklius, kurie Rentgeno spindulius paverčia regimąja šviesa, ir televiziją, tokiu mikroskopu galima operatyviai kontroliuoti objektų sandarą.

## **6.7 Molekulių ir jų spektrų samprata**

Molekulė – mažiausia medžiagos dalelė, turinti esmines tos *medžiagos chemines savybes*. Ji susideda iš vienodų arba skirtingų atomų. Molekulėje atomų yra du arba daugiau. Išimtį sudaro inertinių dujų vienatomės molekulės. Molekulės, kuriose yra daugiau kaip 1000 atomų, vadinamos makromolekulėmis: pavyzdžiui, baltymo molekulėje yra apie 10 milijonų atomų. Atomus molekulėje į patvarią daugiaatomę sistemą sieja atomų sąveika, kuri dar vadinama cheminiu ryšiu. Šios sąveikos kiekybinis matas yra energijos kiekis, kuris išsiskiria susidarant molekulei.

Bandymai rodo, kad atomams susijungus į molekulę, jos optinis spektras, kurį sąlygoja valentinių elektronų šuoliai, labai skiriasi nuo atominio spektro, o būdingasis Rentgeno spektras, kurį sąlygoja vidinių sluoksnių elektronų šuoliai, nepakinta. Taigi, tarpatominę sąveiką molekulėje lemia atomų valentiniai elektronai.

Molekulės, kuriose sąveikaujantys atomai yra pavirtę priešingo ženklo krūvį turinčiais jonais, vadinamos joninėmis. Tarpatominis ryšys tarp jų vadinamas joniniu.

Panagrinėkime NaCl molekulės susidarymo pavyzdį. Na ir Cl nesužadintų atomų elektronų konfigūracija yra tokia:



I grupės elemento Na atomo išoriniame sluoksnyje 3s yra vienas valentinis elektronas. Darbas, kurį reikia atlikti norint išstumti šį elektroną iš atomo, vadinamas jonizacijos energija ir jis lygus apie  $5.1\text{eV}$ . Šitiek energijos suvartojama jonizuojant Na atomą. Chloro atomo valentinio elektronų sluoksniu 3p posluoksniui užpildyti stings 1 elektrono. Jį užpildant, išsiskiria apie  $3.8\text{eV}$  energijos, ir atomas virsta neigiamuoju jonu. Šis energijos kiekis vadinamas elektroninio giminingumo energija. Natrio 3s elektronui pereinant į chloro 3p pasluoksnį, susidaro du vienakrūviai priešingų ženklų jonai. Dėl jų abipusės traukos dar išsiskiria apie  $11.5\text{eV}$  energijos.

Taigi iš neutralių atomų susidarant NaCl molekulei, energijos pokyčių bendras balansas

$$\Delta W = (5.1 - 3.8 - 11.5)eV = -10.2eV$$

yra neigiamas, t.y. molekulės energija tiek mažesnė už buvusių atomų energijų sumą. Šitoks joninės molekulės susidarymo procesas energijos požiūriu yra palankus. Toks ryšys galimas tarp I ir VII grupių elementų. Kai sąveikauja artimesnių grupių atomai, jų cheminis ryšys turi ir joninio ir valentinio ryšio požymius.

Gamtoje egzistuoja ir iš vienodų atomų sudarytos molekulės, pavyzdžiui,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$  ir t.t.

Vienodų atomų cheminio ryšio kvantinę teoriją sukūrė V.Heitleris ir F.Londonas. 1927 m. jie artutiniais metodais išaiškino  $H_2$  molekulės cheminį ryšį. Tokią molekulę sudaro sąveikaujančios 4 dalelės – 2 atomo branduoliai ir 2 elektronai. Kai elektronų sukiniai antilygiagretūs, tai atomams suartėjant, sistemos energija pastebimai mažėja ir susidaro cheminis ryšys. Tuomet persiklojant elektronų krūvio debesims, jų krūvio tankis erdvėje tarp branduolių labai padidėja. Galima sakyti, kad kiekvienas elektronas vienu metu priklauso abiem branduoliams. Šitoks ryšys tarp atomų vadinamas valentiniu arba kovalentiniu.

Atomo valentingumu vadinamas valentinių jungčių, kurias jis gali sudaryti, skaičius.

Valentiniai ryšiai gali susidaryti ir tarp skirtingų atomų, esančių gretimose periodinės elementų lentelės grupėse, pavyzdžiui, CN molekulė. Tačiau cheminis ryšys tarp atomų, esančių vis tolimesnėse grupėse, turi ir valentinio, ir joninio ryšio požymių.

Absorbcijos, emisijos ar kombinacinio išsklaidymo spektrai, susidarantys dėl kvantinių šuolių tarp laisvosios ar silpnai su kitomis sąveikaujančios molekulės energijos lygmenų, vadinami molekuliniiais.

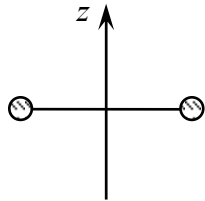
Molekulė gali judėti sudėtingiau už pavienį atomą: ji gali suktis arba atomai molekulėje gali virpėti. Taigi molekulės būsenai nusakyti reikia daugiau ir kvantinių skaičių negu atomo būsenai nusakyti.

Molekulės energija  $W$  susideda iš tokių dėmenų: jos masės centro slenkamojo judėjimo energijos  $W_s$ , molekulę sudarančių atomų branduolių energijos  $W_b$ , elektronų judėjimo ir sąveikos energijos  $W_e$  atome, molekulės kaip visumos sukamojo judėjimo (rotacijos) energijos  $W_r$  ir molekulę sudarančių atomų branduolių virpėjimo apie jų pusiausvyros padėtį energijos  $W_v$ . Taigi molekulės pilnutinė energija

$$W = W_s + W_b + W_e + W_v + W_r. \quad (6.7.1)$$

Molekulės slenkamojo judėjimo energija  $W_s$  yra nekvančiuota ir ji spektrams įtakos neturi. Pastebimos įtakos molekuliniam spektrams neturi ir branduolių energija  $W_b$ , todėl į šiuos dydžius nekreipiame dėmesio. Taigi molekulinį spektrą svarbiausius dėsningumus lemia energijos

$$W' = W_e + W_v + W_r \quad (6.7.1a)$$



6.11 pav.

pokyčiai. Jiems išsiaiškinti panagrinėkime pačią paprasčiausią, t.y. dviatomę molekulę (6.11 pav.). Molekulę laikykime absoliučiai standžia ir besisukančia apie atomus jungiančią tiesę statmeną ašį, kuri eina pro molekulės masių centrą. Šios ašies atžvilgiu molekulės inercijos momentą pažymėkime  $I_z$ . Tuomet molekulės sukamojo judėjimo energija

$$W_r = \frac{L^2}{2I_z}; \quad (6.7.2)$$

čia  $L$  – molekulės rotacijos impulso momentas. Jis kvantinėje mechanikoje išreiškiamas šitaip:

$$L = \hbar \sqrt{J(J+1)}, \quad (J = 0, 1, 2, \dots) \quad (6.7.3)$$

čia dydis  $J$  vadinamas rotaciniu kvantiniu skaičiumi. Iš (6.7.2) ir (6.7.3) seka, kad molekulės sukamojo judėjimo energija išreiškiama šitaip:

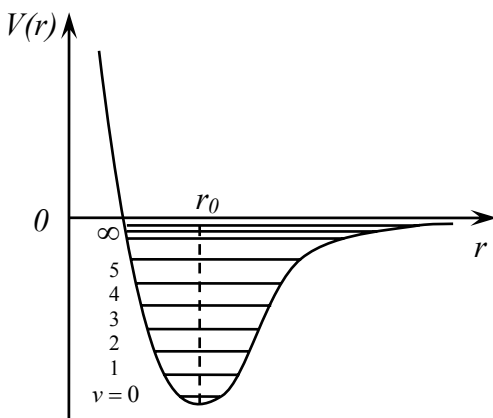
$$W_{r,J} = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I_z} = BJ(J+1); \quad (6.7.4)$$

čia nuo molekulės sandaros priklausantis ir energijos vienetais matuojamas dydis  $B = \frac{\hbar^2}{2I_z}$

vadinamas molekulės rotacine konstanta.

Iš (6.7.4) seka, kad skirtumas tarp gretimų rotacinės energijos lygmenų yra šitoks:

$$W_{r,J+1} - W_{r,J} = 2B(J+1). \quad (6.7.5)$$



6.12 pav.

Jis yra  $10^{-5} - 10^{-3} eV$  eilės. Iš impulso momento tvermės dėsnio seka, kad čia galimi tik atrankos taisyklė  $\Delta J = \pm 1$  tenkinantys spinduliniai šuoliai, t.y. galimi tik šuoliai į gretimą rotacinės energijos lygmenį.

Tarkime, kad ryšys tarp atomų molekulėje yra tamprusis. Tuomet atomų sąveikos potencinė energija  $V(r)$ , kaip nuotolio  $r$  tarp jų centrų funkcija parodyta 6.12 paveiksle. Nuotoliui tarp atomų centrų pakitus



dydžiu  $|r - r_0|$ , atsiranda link pusiausvyros padėties nukreipta kvazitamprioji jėga – dėl to kiekvieno atomo branduolys virpa apie savo pusiausvyros padėtį ( $r = r_0$ ). Jeigu virpesių amplitudė, palyginti su  $r_0$  yra labai maža, tai jie yra harmoniniai ir jiems tinka harmoninio osciliatoriaus dėsniumai. Tokio osciliatoriaus energija išreiškiama lygtimi:

$$W_v = \left( v + \frac{1}{2} \right) h \nu_0 \quad (v = 0, 1, 2, \dots);$$

čia  $v$  – vibracinis kvantinis skaičius,  $\nu_0$  – nuo virpančios dalelės masės  $m$  ir sistemos kvazitampriosios konstantos  $k$  priklausantis virpėjimo savasis dažnis  $\left( \nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \right)$ . Iš energijos formulės seka, kad nuotolis tarp gretimų vibracinės energijos lygmenų yra vienodas ir lygus

$$W_{v+1} - W_v = h \nu_0 \quad (6.7.6)$$

Nustatyta, kad priklausomai nuo molekulės prigimties šis skirtumas yra  $10^{-2} - 10^{-1} eV$  eilės. Tokio osciliatoriaus spinduliniais šuoliams tarp vibracinės energijos lygmenų galioja atrankos taisyklės  $\Delta v = \pm 1$ . Tačiau esant dideliems  $v$  (didelė branduolio virpėjimo amplitudė), atomų sąveikos potencinė energija  $V(r)$  kinta ne parabolės dėsniu, – virpesiai yra jau anharmoniniai. Tuomet vibracinės energijos lygmenys jau nevienodai nutolę vienas nuo kito, o didėjant  $v$ , tankėja (6.12 pav.). Be to, anharmoniniam osciliatoriui jau galimi kvantiniai šuoliai, kuriuose  $\Delta v$  gali būti didesnis už 1. Tačiau šitokių spektro linijų intensyvumas nedidelis ir mažėja didėjant  $\Delta v$ . Molekulės elektronų lygmenys – tai atomo energijos lygmenys, kurie labiausiai priklauso nuo pagrindinio kvantinio skaičiaus  $n$ . Kai kvantinio šuolio metu kinta  $n$ , tai elektronų energijos pokytis  $\Delta W_e$  yra keleto  $eV$  eilės ir gaunamas regimasis ar ultravioletinis spinduliavimas.

Taigi dviatomės molekulės energijos išraišką perrašome šitaip:

$$W' = W_e + W_v + W_r = W_e + \left( v + \frac{1}{2} \right) h \nu_0 + \frac{\hbar^2}{2I_z} J(J+1). \quad (6.7.7)$$

Nustatyta, kad šios lygybės dėmenims galioja nelygybė

$$W_e \gg W_v \gg W_r.$$

Taigi gretimi elektronų energetiniai lygmenys  $W_e$  yra toli vienas nuo kito palyginti su gretimais vibraciniais, o tuo labiau rotaciniais energetiniais lygmenimis. Kiekvieną apibrėžtą  $W_e$  vertę atitinka kvantiniu skaičiumi  $v$  nusakomas visas molekulės vibracinių būsenų rinkinys su savita vibracine energija  $W_v$ . Savo ruožtu kiekvieną apibrėžtą molekulės vibracinės energijos  $W_v$  vertę dar atitinka



6.13 pav.

daugybė būsenų su skirtinga rotacine energija  $W_r$ . Taigi net dvitomės molekulės energijos spektras yra labai sudėtingas palyginti su atomo. 6.13 paveiksle pavaizduoti du elektroniniai energetiniai lygmenys (storos linijos) kartu su vibraciniais ir rotaciniais energetiniais lygmenimis.

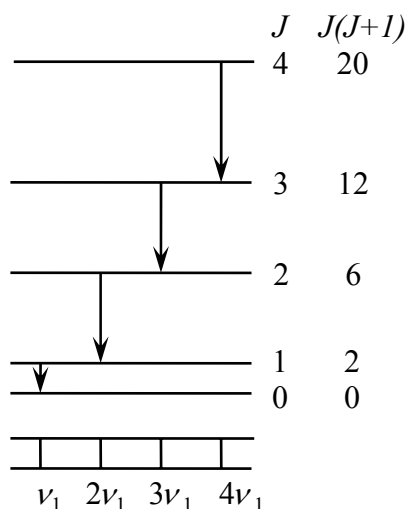
Sugretinę atomo energetinių lygmenų diagramą su dvitomės molekulės (6.13 pav.), matome, kad atomo elektroninį lygmenį molekulėje atitinka vibracinių-rotacinių lygmenų juostų sistema. Tokie spektrai vadinami juostiniais.

Vykstant spinduliniam šuoliui tarp molekulės energetinių lygmenų, pagal Boro dažnių sąlygą spinduliavimo dažnis išreiškiamas lygybe

$$\nu = \frac{\Delta W'}{h} = \frac{\Delta W_e}{h} + \frac{\Delta W_v}{h} + \frac{\Delta W_r}{h}; \quad (6.7.8)$$

čia galioja nelygybė  $\Delta W_e \gg \Delta W_v \gg \Delta W_r$ . Susipažinkime su molekulinio spektro atvejais.

1. 6.14 paveiksle parodyti kvantiniai šuoliai tarp gretimų rotacinių energetinių lygmenų, kai  $\Delta W_e = \Delta W_v = 0$ . Toks spektras vadinamas rotaciniu molekulinio spektru. Čia energijos emisijai galioja atrankos taisyklė  $\Delta J = -1$ , o absorbcijai  $\Delta J = 1$ . Spinduliavimo dažnis apskaičiuojamas šitaip:



6.14 pav.

$$\nu_J = \frac{W_{r,J+1} - W_{r,J}}{h} = \frac{2B}{h}(J+1); \quad (6.7.9)$$

čia  $J$  – energinio lygmens, į kurį vyksta šuolis, kvantinis skaičius. Molekulei pereinant į lygmenį, apibūdinamą  $J=0$ , spinduliuojama paties mažiausio dažnio  $\nu_1 = \frac{2B}{h}$  energija. Kitų kvantinių šuolių metu spinduliuojamas dažnis  $\nu_J$  yra kartotinis  $\nu_1$ , t.y.

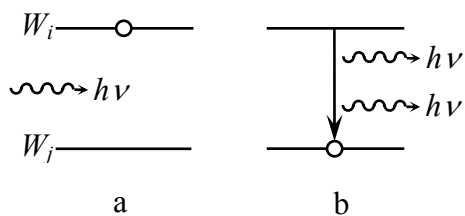
$$\nu_J = k\nu_1, \quad (k=1,2,3,...). \quad (6.7.10)$$

Šis spinduliavimas yra ilgojo infraraudonojo spinduliavimo (šimtai mikrometrų) diapazone.



kvanto išspinduliavimas. Savaiminiam spinduliavimui būdinga tai, kad jis vyksta atsitiktinai. Negalima numatyti šuolio pradžios laiko momento, – galima tik įvertinti tikimybę, kad per tam tikrą laiko tarpą jis įvyks. Dėl savaiminio šuolio atsitiktinio pobūdžio įvairūs atomai spinduliuoja nepriklausomai vienas nuo kito ne tuo pačiu laiko momentu. Dėl to jų elektromagnetinio spinduliavimo bangų fazės, poliarizacija, spinduliavimo sklaidimo kryptys yra įvairios, t.y. tarpusavyje nesuderintos. Todėl savaiminis spinduliavimas yra nekoherentinis, nors spinduliavimo dažnis gali ir sutapti. Sužadintųjų energijų  $W_i$  lygmenys, iš kurių spontaninių šuolių tikimybė yra palyginti maža, vadinami metastabiliaisiais.

1918 m. A.Einšteinas atkreipė dėmesį į tai, kad turi būti dar vienas spindulinių šuolių tipas. Pagal jį, jeigu sužadintame lygmenyje  $W_i$  esantį atomą veikia kintamasis elektromagnetinis laukas, kurio dažnis  $\nu$  tenkina (6.8.1) sąlygą, tai spindulinio šuolio  $W_i \rightarrow W_j$  tikimybė padidėja. Toks spindulinis šuolis vadinamas priverstiniu arba indukuotuoju. Jo tikimybė tiesiog proporcinga šį spinduliavimą sukeliančio elektromagnetinio lauko energijos tūriniam tankiui.



6.16 pav.

Šiuo atveju elektromagnetinio lauko veikiamas sužadintas atomas (6.16 pav., a) pereina į mažesnės energijos būseną (6.16 pav., b). Šio priverstinio šuolio metu išspinduliuoto fotono energija taip pat nusakoma (6.8.1) lygybe. Indukuotojo spinduliavimo esminė ypatybė yra ta, kad naujai susidariusio fotono energija, dažnis, sklaidimo

kryptis, poliarizacija, pradinė fazė yra tapatūs jį sužadinusio fotono atitinkamoms charakteristikoms. Spinduliavimui taikant bangines sąvokas, būtų galima sakyti, kad indukuotasis spinduliavimas yra koherentus jį indukavusiam. Dėl to pirminis signalas sustiprinamas – tai ir yra kvantinio stiprintuvo veikimo esmė.

Būsenoje  $W_j$  esanti kvantinė sistema, sugėrusi energijos kiekį  $h\nu$ , kuris tenkina sąlygą

$$W_j + h\nu = W_i,$$

pereina į didesnės energijos  $W_i$  būseną – vyksta priverstinis arba indukuotasis absorbcinis šuolis. Spontaniniai šuoliai  $W_j \rightarrow W_i$  negalimi. Absorbcijos tikimybė taip pat proporcinga krintančios elektromagnetinės energijos tūriniam tankiui.

Paprasčiausios pusiausvyros atvejis yra detalioji pusiausvyra, kuri nusistovi tarp bet kurių dviejų laisvai pasirinktų energetinių lygmenų. Tuomet šuolių iš i-ojo lygmens į j-ąjį skaičius turi būti lygus per tą patį laiką įvykusių atvirkštinių šuolių skaičiui (iš j-ojo į i-ąjį).

Kai kūno temperatūra  $T > 0K$ , dalis jo atomų ar molekulių yra sužadintos. Detaliosios pusiausvyros atveju dalelės pagal energijas  $W_i$  pasiskirsto pagal Bolcmano dėsnį:

$$N_i = Ce^{-\frac{W_i}{kT}}; \quad (6.8.2)$$

čia  $N_i$  – energijos  $W_i$  būsenoje esančių dalelių skaičius,  $C$  – tam tikra sistemos konstanta. Tuomet pagal skirtingas energijas  $W_i$  ir  $W_j$  dalelės pasiskirsto šitaip:

$$\frac{N_j}{N_i} = e^{\frac{W_i - W_j}{kT}} = e^{\frac{h\nu}{kT}}. \quad (6.8.3)$$

Iš (6.8.3) seka, kad jeigu  $W_i > W_j$ , tai  $N_j > N_i$ , t.y. mažesnės energijos lygmenyje dalelių yra daugiau negu didesnės energijos lygmenyje.

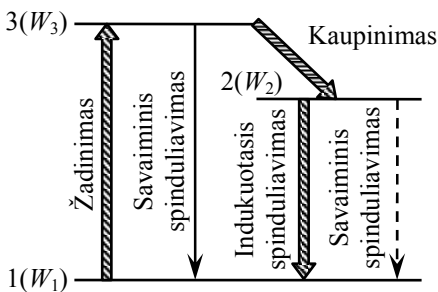
Kai spinduliavimo energija sklinda medžiaga, stebimi abiejų tipų indukuotieji šuoliai: absorbcinis ir spindulinis. Pirmasis krintančio spinduliavimo intensyvumą mažina, antrasis – didina. Galutinis rezultatas priklauso nuo to, kuris iš jų dominuoja. Kadangi  $N_j > N_i$ , tai krintančiam fotonui didesnė tikimybė sąveikauti su energijos  $W_j$  dalelėmis negu su energijos  $W_i$  dalelėmis. Taigi absorbcinių šuolių bus daugiau negu indukuotųjų spindulinių šuolių. Dėl to medžiaga sklindančio spinduliavimo intensyvumas mažėja pagal Bugerio dėsnį:

$$I = I_0 e^{-\alpha \cdot x}; \quad (6.8.4)$$

čia  $I_0$  – krintančio spinduliavimo intensyvumas,  $I$  – storio  $x$  medžiagos sluoksnį praėjusio spinduliavimo intensyvumas,  $\alpha$  – absorbcijos rodiklis. Medžiaga sklindančio spinduliavimo intensyvumas didėja (signalas stiprinamas) tik tuomet, jeigu indukuotųjų spindulinių šuolių tikimybė yra didesnė negu absorbcinių šuolių. Tuomet (6.8.4) eksponentės laipsnio rodiklis yra teigiamas. Dydį  $-\alpha$  pažymėję  $k$ , (6.8.4) lygybę perrašome šitaip:

$$\frac{I}{I_0} = e^{kx}; \quad (6.8.4a)$$

čia teigiamas dydis  $k$  vadinamas stiprinimo koeficientu. Santykis  $\frac{I}{I_0}$  rodo kiek kartų spinduliavimo intensyvumas padidėja, spinduliavimui praeinat storio  $x$  medžiagos sluoksnį. Taip esti medžiagoje, kurioje sukurta energetinių lygmenų užpildymo apgrąža (inversija), t.y. didesnę energijos vertę  $W_i$  turinčių dalelių skaičius  $N_i > N_j$ . Tokią apgrąžą galima gauti trijų energetinių lygmenų sistemoje (6.17 pav.), jeigu jie pasižymi reikiamomis savybėmis. Čia  $W_1$  yra nesužadinto atomo ar molekulės



6.17 pav.

didžiausia energija, o  $W_2$  ir  $W_3$  – sužadintų energijų lygmenys. Čia labai svarbu, kad spinduliniai šuoliai iš 3-iojo lygmens į 2-ąjį būtų leistini, o iš 2-ojo į 1-ąjį būtų draustini, kitaip sakant energetinis lygmuo  $W_2$  būtų metastabilusis. Tuomet jame atsidūrusio atomo būdingoji gyvavimo trukmė  $\tau$  būtų apie  $10^{-3}s$ , t.y. apie  $10^5$  kartų ilgesnė negu lygmenyje  $W_3$ . Be to, lygmuo  $W_2$  turi būti artimas  $W_3$ .

Šią kvantinę sistemą veikiant energijos  $\varepsilon' = W_3 - W_1$  intensyviu fotonų srautu, vyrauja elektronus iš lygmens  $W_1$  į  $W_3$  perkeltantys absorbciniai šuoliai. Dalis sužadintų atomų savaime ar priverstinai grįžta į lygmenį  $W_1$ , po to vėl sugėrę fotoną iš naujo sužadinami. Tačiau jeigu lygmuo  $W_2$  artimas  $W_3$ , tuomet didelė tikimybė, kad sužadintieji atomai, kristalui ar kitiems atomams atidavę energijos kiekį  $W_3 - W_2$ , pereina į metastabilųjį lygmenį. Intensyviai žadinant medžiagą, gali susidaryti 1 ir 2 lygmenų užpildymo apgrąža, t.y. situacija, kurioje  $N_2 > N_1$ . Čia turi būti sužadinta daugiau kaip pusė visų medžiagos dalelių, todėl žadinimo intensyvumas turi būti gana didelis. Ekonomiškesnis yra keturiais energetiniais lygmenimis pagrįstas jų užpildymo apgrąžos gavimo būdas.

Spontaninio šuolio metu iš 2 lygmens į 1 lygmenį išspinduliuotasis dažnio  $\nu = \frac{W_2 - W_1}{h}$  fotonas gali indukuoti spindulinį šuolį  $2 \rightarrow 1$ . Tuomet susidaro dar vienas jam tapatus fotonas. Šie jau du fotonai savo ruožtu gali indukuoti naujus kvantinius šuolius – tuomet dažnio  $\nu$  signalas stiprėja.

Naudojami ir kiti žadinimo būdai aktyviosios medžiagos dalelių energetinių lygmenų užpildymo apgrąžai gauti. Tam naudojamos cheminės reakcijos, dujose tai galima padaryti elektriniu ir magnetiniu lauku rūšiuojant aktyviosios medžiagos sužadintas daleles, naudojant elektros išlydį ir t.t.

Įtaisas, kuriuo dėl indukuotųjų spindulinių šuolių generuojamas  $\nu$  dažnio signalas, vadinamas kvantiniu generatoriumi. Jeigu jis yra optinių dažnių diapazone, tai prietaisas dar vadinamas lazeriu arba optiniu kvantiniu generatoriumi (OKG), o jeigu mikrobangų diapazone – mazeriu.

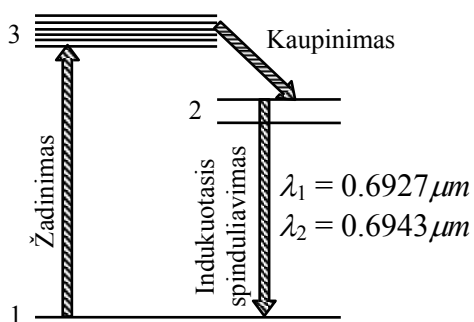
Kai toks įtaisas naudojamas  $\nu$  dažnio išoriniam signalui stiprinti, tuomet jis vadinamas kvantiniu stiprintuvu. Jo veikimo principas visai toks pat kaip kvantinio generatoriaus.

Nors A.Einšteino teiginys dėl indukuotojo spinduliavimo buvo suformuluotas šviesai, tačiau praktiškai jis pirmiausia panaudotas kuriant radijo dažnio diapazono įrenginius. Mat termodinaminės pusiausvyros sąlygomis kvantinės sistemos palyginti didelės energijos optiniai lygmenys yra labai mažai užpildyti elektronais, t.y. aktyviosios medžiagos sužadintų dalelių koncentracija yra labai maža. Norint gauti energijos lygmenų užpildymo apgrąžą, reikia turėti didelio intensyvumo žadinimo šviesos įrenginius. Paprasčiau yra su mazeriais.

Pirmąjį kvantinį generatorių (mazerį) beveik vienu metu 1954 m. sukūrė C.Taunsas su bendradarbiais bei N.Basovas su A.Prochorovu. Čia aktyvioji medžiaga buvo amoniako  $\text{NH}_3$  molekulės. Už kvantinės elektronikos fundamentalius tyrimus 1964 m. C.Taunsas, N.Basovas ir A.Prochorovas apdovanoti Nobelio premija.

Daugelio amoniako molekulių vibracija yra sužadinta netgi kambario temperatūroje ( $T \sim 300\text{K}$ ). Iš šių molekulių pluošto elektriniu lauku tinkamai sužadintos molekulės atskiriamos nuo kitų ir praleidžiamos pro tūrinį rezonatorių, kuriame sudaromos radijo mikrobangų generavimo prielaidos.

Pirmasis kietojo kūno lazeris (1960 m.) sukurtas naudojant rubino kristalą. Raudonasis rubinas yra aliuminio oksido ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) kristalas (korundas), kuriame apie 0,05% aliuminio atomų pakeista

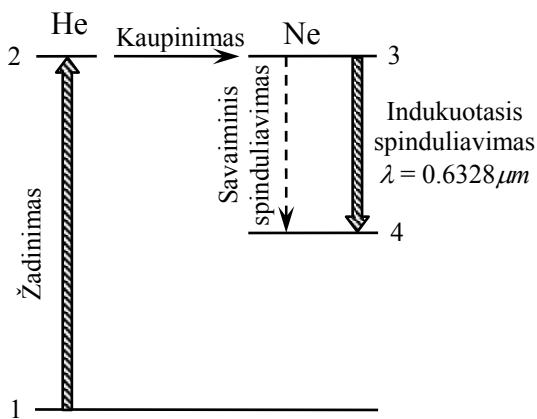


6.18 pav.

chromo jonais. Aktyvioji medžiaga, kurioje vyksta indukuotasis spinduliavimas, ir yra chromo jonai. Jų svarbiausių energijos lygmenų schema (6.18 pav.) yra tokia: arti energijos pagrindinio lygmens 1 yra plati energijos  $W_3$  juosta 3 (teisingiau dvi juostos) ir dvigubas energijos  $W_2$  metastabilusis lygmuo 2.

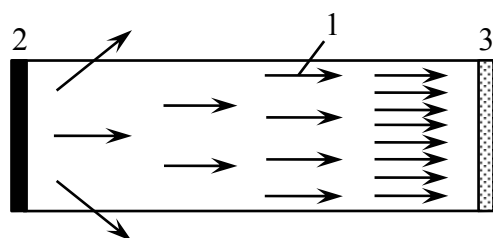
Kadangi 3 yra juosta, o ne siauras lygmuo, tai rubino kristalą efektyviai žadina ksenonu užpildytos impulsinės elektros išlydžio lempos spinduliuojama šviesa, kurios spektras gana platus. Chromo jonai sužadinami iki energijos  $W_3$ . Didžioji jų dalis, energijos perteklių perdavę gardelei, nespinduliniu šuoliu kaupiasi metastabiliame lygmenyje 2. Lygmenų 1 ir 2 užpildymo apgrąžai susidaryti padeda tai, kad chromo jonui savaiminio šuolio iš lygmens 2 į 1 tikimybė yra maža.

Ksenonu lempa dirba impulsiniu režimu. Jos šviesos impulso trukmė apie  $10^{-3}\text{s}$ . Per šį laiką kiekvienas kristalo kubinis centimetras absorbuoja kelis džaulius energijos. Toks generatorius dirba impulsiniu režimu.

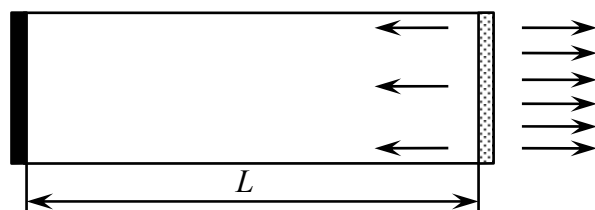


6.19 pav.

lygmens dar yra darbinis lygmuo 4. Jis turi būti pakankamai toli nuo pagrindinio lygmens, kad termodinaminėje pusiausvyroje būtų mažai užpildytas. Tuomet lengvai sudaroma neono 3 ir 4 lygmenų užpildymo apgrąža.



a



b

6.20 pav.

srautas stiprėja (6.20 pav., b). Tokiu būdu veidrodžiais sudaromas teigiamas grįžtamasis ryšys, būtinas fotonų generavimo režimui palaikyti. Iš (6.8.4a) seka, kad kiekvieną kartą praeinančio aktyviosios medžiagos ilgio  $L$  sluoksnį spinduliavimo intensyvumas padidėja  $e^{kL}$  kartų, čia  $k$  – stiprinimo koeficientas.

Kad būtų generuojamas spinduliavimas, rezonatoriaus ilgis  $L$  turi tenkinti tam tikras sąlygas. Spinduliavimo stiprėjimas kvantiniame generatoriuje pagal banginį įvaizdį reiškia, kad

Pirmasis dujų kvantinis generatorius sukurtas 1961 m. Čia aktyvioji medžiaga buvo neono ir helio dujų mišinio plazma, kuri susidarydavo vykstant aukšto dažnio elektros iškvovai. Susidurdami su greitais elektronais helio atomai iš būsenos 1 pereina į sužadintą būseną 2 (6.19 pav.). Jiems susiduriant su neono atomais, pastarieji taip pat sužadinami ir pereina į Ne metastabilų energetinį lygmenį 3, kuris labai artimas He lygmeniui 2. Neono atome tarp metastabilaus (3) ir pagrindinio (1) energinio

Kiekvieną kvantinį generatorių (6.20 pav.) sudaro rezonansinis stiprintuvas ir grįžtamojo ryšio elementai. Stiprintuvą sudaro aktyvioji medžiaga 1 ir jos žadinimo energijos šaltinis. Grįžtamojo ryšio grandinę sudaro atviras rezonatorius, t.y. du tam tikru nuotoliu  $L$  įtaisyti lygiagretūs veidrodžiai 2 ir 3. Vienas jų, sakykime 3, yra pusiau skaidrus. Kaip matyti paveiksle (6.20 pav., a), tik išilgai rezonatoriaus sklindantys fotonai, atsispindėję nuo veidrodžio 2, vėl grįžta į aktyviąją medžiagą ir toliau kuria tapačių fotonų laviną. Jiems pasiekus pusiau skaidrų veidrodį 3, dalis išeina išorėn, o kita dalis atsispindi, ir toliau aktyvioje medžiagoje jų



nepaliaujamai didėja bangos amplitudė. Pasiekus rezonansą ji pasidaro didžiausia. Tai įvyksta tuomet, kai rezonatoriaus ilgyje  $L$  telpa generuojamų bangų sveikasis pusbangių skaičius, t.y.

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (6.8.5)$$

Taigi šiuo požiūriu kvantinio generatoriaus spinduliavimas – tai daugybės koherentinių bangų, kurių fazių skirtumai  $2\pi$  kartotiniai, interferencijos rezultatas.

Kvantiniai generatoriai gali dirbti dvejopu režimu. Jei aktyvioji medžiaga optiškai žadinama impulsine lempa, kurios šviesos impulso trukmė apie  $10^{-3} s$ , tai generuojamo impulso trukmė beveik tokia pat. Specialia įranga generuojamo spinduliavimo impulso trukmę galima sumažinti iki  $10^{-9} s$ . Taigi jeigu žadinama aktyvioji medžiaga gavo apie  $20 J$  energijos kiekį ir po to per  $10^{-9} s$  ji buvo išspinduliuota, tuomet spinduliavimo galia yra  $10^{10} W$  eilės.

Kiti kvantiniai generatoriai gali veikti ir tolydiniu režimu, t.y. spinduliuoti tolydžiai. Šitaip veikia plačiai paplitę helio ir neono dujų mišinio lazeriai.

Kvantinių generatorių spinduliavimas pasižymi koherentiškumu, monochromatiškumu ir kryptingumu. Čia koherentiškumo nuotolis gali viršyti dešimtis  $km$ , t.y. apie  $10^7$  karto didesnis negu įprastinių šviesos šaltinių.

Šio spinduliavimo spektrinės linijos plotis  $\Delta\lambda \sim 10^{-11} m$ , t.y. jis pasižymi labai aukštu monochromatiškumo laipsniu. Be to, šis spinduliavimas pasižymi generuojamo dažnio  $\nu$  stabilumu: jo santykinis stabilumas  $\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim 10^{-13} - 10^{-11}$  eilės.

Monochromatinio ir kryptingo spinduliavimo energija lengvai sufokusuojama į dėmelę, kurios skersmuo artimas spinduliuojamos bangos ilgiui ( $\sim 1\mu m$ ). Taip gaunamas elektromagnetinis spinduliavimas, kurio elektrinio lauko stiprumo amplitudė gali siekti  $10^7 V/m$ , t.y. atomo vidinio elektrinio lauko stiprumo eilės.

Kvantiniai stiprintuvai pasižymi dideliu jautrumu ir itin žemu triukšmų lygiu. Kiekviena minėta indukuotojo spinduliavimo ypatybė jau plačiai naudojama. Paminėsime keletą taikymo atvejų.

1. Išsprendus šviesos moduliavimo ir demoduliavimo problemą, ryšio antenose kaip nešančioji banga galės būti panaudota lazerio šviesa.

2. Remiantis koherentumu, sukurti lazeriniai interferometrai, skirti poslinkiams ir nuotoliams matuoti. Jų santykinė paklaida apie  $10^{-7}$ . Jie naudojami koordinatinių matavimo mašinų, įrankinių mikroskopų, precizinių metalo pjovimo staklių atskaitos sistemose.

3. Monochromatinį kryptingą lazerio spinduliavimą sufokusavus į keleto  $\mu m$  skersmens plotelį, gaunami  $10^{11} \frac{W}{cm^2}$  ir didesni spinduliavimo srauto tankiai. Tuomet medžiaga tam tikruose ploteliuose gali įkaisti iki 1–2 milijonų  $K$  ir išgaruoti. Tokiu būdu galima steriliai vakuume arba per skaidrų sluoksnį lydyti, garinti, pjaustyti, gręžti įvairiausias medžiagas. Taip gręžiamos kiaušos ir aklinos iki  $100 \mu m$  skersmens skylės elektroninių prietaisų diafragmose, laikrodžių deimanto ir rubino akmenėliuose, ESM atminties feritinėse plokštelėse ir kitur. Lazerinis pjovimas praktikuojamas integrinių schemų gamyboje. Panaudojant labai didelio galingumo kvantinių generatorių spinduliavimą, galima pjaustyti už dešimčių kilometrų esančius metalinius objektus.

Tokiu spinduliavimu veikiant normalaus tankio dujas, susidaro plazma, kurios temperatūra apie  $2 \cdot 10^4 K$ . Tai žemosios temperatūros plazma; šitokiu principu veikia optiniai plazmotronai, t.y. plazmos generatoriai.

Galingų lazerių sufokusuotu spinduliavimu veikiant kietus kūnus ar suslėgtas dujas, gaunama aukštosios temperatūros plazma ( $T \sim 10^7 K$ ). Ši plazma naudojama sprendžiant valdomų termobranduolinių reakcijų problemą.

4. Sukūrus lazerį gimė nauja taikomosios fizikos šaka holografija.

5. Trumpų ir labai trumpų impulsų lazeriais tiriami iki  $10^{-13} s$  trukmės medžiagoje vykstantys relaksaciniai procesai.

6. Šiuolaikiniais kvantiniais generatoriais gaunamas toks spinduliavimo intensyvumas, kad jo bangos amplitudė yra atomo vidinio lauko stiprumo eilės ar net didesnė. Veikiant medžiagą tokiais spinduliais vyksta netiesinės optikos reiškiniai: optinė detekcija, optinis harmonikų generavimas, šviesos lūžio rodiklio kaita, daugiafotonė absorbcija ir kt. Šiuo principu sukurti tolydžiai keičiamo bangos ilgio lazeriai (parametriniai kvantiniai generatoriai).

7. Labai plati kvantinės elektronikos taikymo sritis yra radiospektroskopija, tirianti spindulinius ir absorbcinius indukuotuosius kvantinius šuolius, kai sistema veikiama radijo diapazono elektromagnetiniu spinduliavimu.

Radijo diapazono kvantų energija  $h\nu$  yra labai maža palyginti su optinių. Tai įgalina tirti tokias sąveikas medžiagoje, dėl kurių kvantinės sistemos energijos pokyčiai esti maži ir optiniais metodais nestebimi. Šiais metodais tiriami molekulių rotaciniai energetiniai lygmenys, tiriamas elektroninių lygmenų suskilimas magnetiniame lauke (Zėmano reiškinys) ir daugelis kitų reiškinų. Jų fizikinę esmę sudaro tai, kad kvantinė sistema (atomas, molekulė, kristalas ir kt.), veikiama radijo dažnio elektromagnetiniu spinduliavimu, pereina į didesnės energijos būseną. Šis perėjimas lydimas

tam tikro dažnio radijo bangų sugėrimo. Tai tiriant, nustatomos kvantinės sistemos galimos energetinės būsenos ir daugelis kitų joms būdingų charakteristikų.

### Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname Zėmano reiškiniu?
2. Ką vadiname Štarko reiškiniu?
3. Ką vadiname sukiniu (spinu)?
4. Nuo priklauso elementų savybių periodiškumas?
5. Kaip nusakomas Paulio draudimo principas?
6. Ką vadiname tapatingosiomis dalelėmis?
7. Iš kokių dalių sudarytas Rentgeno spindulių spektras?
8. Iš kokių dedamųjų sudarytas molekulių spektras?
9. Ką vadiname indukuotu spinduliavimu?
10. Ką reiškia energijos lygmenų inversija (apgąža)?
11. Ką vadiname lazeriu ir ką vadiname mazeriu?

## 7. Kietojo kūno fizikos pradmenys

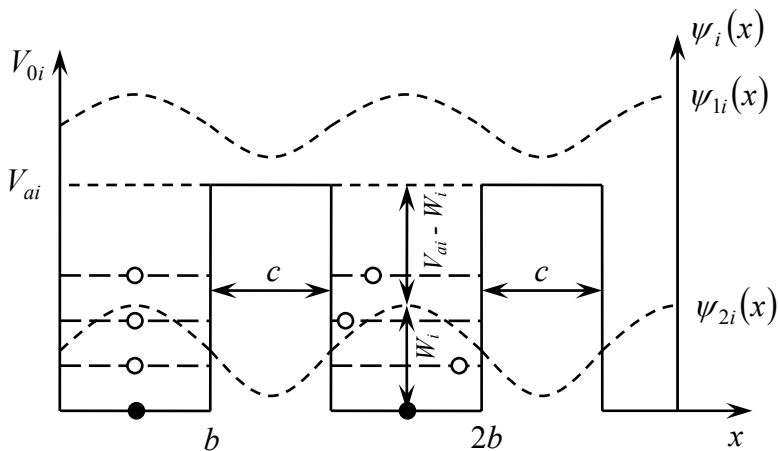
### 7.1 Kietojo kūno modelis

Taikant Fermio ir Dirako statistiką laisviesiems elektronams metaluose, nenagrinėjome jų atsiradimo priežasčių ir neatsižvelgiame į kartu atsiradusių teigiamų jonų įtaką jų judėjimui. Kietųjų kūnų kvantinė teorija taip pat turėtų paaiškinti, kodėl visos medžiagos dujiniame būvyje yra dielektrikai, o kietame – elektrinis laidumas kinta labai plačiose ribose; arba kodėl vieną valentinį elektroną turintis natrijs yra laidininkas, o keturvalentis deimantas – dielektrikas.

Į šiuos ir kitus klausimus atsako *kietųjų kūnų juostinė teorija*. Ji taikoma kristaliniams kūnams, t.y. tokiems dariniams, kuriuose tvarkingai pasiskirsčiusios dalelės sudaro *kristalinę gardelę*. Dalelės yra išsidėstę atitinkamu dėsningumu erdvėje nubrėžtų tiesių sankirtose taškuose, kurie vadinami gardelės *mazgais*.

**Kristalo modelis.** Šiame modelyje atomo branduolys ir jo vidinių sluoksnių elektronai sudaro *vieną darinį*, o jų visuma – gardelės *joninį kamieną*. Pastarasis kuria periodinį elektrinį lauką, kuriame juda išorinio sluoksnio valentiniai elektronai. Vadinasi, iš modelio išplaukia, kad kristalas yra *joninio kamieno ir valentinių elektronų darinys*.

**Silpnąjo ir stipriojo ryšio artutiniai.** Elektronų judėjimo kristale tam tikrus dėsningumus galima išsiaiškinti nagrinėjant vienmatį kristalą ir jam taikant *Kroningo* ir *Penio* modelį. Sakykime, kristalo dalelių (7.1 paveiksle juodi rutuliukai) koordinatės yra šitokios  $x_k = b/2 + (b+c)k$ ; čia



7.1 pav.

$k=0$  pirmajai dalelei,  $k=1$  – antrajai ir t.t. Tokio modelio kristale elektrono (šviesūs rutuliukai) potencinė energija  $V_{0i}$  aproksimuojama paeiliui besikeičiančiomis pločio  $b$  stačiakampėmis potencialo duobėmis ir pločio  $c$  bei aukščio  $V_{ai}$  potencialiniais barjeriais.

Jeigu elektrono potencinės

energijos amplitudė  $|V_{ai}|$  yra maža palyginti su jo kinetine energija, tai jį galima laikyti beveik laisvu, o jo padėtį kristale *nelokaluota*. Šitokie elektronai vadinami *silpnai surištaisiais* ir jų būseną aprašoma  $\psi_{li}(x)$  bangine funkcija (7.1 pav.). Ji yra *silpnąjo ryšio* metodo artinys.

Priešingu atveju ( $V_{ai} \rightarrow \infty$ ) elektronas negali apleisti potencialo duobės, t.y. *lokalizuotas* arti atomo. Tokio elektrono energija  $W_i$  (7.1 pav.) kinta diskrečiai, o jo būseną aprašoma bangine funkcija  $\psi_{2i}(x)$ , kuri yra *stipriojo ryšio* artutinis.

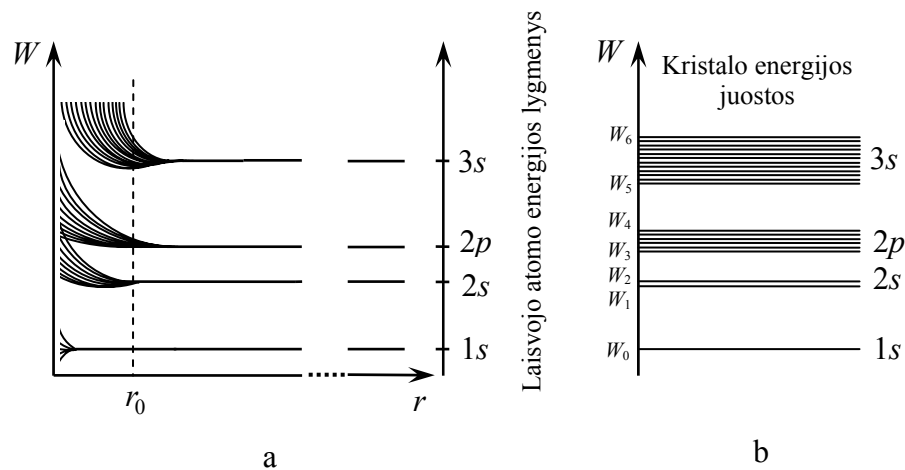
## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname gardelės mazgais?
2. Paaiškinkite kristalo modelį.
3. Apibrėžkite silpnąjo ir stipriojo ryšio artinius.

## 7.2 Kristalo energijų juostos

Energijų vertes, kurias gali turėti kristalo elektronai, galima rasti naudojant ir *silpnąjo*, ir *stipriojo* ryšio artinius. Čia aptarsime antrąjį artinį.

Jei atomai yra toli vienas nuo kito (atstumas tarp jų  $r \rightarrow \infty$ ) ir tarpusavyje nesąveikauja, tai jų energijos  $W$  spektras yra vienodų energijų lygmenų sistema (7.2 pav., a). Kiekvienas lygmuo



7.2 pav.

nusakomas dviem kvantiniais skaičiais: pagrindiniu  $n$  bei orbitiniu  $l$  ir yra išsigimęs  $(2l+1)$  kartų. Atomus suartinant ir taip sudarant kristalą, elektrono energija pradeda priklausyti nuo joninio kamieno sukurto elektrinio lauko. Elektrono ir šio lauko sąveika išsigimimą panaikina, todėl kiekvienas  $W_{n,l}$  suskyla į  $(2l+1)N$  lygmenų (čia  $N$  – atomų skaičius kristale). Atstumai tarp

gretimų suskilusių lygmenų priklauso nuo tarpatominio atstumo  $r$ , nes nuo  $r$  vertės priklauso sąveikos stiprumas. Ši priklausomybė parodyta 7.2 pav., a. Pusiausvirame kristale nusistovi tam tikras atstumas  $r_0$  tarp atomų, todėl energijos lygmenys yra susigrupavę į šiam atstumui atitinkančias juostas (7.2 pav., b). Kaip matyti 7.2, b paveiksle, kristalo galimų energijų intervalai  $W_1 \div W_2$ ,  $W_3 \div W_4$ ,  $W_5 \div W_6$  atskirti draustinių energijų intervalais  $W_0 \div W_1$ ,  $W_2 \div W_3$  ir  $W_4 \div W_5$ . Kietojo kūno fizikoje jie atitinkamai vadinami *leistinėmis* ir *draustinėmis energijos juostomis*. Šių juostų plotis  $\Delta W$  nepriklauso nuo kristalo matmenų, o priklauso nuo jį sudarančių atomų kilmės ir kristalo struktūros. Juostų plotis dar priklauso nuo krypties kristale, nes atstumai tarp atomų skirtingomis kryptimis yra skirtingi. Atskirais atvejais dvi leistinės juostos gali *persikloti* viena su kita, sudarydamos *hibridinę* juostą.

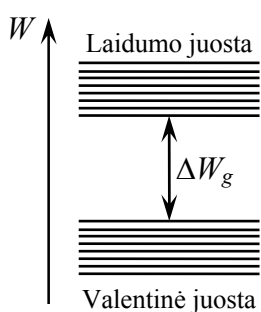
Įvertinkime valentinių ir vidinių sluoksnių elektronų energijų juostų plotį. Valentiniai elektronai įveikę potencialiniu barjerus, gali pereiti nuo vieno atomo prie kito tuneliniu būdu. Tunelinio perėjimo tikimybė valentiniams elektronams didelė, o vidinių sluoksnių elektronams – labai maža. Todėl valentiniai elektronai nėra lokalizuoti atome, bet migruoja kristale. Perėjimo greitis apytiksliai lygus jų greičiui atome ( $v \sim 10^5 \text{ m/s}$ ), todėl valentiniai elektronai mazge užtrunka laiką  $t = (d/v) \approx (10^{-10} \text{ m} / 10^5 \text{ m/s}) = 10^{-15} \text{ s}$  ( $d$  – atomo matmenys). Jų energija yra neapibrėžta dydžiu  $\Delta W$ , kuris ir nusako elektronų energijos lygmens plotį arba lygmens išplitimą. Jį randame iš Heizenbergo principo:  $\Delta W = \hbar/t \sim 1 \text{ eV}$ . Matome, kad elektronų kristale energijos lygmenys išsiplečia ir sudaro energijos juostas. Valentinių elektronų (pvz.,  $3s$ , 7.2 pav., b) leistinių juostų plotis gali siekti keletą elektronvoltų. Gi vidinių elektronų (pvz.,  $1s, 2s$ ) lygmenys beveik neišplinta: elektronai sužadintame būvyje užtrunka laiką  $t \sim 10^{-8} \text{ s}$ , iš čia  $\Delta W = \hbar/t \sim 10^{-7} \text{ eV}$ . Ši energija ženkliai mažesnė už atstumą tarp leistinių energijų lygmenų, kuris yra  $\sim 1 \text{ eV}$ .

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname kristalų leistinėmis, draustinėmis energijos juostomis?
2. Ką vadiname kristalų hibridine juosta?
3. Kodėl valentinių elektronų energijos lygmenys išplinta labiausiai?

### 7.3 Energijos juostų užpildymas elektronais. Laidininkai, puslaidininkiai ir dielektrikai

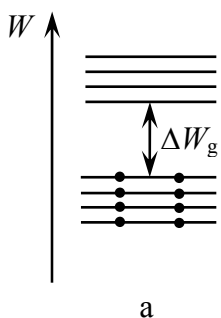
Kristalo energijos juostoms vaizduoti paprastai naudojama supaprastinta schema (7.3 pav.). Šioje schemoje vaizduojamos tik dvi juostos iš visų galimų energijos juostų: *valentinė* (atitinkanti



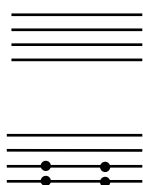
nesužadintų valentinių elektronų būvius) ir artimiausia jais sužadintų energijų juosta. Ši juosta dar vadinama *laidumo* juosta, nes nesant išorinių poveikių joje elektronų nėra: tik gavę energijos, elektronai pereina į šią juostą ir gali dalyvauti elektriniame laidume. Abi juostos atskirtos pločio  $\Delta W_g$  draustine juosta.

Laisvųjų elektronų savybės užpildytoje ir neužpildytoje valentinėje juostoje skiriasi.

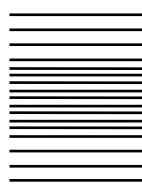
**Visiškai užpildytų juostų atvejis.** Elektrinis laukas gali pakeisti judėjimą tik tų elektronų, kurie randasi nepilnai užpildytoje juostoje. Išorinio elektrinio lauko veikiamas elektronas laisvojo kelio nuotolyje įgyja  $10^{-8} - 10^{-4} eV$  energiją. Jos pakanka jį perkelti į tos pačios juostos didesnės energijos lygmenis ir nepakanka elektronus perkelti į laidumo juostą. Tokie perėjimai galimi tik tuo atveju, jei valentinėje juostoje yra laisvų energijos lygmenų, t.y. ši juosta nėra elektronų visiškai



a



b



c

7.4 pav.

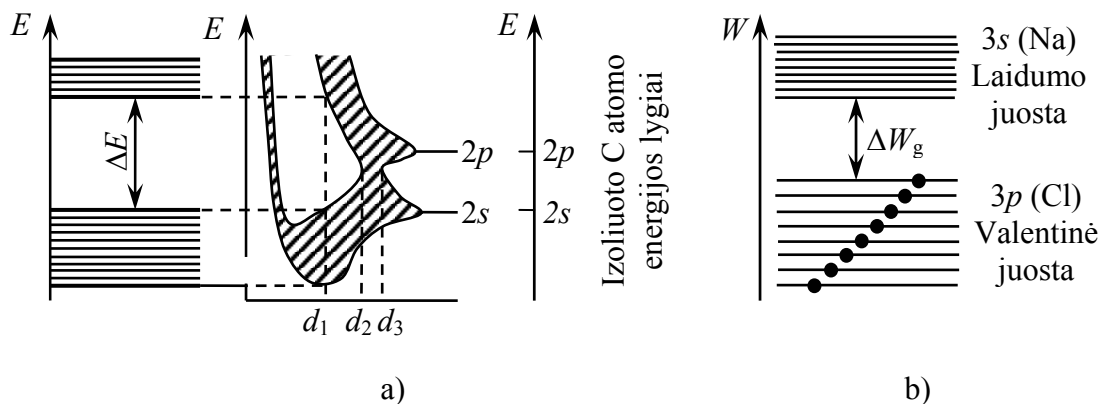
užpildyta. Tačiau *esant visiems valentinės juostos energijos lygmenims užimtiems* (7.4 pav., a) ir jei ji atskirta nuo laidumo juostos pakankamai plačia draustine juosta, elektronai elektriniame laidume nedalyvauja. Išorinis elektrinis laukas šiose medžiagose srovės nesukuria, o jos vadinamos *dielektrikais* (technikoje – *izoliatoriais*).

**Iš dalies užpildytų energijos juostų atvejis.** Tokioje juostoje yra didelis skaičius laisvų lygmenų (7.4 pav., b), kurių energijos nežymiai skiriasi nuo elektronais užimtų lygmenų. Todėl elektrinis laukas gali elektronus perkelti į gretimus laisvus lygmenis. Taip medžiagoje bus sukurta srovė. Šios medžiagos, kuriose valentinė juosta yra iš dalies užpildyta elektronais, vadinamos *laidininkais*. Tipiniais laidininkais yra metalai.

Panagrinėkime kai kurių cheminių elementų energijos juostų užpildymą elektronais. Pradėkime elementu Li, kurio elektronų konfigūracija yra  $1s^2 2s^1$ . Energijos lygmuo  $2s$  yra

neišsigimęs, todėl valentinėje  $2s$  juostoje gali tilpti  $2N$  elektronų. Dėl to šioje juostoje tik pusė energijos lygmenų užpildyta elektronais (4 pav., b), o Li kristalas bus laidininkas. Panagrinėkime iš antros grupės elementų (pvz., Be) sudarytą kristalą. Berilio elemento elektronų konfigūracija –  $1s^2 2s^2 2p^0$ . Juosta  $2s$  yra užimta, o  $p$  – laisva. Atrodytų, jog Be kristalas turėtų būti dielektrikas. Tačiau kristale valentinė juosta  $2s$  persidengia su  $2p^0$  juosta, sudarydama tik iš dalies užpildytą hibridinę juostą (7.4 pav., c), todėl Be kristalas yra laidininkas. Panaši hibridinė juosta susidaro magnio kristale ( $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$ ): čia persidengia  $3s$  ir  $3p$  juostos.

Anglies atomai (IV grupė, konfigūracija  $1s^2 2s^2 2p^2$ ) gali sudaryti dvi skirtingas gardeles – deimanto (kubinė gardelė) arba grafito (heksagoninė). Čia aptarsime deimanto kristalinę struktūrą. Anglies atome du valentiniai elektronai yra  $2s$  lygmenyje, o du –  $2p$  lygmenyje (7.5 pav., a).



7.5 pav.

Atomams artėjant šie lygmenys išplinta į  $2s$  ir  $2p$  juostas ir esant atstumui tarp atomų  $d_3 \sim 0.8 \text{ nm}$  susilieja į vieną juostą, turinčią  $4N$  energijos lygmenų ( $N$  lygmenų  $2s$  juostoje ir  $3N - 2p$  juostoje). Esant  $d_2 < d < d_3$  turėsime vieną hibridinę juostą, o kai  $d < d_1 \sim 0.65 \text{ nm}$  ši juosta suskyla į dvi  $s-p$  hibridines juostas. Visi keturi anglies valentiniai elektronai užpildo apatinę ( $s-p$  valentinę) juostą, o viršutinę ( $s-p$  laidumo) lieka laisva. Jos atskirtos pločio  $\Delta W_g = 5.6 \text{ eV}$  draustinė juosta. Deimantas yra dielektrikas.

Dielektriko pavyzdžiu taip pat gali būti valgomosios druskos (NaCl) kristalas. Jam susidarant, Na ( $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ ) valentinis elektronas  $3s$  pereina į Cl ( $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$ ) atomo  $3p$  būseną. Tuomet Na  $3s$  juosta bus laisva, o Cl  $3p$  juosta – visiškai užpildyta (7.5 pav., b). Pastaroji vadinama NaCl kristalo valentine juosta.  $\Delta W_g = 6 \text{ eV}$ , todėl šis kristalas yra dielektrikas.

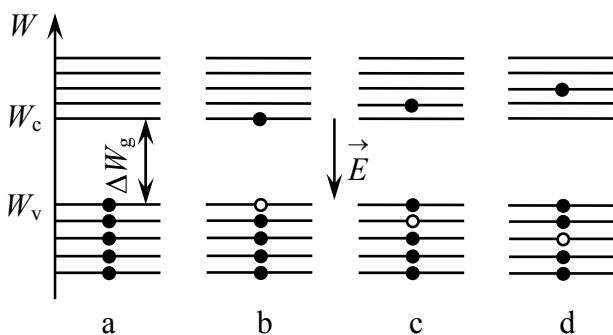


**Puslaidininkiai.** Jei laidumo juostą nuo visiškai užimtos valentinės skiria nedidelio pločio draustinė juosta ( $\Delta W_g < 2 \div 3 \text{ eV}$ ), tai temperatūroje  $T > 0K$  dalis elektronų iš valentinės pereina į laidumo juostą. Abi juostos tampa dalinai užpildytos laisvais krūvininkais, o medžiaga laidu srovei. Šios medžiagos vadinamos *puslaidininkiais*. Jas plačiau nagrinėsime sekančiame skirsnyje.

Taigi, medžiagų suskirstymą į dielektrikus, puslaidininkius ir laidininkus kietųjų kūnų juostinis modelis aiškina valentinės juostos užpildymu elektronais. Jei valentinė juosta užimta ir draustinės juostos plotis  $\Delta W_g \geq 3 \text{ eV}$ , turime dielektriką, o jei  $\Delta W_g \leq 3 \text{ eV}$ , – puslaidininkį. Kuomet valentinė juosta yra dalinai užpildyta elektronais arba ji ir laidumo juostos persidengia, turime laidininką.

### 7.4 Puslaidininkių savasis ir priemaišinis laidumas

**Skylinis laidumas.** Tarkime, kad užimtos valentinės juostos elektronas (7.6 pav., a), gavęs šiluminio judėjimo energiją  $W \geq \Delta W_g$ , pereina į laidumo juostą. Tuomet valentinėje juostoje susidaro neužimtas energijos lygmuo. Šitokią kvantinę būseną kristale vadina *skylė*. 7.6 paveiksle

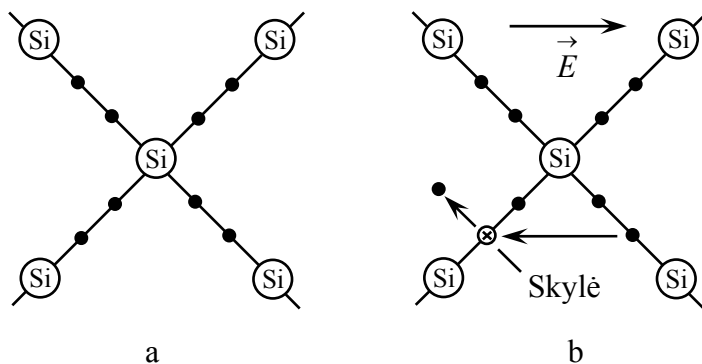


7.6 pav.

skylė vaizduojama baltu skrituliuku, elektronai – tamsiu. Skylės susidarymas elektriškai ekvivalentus elementaraus teigiamo krūvio atsiradimui, todėl skylėi priskiriamas elementarusis dydžio  $e$  krūvis.

Atsiradusią skylę gali užimti bet kuris valentinės juostos elektronas. Kaip matyti paveiksle, dėl to, pavyzdžiui elektronui

valentinėje juostoje kylant aukštn, skylė atitinkamai leidžiasi žemyn. Šitoks skylių judėjimas valentinėje juostoje vadinamas *skyliniu laidumu*. Peršokę į laidumo juostą elektronai taip pat



7.7 pav.

dalyvauja elektriniame laidume. Šios juostos sąlygojamas laidumas vadinamas *elektroniniu*. Taigi puslaidininkiuose turėsime dviejų tipų krūvininkus: elektronus ir skyles.

Čia pateikėme juostinės teorijos požiūrį į elektrinį laidumą. Panagrinėkime dar ir kitą laidumo aiškinimą. Tam

paiškiname kristalo, sudaryto iš silicio (Si) ar germanio (Ge) elektrinį laidumą. Šie kristalai yra tipiniai puslaidininkiai, su jais susiję dauguma mikroelektronikos laimėjimų. Si atomo išorinio sluoksnio elektronų konfigūracija yra  $3s^2 3p^2$ , o Ge –  $4s^2 4p^2$ . Taigi jų panašiai kaip ir anglies atomo, išoriniame sluoksnyje yra 4 valentiniai elektronai. Todėl Si ir Ge kristale tarp atomų, panašiai kaip deimanto kristale, yra kovalentinis ryšys. Kiekvienas Si ar Ge atomas turi keturis vienodu nuotoliu nutolusius artimiausius kaimynus (7.7 pav., a).

Jei kristalo temperatūra  $T > 0K$ , tai jo atomai chaotiškai virpa. Jų virpėjimo vidutinė energija proporcinga  $kT$ . Kambario temperatūroje tai sudaro apie  $2.5 \cdot 10^{-2} eV$ . Šios energijos nepakanka elektronams ryšius nutraukti. Tačiau elektronai pagal energijas pasiskirsto statistiškai, todėl visuomet bus tokių elektronų, kurių šiluminės judėjimo energijos viršys ryšio energiją. Tokie elektronai nutraukia tarpatominius ryšius, o kristale atsiranda laisvieji elektronai ir skylės. Sukūrus

puslaidininkyje dydžio  $\vec{E}$  elektrinį lauką elektronai (7.7 pav., b tamsūs skrituliukai) judės prieš lauko kryptį, o skylės – pagal lauką. Skylių judėjimą aiškiname šitaip. Tarkime, kad į skylę peršoka gretimą atomo (7.7 pav. b, – dešiniojo) elektronas. Tuomet buvusi skylė pasinaikins, o dešinėje, t.y. pagal lauko kryptį atsiranda nauja. Tokį skylės atsiradimą gretimame mazge ir vadina jos judėjimu. Akivaizdu, kad skylės sklaidimo kryptis priešinga minėto elektrono judėjimo krypčiai.

**Savasis puslaidininkių laidumas.** Elektronų ir skylių judėjimas *gryname* puslaidininkyje (t.y. be priemaišų) sudaro *savąjį puslaidininkio laidumą*, o toks puslaidininkis vadinamas *tikruoju*

7.1 lentelė

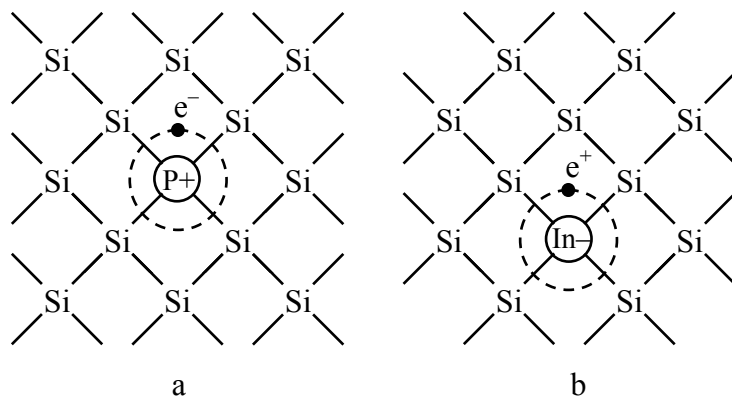
Medžiaga	Draustinės juostos plotis $\Delta W_g$ (eV)	Medžiaga	Draustinės juostos plotis $\Delta W_g$ (eV)
Elementai		$A^{II}B^{VI}$ junginiai	
Silicis	1.11	Kadmio sulfidas	2.53
Germanis	0.67	Kadmio selenidas	1.74
Selenas	1.64	Kadmio telūridas	1.50
Telūras	0.32	Cinko sulfidas	3.60
		Cinko selenidas	2.26
$A^{III}B^V$ junginiai		$A^{IV}B^{VI}$	
Galio arsenidas	1.43	Švino sulfidas	0.37
Galio fosfidas	2.25	Švino selenidas	0.26
Indžio arsenidas	0.36	Švino telūridas	0.32
Indžio fosfidas	1.28		
Indžio stibidas	0.18		

(savuoju) puslaidininkiu. Svarbiausias puslaidininkius apibūdinantis dydis yra draustinės juostos plotis  $\Delta W_g$ , kuris nurodytas 7.1 lentelėje.

Puslaidininkų laidumas priklauso nuo  $\Delta W_g$  dydžio bei temperatūros. Kuo mažesnis draustinės juostos plotis ir kuo aukštesnė kristalo temperatūra, tuo didesnis skaičius elektronų ir skylių susidaro ir tuo būdu didesnis bus puslaidininkio elektrinis laidumas. Priešingai, mažėjant temperatūrai, elektronų ir skylių skaičius mažėja, o esant  $T = 0K$  puslaidininkis virsta dielektriku.

Kambario temperatūroje ( $T \sim 300K$ ) puslaidininkų savasis laidumas yra nedidelis. Jį ženkliai galima padidinti įvedus į puslaidininkį priemaišas.

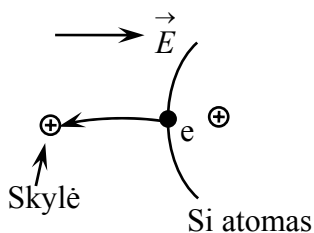
**Priemaišinis puslaidininkių laidumas.** Reali kristalų gardelė turi defektų ir priemaišų, kurie iš esmės keičia jo elektrines optines ir kitas fizikines savybes. Pvz., tik 0.001 procento siekianti



7.8 pav.

boro koncentracija silicyje jo laidumą kambario temperatūroje padidina tūkstantį kartų. Priemaišų įtaką elektriniam laidumui aiškiname šitaip. Tarkime, kad gardelės mazge esantį keturvalentį Si atomą (7.8 pav., a) pakeitė penkiavališkos priemaišos atomas (fosforo, arseno, stibio ir kt.). Keturi priemaišos elektronai sudaro

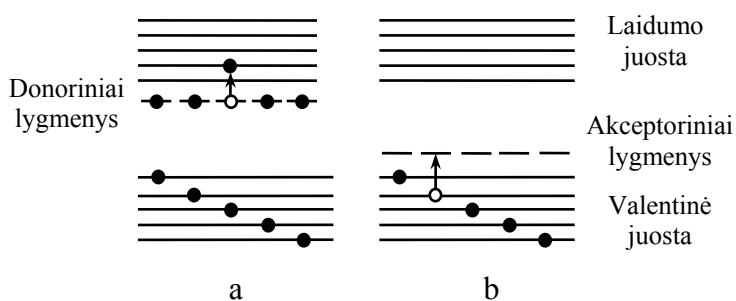
kovalentinius ryšius su keturiais gretimais Si atomais, o penktasis (pažymėtas simboliu  $e^-$ ) – tampa laisvu, o priemaišos atomas – teigiamu jonu. Pats jonas nėra srovės nešėjas, nes yra lokalizuotas gardelės mazge. Atsiradę laisvieji elektronai žymiai padidina kristalo laidumą, lyginant su savuoju laidumu. Tokios priemaišos, kurių atomai didina laisvųjų elektronų skaičių, vadinamos *donorais*.



7.9 pav.

Jos yra laisvųjų elektronų gardelei tiekėjais. Tokiuose puslaidininkiuose vyrauja *elektroninis laidumas*, o savasis skylinis – nežymus. Jie vadinami *n-puslaidininkiais* (negative – neigiamas).

Kitaip bus, jei silicio atomą pakeisime trivalentine priemaiša, pavyzdžiui, indžiu (In), boru (B). Priemaišos atomui ryšiui sudaryti trūksta vieno elektrono, kurį priemaiša gali pasiimti iš gretimo silicio atomo. Priemaiša tampa neigiamu jonu, o silicio atomas – teigiama skyle  $e^+$  (7.8 pav., b). Į susidariusią skylę gali peršokti elektronas iš gretimo Si atomo, tuomet skylė atsiras pastarajame (7.9 pav.). Ryšį nutraukę elektronai juda prieš lauką  $\vec{E}$ , skylės – pagal lauką. Skyles kuriančios priemaišos vadinamos *akceptoriais*, o medžiaga – *p-puslaidininkiu* (positiv – teigiamas).



7.10 pav.

Medžiagų laidumas esant priemaišoms vadinamas *priemaišiniu*, kuris priklauso nuo jų *koncentracijos* ir gali žymiai viršyti *savąjį laidumą*.

Juostinės teorijos požiūriu priemaišų atomai sukuria *lokalinius*

energijos lygmenis. Donorinių priemaišų lokaliniai lygmenys yra išsidėstę arti laidumo juostos (7.10 pav., a), akceptorinių – arti valentinės juostos (7.10 pav., b). Juose esantys elektronai negali judėti kristale.

Elektronai iš užimtų lokalinių donorinių energijos lygmenų gali pereiti į laidumo juostą. Tam reikia mažiau energijos, negu pereiti elektronui iš valentinės į laidumo juostą. Panašiai į neužimtus lokalinius akceptorinius lygmenis elektronai gali pereiti iš valentinės juostos. Tam taip pat reikia nedaug energijos.

Arti laidumo arba valentinės juostų esantys energijos lygmenys vadinami *sekliaisiais*. Tačiau priemaišiniai lygmenys gali susidaryti ir arti draustinės juostos vidurio. Pastarieji vadinami *giliaisiais* lygmenimis, arba *gaudyklėmis*. Jie įtakoja ne laisvųjų krūvininkų tankiui, o jų judrumui. Šiuose lygmenyse elektronai gali išbūti gana ilgą laiką, kas mažina puslaidininkų elektrinį laidumą.

Jeigu priemaišų koncentracija yra labai didelė ir jos tarpusavyje sąveikauja, tuomet lokaliniai lygmenys išplinta į juostas. Jos gali persidengti su kristalo galimų energijų juostomis.

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname skylė?
2. Paaškindite puslaidininkų skylinį, elektroninį laidumą.
3. Nuo ko priklauso puslaidininkų savasis laidumas?
4. Kas yra n puslaidininkiai?
5. Kas yra p puslaidininkiai?
6. Nusakykite donorinių ir akceptorinių lygmenų energijų juostose padėtį.
7. Nuo ko priklauso priemaišinių puslaidininkų elektrinis laidumas?

## 7.5 Puslaidininkų elektrinis laidumas

Kaip jau matėme, puslaidininkiuose egzistuoja dviejų rūšių laisvieji krūvininkai: laidumo juostos elektronai ir valentinės juostos skylės. Jei šie krūvininkai susidare dėl kristalo dalelių šiluminio judėjimo, tai jie vadinami *pusiausvyraisiais*.

**Puslaidininkų savitasis laidumas.** Sukūrus puslaidininkyje stiprumo  $\vec{E}$  elektrinį lauką, jame tekės srovė: elektronai judės prieš lauką, skylės – pagal. Srovės tankis lygus elektronų ir skylių srovių tankių sumai:  $\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p$ . Pastarieji priklauso nuo krūvininkų kryptingojo judėjimo, veikiant laukui, vidutinio greičio, kuris vadinamas *dreifiniu greičiu*. Iš elektros kurso žinome, kad srovės tankis

$$\vec{j}_n = -e^- n_n \langle \vec{v}_n \rangle, \quad \vec{j}_p = e^+ n_p \langle \vec{v}_p \rangle; \quad (7.5.1)$$

čia  $e^-$  – elektrono ( $e^- < 0$ ), o  $e^+$  – skylės ( $e^+ > 0$ ) krūviai;  $n_n$  ir  $n_p$  – elektronų ir skylių tankiai.

Akivaizdu, kad  $|e^-| = e^+ = e$ ;  $\langle \vec{v}_n \rangle$  – elektrono, o  $\langle \vec{v}_p \rangle$  – skylės vidutiniai dreifiniai greičiai. Juos pakeitę judrumais<sup>1</sup> ir atsižvelgę į gryną (be priemaišų) puslaidininkui galiojančią lygybę  $n_p = n_n = n_0$ , turėsime

$$\boxed{\vec{j} = en_0(u_n + u_p)\vec{E} = \gamma \vec{E}}; \quad (7.5.2)$$

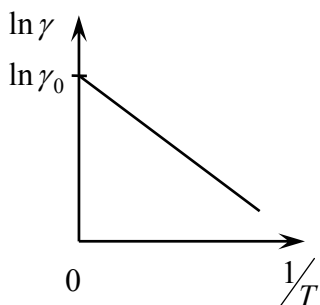
čia  $u_n = \frac{\langle v_n \rangle}{E}$  yra elektrono,  $u_p = \frac{\langle v_p \rangle}{E}$  – skylės judrumai. Dydis  $\gamma = en_0(u_n + u_p)$  vadinamas medžiagos *savituoju laidumu*, o formulė (7.5.2) – Omo dėsnis.

Įrašę krūvininkų tankio (7.5.10) išraišką (jos išvedimas atspausdintas petitu), gauname savitojo laidumo priklausomybę nuo kiekvienam puslaidininkui būdingų dydžių:

$$\boxed{\gamma = \gamma_0 e^{-\Delta W_g / (2kT)}}; \quad (7.5.3)$$

čia  $\gamma_0 = (2/h^3) \left( 2\pi kT \sqrt{m_n^* m_p^*} \right)^{3/2} e(u_n + u_p)$ . Tokiu būdu, medžiagų elektrinis laidumas yra proporcingas srovės nešėjų tankiui, jų judrumui ir kūno temperatūrai. Krūvininko judrumas priklauso nuo jo krūvio dydžio  $q$ , masės  $m^*$  ( $u \sim q/m^*$ ) bei krūvininko sklaidos gardelėje būdų. Sklaida pasireiškia gardelės nevienalytiškose srityse. Nevienalytiškumai būna dvejopi: kristalinės gardelės defektai ir gardelės šiluminių virpesių fluktuacijos. Esant žemoms temperatūroms lemiamos reikšmės judrumui turi defektai, o aukštoms – šiluminiai virpesiai.

<sup>1</sup> Krūvininkų judrumas lygus krūvininko dreifiniai greičiui, kurį jam suteikia vienetinio stiprumo elektrinis laukas.

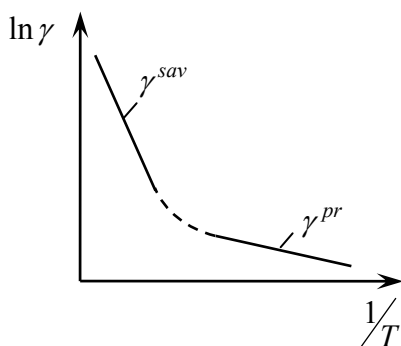


7.11 pav.

Puslaidininkių savitojo laidumo temperatūrinė priklausomybė pirmiausia nusakoma (7.5.3) išraiškos eksponentės ( $\gamma \sim e^{-\Delta W_g/(2kT)}$ ): didėjant temperatūrai, jų laidumas ženkliai didėja (7.11 pav.). Priešingai, mažėjant jai laidumas mažėja ir esant  $T = 0K$  savasis laidumas lygus 0.

**Priemaišinis savitasis laidumas.** Nagrinėsime puslaidininkį, turintį donorines arba akceptorines priemaišas. Kaip matėme, jame laidumo juostoje susidaro laisvieji elektronai arba valentinėje

juostoje – skylės. Tuomet srovės nešėjų tankis  $n_0$  lygus savųjų  $n_0^{sav}$  ir priemaišinių nešėjų  $n_0^{pr}$  tankių sumai:  $n_0 = n_0^{sav} + n_0^{pr}$ , o puslaidininkio laidumas lygus savojo ir priemaišinio laidumo sumai:

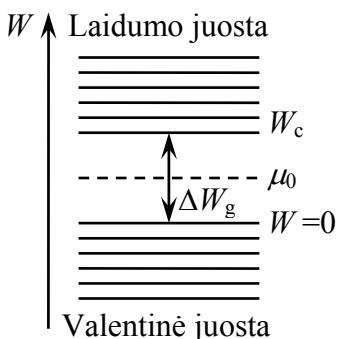


7.12 pav.

$\gamma = \gamma^{sav} + \gamma^{pr}$ . Priemaišinis laidumas priklauso nuo priemaišų tankio ir silpnai – nuo temperatūros. Žemose temperatūrose vyrauja priemaišinis laidumas, o aukštose – savasis (7.12 pav.).

**Termorezistoriai.** Termorezistoriais vadinami tokie prietaisai, kuriuose naudojama puslaidininkio varžos priklausomybė nuo temperatūros. Jie naudojami temperatūrai matuoti ir reguliuoti, mechanizmų darbo šiluminiam režimui

kontroliuoti, priešgaisrinei signalizacijai, dujų ir skysčių srautų greičiui matuoti, praretintų dujų slėgiui matuoti ir kituose įrenginiuose. Termorezistoriais gaminti dažniausiai naudojami pereinamosios grupės, nuo Ti iki Cu, metalų oksidai, turintys aiškias puslaidininkines savybes.



7.13 pav.

**Savitojo laidumo krūvininkų tankis.** Tobulame kristale laidumo ir valentinę juostas sudaro daugybė artimų energijos lygmenų (7.13 pav.). Todėl daroma prielaida, kad leistinų energijų juostų ribose elektronai (skylės) gali įgyti bet kokią energijos vertę, t.y. jų energija kinta *kvazitolydžiai*. Puslaidininkiuose laisvųjų krūvininkų tankis yra  $10^{20} - 10^{24} m^{-3}$  eilės, o vidutinis atstumas tarp krūvininkų siekia  $(10 - 100)a$  (čia  $a$  – atstumas tarp atomų). Todėl laisvųjų krūvininkų sistemą laikysime *idealiomis Fermio dujomis*.

Pagal (5.5.2) energijos  $W$  vidutinis elektronų skaičius laidumo juostoje lygus

$$\langle N(W) \rangle_n = \frac{1}{e^{(W-\mu)/kT} + 1}; W \geq \Delta W_g. \quad (7.5.4)$$

Matėme, jog laisvasis elektronas ir skylė susidaro kartu, todėl energijos  $W$  skylių vidutinis skaičius

$$\langle N(W) \rangle_p = 1 - \langle N(W) \rangle_n = \frac{1}{e^{(\mu-W)/kT} + 1}; W < 0. \quad (7.5.5)$$

Puslaidininkio Fermio energijos lygmuo  $\mu$  yra draustinėje juostoje (jo tikslią padėtį aptarsime vėliau). Puslaidininkų draustinės juostos plotis yra  $1\text{ eV}$  eilės, o kambario temperatūroje dydis  $kT = 2.5 \cdot 10^{-3}\text{ eV}$ . Vadinasi, esant įprastinėms sąlygoms  $e^{(W-\mu)/kT} \gg 1$  bei  $e^{(\mu-W)/kT} \gg 1$ , o energijos  $W$  elektronų ir skylių kristale vidutinis skaičius

$$\begin{aligned}\langle N(W) \rangle_n &\approx e^{(\mu-W)/kT}; W \geq \Delta W_g, \\ \langle N(W) \rangle_p &\approx e^{(W-\mu)/kT}; W < 0.\end{aligned}\quad (7.5.6)$$

Krūvininkų skaičių juostose nustatysime naudodamiesi (5.5.4) išraiška

$$dN(W) = f(W)g(W)dW, \quad (7.5.7)$$

aprašančią krūvininkų skaičių  $dN(W)$ , kurių energija yra intervale nuo  $W$  iki  $W+dW$ . Prisiminkime, jog  $f(W) = \langle N(W) \rangle$  – krūvininkų pasiskirstymo, o  $g(W)$  – būsenų tankio funkcijos. Pastaroji aprašoma (5.3.6) formule (elektronams ir skylėms  $g_s = 2$ ). Į (7.5.7) įrašę (7.5.6) ir (5.3.6) gauname, kad energijų intervale  $\Delta W_g < W < \infty$  pilnas elektronų laidumo juostoje skaičius

$$N_n = \frac{8\sqrt{2}\pi V m_n^{*3/2}}{h^3} \int_{\Delta W_g}^{\infty} (W - \Delta W_g)^{1/2} e^{(\mu-W)/kT} dW, \quad (7.5.8)$$

o energijų intervale  $-\infty < W < 0$  pilnas skylių valentinėje juostoje skaičius

$$N_p = \frac{8\sqrt{2}\pi V m_p^{*3/2}}{h^3} \int_{-\infty}^0 (W)^{1/2} e^{(W-\mu)/kT} dW. \quad (7.5.9)$$

Čia  $V$  – puslaidininkio tūris,  $m_n^*$  – elektronų, o  $m_p^*$  – skylių efektinė<sup>1</sup> masė.

Suskaiciavę (7.5.8) ir (7.5.9) integralus<sup>2</sup>, gausime šitokias krūvininkų puslaidininkyje išraiškas:

$$\begin{aligned}n_n = \frac{N_n}{V} &= 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{(\mu - \Delta W_g)/kT}, \\ n_p = \frac{N_p}{V} &= 2 \left( \frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/kT}.\end{aligned}\quad (7.5.10)$$

Iš krūvio tvermės dėsnio bei elektronų ir skylių susidarymo būdo išplaukia, kad grynajame puslaidininkyje jų tankiai vienodi:  $n_n = n_p$ . Šią lygybę išsprendę cheminio potencialo atžvilgiu, iš (7.5.10) formulių turėsime

$$\mu = \frac{\Delta W}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}. \quad (7.5.11)$$

Kai  $m_p^* = m_n^*$  arba kai  $T = 0\text{ K}$  grynojo puslaidininkio cheminis potencialas<sup>1</sup> yra ties draustinės juostos viduriu:  $\mu = W_F = \Delta W_g/2$ . Tačiau efektinės masės paprastai nėra lygios (dažniausiai  $m_p > m_n$ ), todėl cheminis potencialas

<sup>1</sup> Masės  $m$  krūvininkus kristale veikia dvi jėgos: išorinis laukas veikia jėga  $\vec{F}$ , o kristalo joninio kamieno sukurtas laukas –  $\vec{F}'$ . Tuomet krūvininkų pagreitis  $\vec{a}$  pagal antrąjį Niutono dėsnį išreiškiamas taip:  $m \vec{a} = \vec{F} + \vec{F}'$ . Jėgą  $\vec{F}'$  apskaičiuoti sunku, todėl jos poveikį krūvininkų judėjimui galima įvertinti pakeitus tikrąją masę tokiu dydžiu  $m^*$ , kad galiotų lygybė  $m^* \vec{a} = \vec{F}$ . Dydį  $m^*$  vadina krūvininko *efektine mase*.

<sup>2</sup> (7.5.8) – (7.5.9) tipo integralai vadinami *Fermio integralais*. Jų vertė išreiškiama specialiosiomis *gamma* funkcijomis.

(Fermio lygmuo) yra arčiau laidumo juostos ir, temperatūrai kylant, pasislenka aukštin. Visgi dydžio  $\mu$  priklausomybė nuo temperatūros yra labai silpna ir

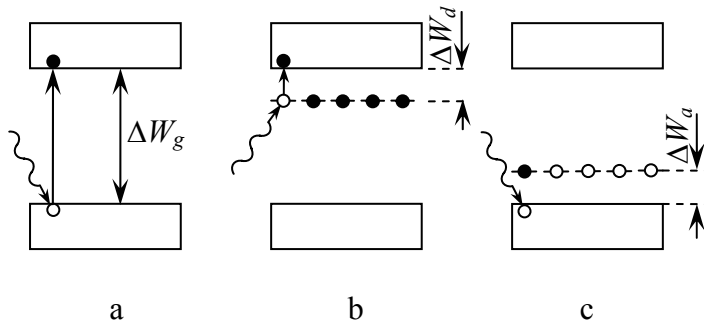
$$\mu(T) \approx \Delta W_g / 2. \quad (7.5.12)$$

## Kontroliniai klausimai

1. Kur randasi energetinių juostų modelyje puslaidininkio cheminis potencialas?
2. Ką vadiname krūvininkų dreifiniu greičiu?
3. Nuo ko priklauso medžiagos elektrinis laidumas?
4. Kaip priklauso puslaidininkio savitasis laidumas nuo temperatūros?
5. Nuo ko priklauso puslaidininkio priemaišinis laidumas?

## 7.6 Puslaidininkių fotolaidumas

**Vidinis fotoefektas.** Anksčiau buvo nagrinėjamas išorinis fotoefektas – metalą veikiant elektromagnetine spinduliuote, jis gali emituoti fotoelektronus. Puslaidininkiuose ir dielektrikuose gaunamas ir kitokios rūšies fotoefektas: apšvietus juos gali padidėti laisvųjų krūvininkų tankis. Šitoks elektromagnetinės spinduliuotės sukeltas reiškinys vadinamas *vidiniu fotoefektu*. Krūvininkų tankio padidėjimas sąlygoja kitus efektus: elektrinio laidumo padidėjimą, elektrovaros susidarymą ir kt.



7.14 pav.

7.14 paveiksle parodytas laisvųjų krūvininkų susidarymas gryname (a), donoriniame (b) ir akceptoriniame (c) puslaidininkiuose. Aptarkime šiuos atvejus.

1. Jeigu sugerto fotono energija  $h\nu$  ne mažesnė už draustinės juostos plotį  $\Delta W_g$ , tai valentinės juostos elektronas, sugėręs tokios energijos fotoną, peršoka į laidumo juostą. Taip laidumo juostoje padidėja elektronų, o valentinėje juostoje – skylių tankis. Gautų krūvininkų sąlygojamas laidumas vadinamas *savuoju fotolaidumu*.

2. Donorinio lygmens elektronas sugėręs energijos  $h\nu \geq \Delta W_d$  fotoną, peršoka į laidumo juostą ir dėlto padidėja tik elektroninis laidumas.

3. Valentinės juostos elektronui sugėrus energijos  $h\nu \geq \Delta W_a$  fotoną, šis peršoka į akceptorinį lygmenį, ir dėl to padidėja skylių valentinėje juostoje tankis. 2 ir 3 atvejais gaunamas *priemaišinis fotolaidumas*.

Puslaidininkiu yra tam tikras ribinis dažnis  $\nu_{rib}$ , vadinamas *fotolaidumo raudonąja riba*, žemiau kurio ( $\nu < \nu_{rib}$ ) fotolaidumo nėra. Grynojo puslaidininkio ribinis dažnis tenkina sąlygą  $h\nu_{rib} = \Delta W_g$ . Raudonoji riba dažnai charakterizuojama ribiniu bangos ilgiu  $\lambda_r$ , kurio vertė tenkina šitokią lygybę  $\lambda_r = hc / \Delta W_g$ . Jei puslaidininkio draustinės juostos plotis  $\Delta W_g = 2 \text{ eV}$ , tai  $\lambda_r = 600 \text{ nm}$  (geltonos šviesos bangos ilgis). Ultravioletiniai spinduliai ( $\lambda < 370 \text{ nm}$ ) gali sukelti fotoefektą ne tik puslaidininkiuose, bet ir dielektrikuose (jų  $\Delta W_g > 2 \text{ eV}$ ).

<sup>1</sup> Puslaidininkių fizikoje cheminis potencialas kartais dar vadinamas *Fermio energija*  $W_F$  arba *lygmeniu* (taip jis vadinamas metaluose), t.y.  $W_F = \mu$ .



Priemaišinių puslaidininkių  $\Delta W_d$  arba  $\Delta W_a \sim 0.01 - 0.1 \text{ eV}$  ir  $\lambda_r \sim 10^{-5} - 10^{-4} \text{ m}$ , t.y. fotoefektą sukuria infraraudonieji spinduliai.

Spinduliuote švitinamo puslaidininkio savitasis laidumas (toliau laidumas)

$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_f; \quad (7.6.1)$$

čia  $\gamma_0$  – tamsinis laidumas, o  $\gamma_f$  – fotolaidumas.

Tamsinį laidumą sąlygoja krūvininkai, susidarę dėl kristalo dalelių šiluminių virpesių. Taip susidarę krūvininkai vadinami *pusiausvyraisiais*. Jų tankis skaičiuojamas termodinaminės pusiausvyros sąlygomis. Laisvieji krūvininkai, atsiradę puslaidininkyje dėl visų kitų poveikių, išskyrus šiluminį, vadinami *nepusiausvyraisiais krūvininkais*. Vidinio fotoefekto krūvininkų tankis priklauso nuo šių reiškinų: 1. krūvininkų generavimo; 2. krūvininkų rekombinacijos. Trumpai aptarkime šiuos procesus.

1. Apšvietus puslaidininkį, jame padidėja laisvų krūvininkų tankis. Jo didėjimo greitis vadinamas *krūvininkų generavimo sparta*. Spinduliuotės sąlygojamą elektronų ir skylių generavimo spartą žymėsime šitaip:

$$g_{nf} = \frac{dn_n}{dt}, \quad g_{pf} = \frac{dp_p}{dt}. \quad (7.6.2)$$

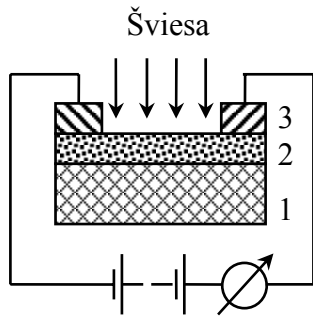
gryname puslaidininkyje termodinaminės pusiausvyros sąlygomis šie greičiai vienodi:  $g_{nf} = g_{pf} = g_f$ . Dydis  $g_f$  priklauso nuo šviesos šaltinio stiprumo.

2. krūvininkų susidarymui atvirkščias reiškinys vadinamas *rekombinacija*. Gryname puslaidininkyje ji vyksta peršokant elektronui iš laidumo į valentinę juostą. Dėl rekombinacijos krūvininkų juostose gyvavimo trukmė sumažėja, kartu sumažėja ir jų skaičius. Rekombinacijos greitis charakterizuojamas *krūvininkų gyvavimo trukme*  $\tau$ : tai laikas, per kurį, nutraukus švitinimą, krūvininkų tankis sumažėja  $e$  kartų.

Fotolaidumas (7.6.1) priklauso nuo šių dviejų konkuruojančių reiškinų ir jį galima aprašyti šitokia lygtimi

$$\gamma_f = eg_f(u_n\tau_n + u_p\tau_p); \quad (7.6.3)$$

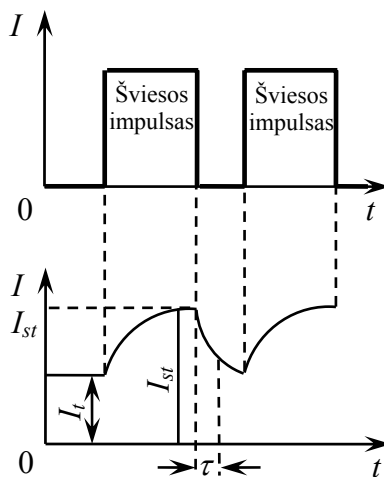
čia  $u_n$  – elektronų, o  $u_p$  – skylių judrumas;  $\tau$  – jų gyvavimo trukmė.



7.15 pav.

**Fotorezistorius.** Fotolaidumo reiškinys panaudojamas gaminant prietaisus – fotorezistorius. Jį sudaro (7.15 pav.) dielektriko padėklas 1, kuris padengiamas plonu puslaidininkio sluoksniu 2 ir ant kurio užgarinamas metalinis elektrodas 3. Sluoksniu 2 padengiamas skaidriu laku, saugančiu jį nuo kenksmingų išorinių poveikių.

(drėgmės, dulkių). Prie neapšviesto fotorezistorius prijungus įtampą, teka tamsinė srovė. Apšvietus padaugėja laisvųjų krūvininkų ir dėl to varža sumažėja. Keičiant šviesos srautą, fotorezistorius elektrinis laidumas gali pakisti  $10^6$  kartų ir daugiau.



7.16 pav.

Fotoelektriniai reiškiniai fotorezistoriuose yra inertiški. Tai padeda išsiaiškinti tyrimai, atlikti veikiant rezistorių stačiakampiais pastovaus intensyvumo šviesos impulsais (7.16 pav., a). Paveiksle b pavaizduota tekančios elektros srovės stiprumo  $I$  priklausomybė nuo apšvietimo kitimo. Apšvietus rezistorių srovė palaipsniui didėja nuo tamsinės  $I_t$  iki stacionariosios vertės  $I_{st}$ . Apšvietimą nutraukus, srovės stiprumas mažėja, artėdamas prie tamsinės vertės.

Fotorezistoriaus inertiškumas apibūdinamas laiko pastoviąja  $\tau$ , t.y. laiku, per kurį srovė, išjungus apšvietimą, sumažėja  $e$  kartų. Šis laikas priklauso nuo krūvininkų perteklinės energijos perdavimo gardelei greičio ir yra  $10^{-12} - 10^{-10} \text{ s}$ .

Fotorezistoriai veikia plačiame šviesos bangų ilgių diapazone: nuo 0.4 iki  $40 \mu\text{m}$ . Regimai spektro sričiai jautrūs fotorezistoriai pagaminti iš kadmio sulfido (CdS), o infraraudonajai – iš švino sulfido (PbS), švino selenido (PbSe) ir kt.

Fotorezistoriai plačiai naudojami įvairiose matavimo automatikos,

kontrolės, fotometrijos schemose ir kitur. Jų svarbiausi pranašumai – tai didelis jautrumas, mechaninis patvarumas, o trūkumai – tai 1) inertiškumas, kuris trukdo fotorezistorių panaudojimą greitaiegiuose procesuose, 2) parametrų priklausomybė nuo temperatūros, 3) bendruoju atveju fotosrovė neteisiškai priklauso nuo apšviestumo.

Puslaidininkių laidumas taip pat padidėja, veikiant juos rentgeno spinduliais ar elementariomis dalelėmis. Ši jų savybė naudojama elementariųjų dalelių skaitikliuose ir dozimetruose.

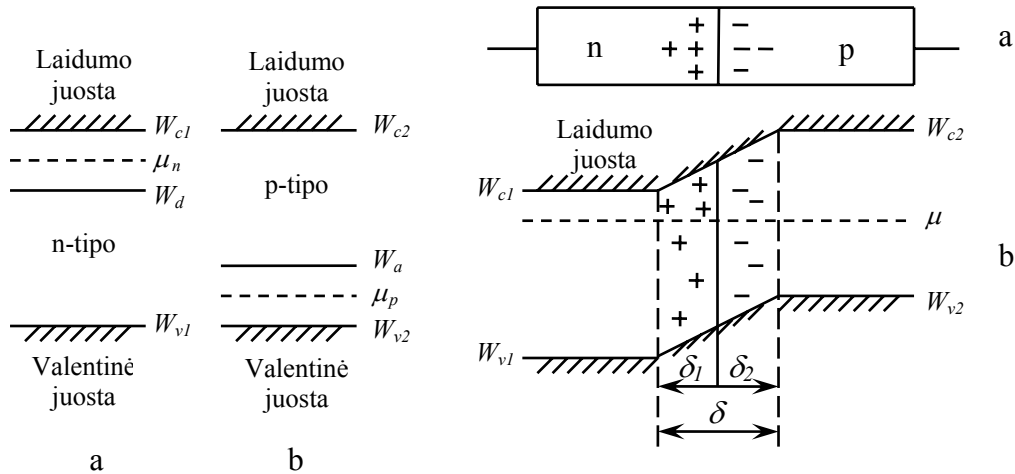
#### Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname puslaidininkio savuoju fotolaidumu?
2. Ką vadiname puslaidininkio fotolaidumo raudonąja riba?
3. Kas sąlygoja puslaidininkio tamsinį laidumą?
4. Nuo ko priklauso krūvininkų generavimo sparta?
5. Apibrėžkite krūvininkų gyvavimo trukmės sąvoką.

### 7.7 Elektroninė ir skylinė (np) sandūra

np sandūra susidaro n ir p puslaidininkių riboje. Tokia sandūra yra daugelio puslaidininkinių prietaisų pagrindinis elementas.

Panagrinėkime reiškinius šių puslaidininkių riboje. Sakysime, suglausti du n ir p puslaidininkiai, kuriuose donorinės ir akceptorinės priemaišos pasiskirsčiusios tolygiai. Tarkime kad



7.17 pav.

7.18 pav.

$W_{c1}$  ir  $W_{v1}$  yra laidumo juostos dugno ir valentinės juostos viršaus energijos lygmenys, o  $\mu_n$  ir  $W_d$  – cheminis potencialas bei donorinis energijos lygmuo n puslaidininkio (7.17 pav., a);  $W_{c2}$  ir  $W_{v2}$ ,  $\mu_p$  ir  $W_a$  – atitinkami dydžiai p puslaidininkio (7.17 pav., b). Esant neaukštomis temperatūroms n puslaidininkio cheminis potencialas yra apytikriai viduryje tarp  $W_{c1}$  ir  $W_d$  lygmenų, o p puslaidininkio – viduryje tarp  $W_{v2}$  ir  $W_a$  lygmenų. n puslaidininkyje pagrindiniais krūvininkais yra elektronai, o šalutiniais – skylės; p puslaidininkyje pagrindiniais krūvininkais yra skylės, o šalutiniais – elektronai.

Suglaudus puslaidininkius, dėl krūvininkų tankių gradiento elektronai iš n puslaidininkio difunduos į p puslaidininkį, o skylės – iš p puslaidininkio. Elektronai p puslaidininkyje rekombinuos su skylėmis. Lieka nesukompensuoti akceptorinių priemonių neigiami jonai, todėl prie kontakto esantis sluoksnis įsielektrina neigiamai (7.18 pav., a). Panašiai n puslaidininkio sluoksnis šalia kontakto įsielektrina teigiamai. Kontakto srityje susidaro dvigubas storių  $\delta_1$  ir  $\delta_2$  elektrinis sluoksnis (7.18 pav., b), kuris yra nuskurdintas laisvaisiais krūvininkais, o jo varža yra didelė. Susidaręs kontaktinis elektrinis laukas nukreiptas nuo n puslaidininkio link p puslaidininkio. Jis trukdo toliau prasiskverbti laisviesiems krūvininkams, todėl ilginiui nusistovi dinaminė pusiausvyra. Jai esant abiejų puslaidininkių cheminiai potencialai susivienodins (žr. 5.4 sk.) ir bus viename lygyje  $\mu$ .

Dėl sukurto elektrinio lauko storio  $\delta = \delta_1 + \delta_2$  sluoksnyje susidaro dydžio  $\Delta\varphi_k$  kontaktinis potencialų skirtumas. Tuomet elektrono, patekusio iš n į p puslaidininkį, potencinė energija padidėja dydžiu  $e\Delta\varphi_k$ . Dėl šios priežasties energijų juostos pasislenka vienos kitų atžvilgiu ir susidaro dydžio  $e\Delta\varphi_k$  potencialinis barjeras. Tas pasislinkimas tęsiasi storio  $\delta$  kontaktinio sluoksnio intervale ( $\delta \sim 0.1-1\mu m$ ). Susidariusį kontaktinį potencialų skirtumą galime nusakyti lygybėmis

$$e\Delta\varphi_k = W_{c2} - W_{c1}, \text{ arba } e\Delta\varphi_k = W_{v2} - W_{v1}. \quad (7.7.1)$$

Krūvininkų judėjimas pro kontaktą sukuria srovę. Jos atsiradimo priežastys yra dvi: pagrindinių krūvininkų tankio gradientas ir antroji – susikūrus kontaktinis elektrinis laukas. Dėl gradiento atsiradusios srovės vadinamos *difuzinėmis*. Kontaktinis elektrinis laukas veikia šalutinius krūvininkus, jų sukurta srovė vadinama *dreifine*. Taigi kontaktą kerta keturi krūvininkų srautai, o atsiradusi srovė bus lygi keturių dedamųjų sumai. Pagrindinių krūvininkų sukurtų srovių tankius pažymėkime  $j_n$  ir  $j_p$ , o šalutinių –  $j_{ns}$  ir  $j_{ps}$ . Pusiausvyros atveju pagrindinių krūvininkų srautas (elektronų iš n į p ir skylių iš p į n) yra lygus šalutinių krūvininkų srautui (elektronų iš p į n ir skylių iš n į p). Todėl

$$j_n = j_{ns}, \quad j_p = j_{ps}, \quad (7.7.3)$$

o pilnosios srovės tankis bus lygus nuliui:

$$j = (j_{ns} - j_n) + (j_{ps} - j_p) = 0. \quad (7.7.4)$$

**Sandūros voltamperinė charakteristika.** Jei prie n ir p puslaidininkių prijungsi dydžio  $U$  įtampą, tai ji pakeis pusiausvyrą ir grandinėje tekės srovė. Tegul išorinė įtampa prijungta tiesiogine kryptimi (šaltinio teigiamas polius prie p puslaidininkio). Tokią įtampą laikysime teigiama

( $U > 0$ ). Šiuo atveju sandūros erdvinio krūvio ir šaltinio sukurtų elektrinių laukų kryptys yra priešingos (šaltinio laukas nukreiptas iš p į n puslaidininkį). Šaltinio laukas pritrauks elektronus iš n puslaidininkio ir skyles iš p puslaidininkio į np ribą. Dėl to ties sandūra elektronų p puslaidininkyje ir skylių n puslaidininkyje tankis pasidaro didesnis negu jo tūryje. Šitoki šalutinių krūvininkų tankio padidėjimą vadina jų *injekcija*. Krūvininkų tankio padidėjimas reiškia, kad jiems potencialinio barjero aukštis sumažėja: cheminio potencialo lygmuo p puslaidininkyje pakyla dydžiu  $|e|U$  laidumo juostos dugno link. Šalutinių krūvininkų judėjimo sukurtų dreifinių srovių tankiai, pusiausvyrų  $j_{ns}$  ir  $j_{ps}$  atžvilgiu padidėja  $e^{|e|U}$  kartų, t.y.

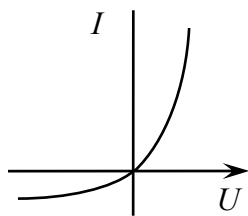
$$j_{ns}^* = j_{ns} e^{|e|U}, \quad j_{ps}^* = j_{ps} e^{|e|U}. \quad (7.7.5)$$

Išorinė įtampa praktiškai difuzinės srovės nepakeičia – ji priklauso nuo pagrindinių krūvininkų tankio, kuris nuo įtampos nepriklauso. Jai galioja (7.7.3) lygybės, tuomet pilnosios srovės tankis

$$j = (j_{ns}^* - j_n) + (j_{ps}^* - j_p) = j_s \left( e^{\frac{|e|U}{kT}} - 1 \right); \quad (7.7.6)$$

čia dydis  $j_s = j_n + j_p$  vadinamas *soties* srove.

Įjungus atgalinę ( $U < 0$ ) įtampą, sandūros erdvinio krūvio ir šalutinio laukų kryptys sutaps. Šaltinio elektrinis laukas pagrindinių krūvininkų judėjimą (elektronų į p ir skylių į n puslaidininkius) dar labiau apsunkins, t.y. jiems potencialinio barjero aukštis dydžiu  $|e|U$  padidės. Be to, išorinis laukas atitolins elektronus n puslaidininkyje ir skyles p puslaidininkyje nuo np sandūros ir padidins



7.19 pav.

jų storį  $\delta$  bei varžą. Esant atgalinei įtampai, per np sandūrą laisvai praeina šalutiniai krūvininkai: elektronai iš p į n puslaidininkį ir skylės iš n į p puslaidininkį. Tekanti p puslaidininkio link srovė yra labai silpna, nes šalutinių krūvininkų tankis, esant neaukštoms temperatūroms, yra mažas. Kryptis, kuriai sandūros varža yra didelė, vadinama *užtvarine*, o tokios krypties srovė – *atgaline*. Ji aprašoma ta pačia (7.7.6) formule, kaip ir

tiesioginė srovė, tik šiuo atveju dydis  $U < 0$ . Sandūroje np srovės priklausomybė nuo įtampos vadinama *voltamperinė charakteristika*, kuri pavaizduota 7.19 paveiksle.

**Puslaidininkiniai diodai.** np sandūros vienpusis laidumas panaudojamas kintamajai srovei išlyginti. Vieną np sandūrą turinti sistema vadinama *puslaidininkiniu diodu*. Tam naudojami seleno, o aukšto dažnio srovėms lyginti – germanio ir rečiau – kitų puslaidininkių diodai.

## 7.8 Fononai

**Fonono sąvoka.** Kietuosiuose kūnuose šiluminiame judėjime dalyvauja kristalą sudarančios struktūrinės dalelės (atomai, molekulės, jonai) ir metaluose – dar laisvieji elektronai. Todėl kietųjų kūnų vidinė energija bendruoju atveju susideda iš dviejų dėmenų: 1) gardelės vidinės energijos, 2) elektroninių dujų (metaluose) vidinės energijos. Dabar nagrinėsime pirmąją dedamąją.

Kietojo kūno gardelės vidinė energija lygi gardelės mazguose esančių dalelių, vadinamų *oscilatoriais*, svyravimų energijos sumai. Kiekvieno oscilatoriaus energija lygi jo kinetinės ir tarpusavio sąveikos potencinės energijos sumai. Žinome (žr. 4.10 sk.), kad cikliniu dažniu  $\omega$  virpančio oscilatoriaus energijos pokytis  $\Delta W_n = n\hbar\omega$  (čia  $n=1,2,3,\dots$  – sveikas skaičius) yra kvantuotas. Išdava – gardelės energija gali kisti tik šuoliškai. Mažiausią oscilatoriaus (gardelės) energijos pokytį  $\Delta W = \hbar\omega$  vadina *energijos kvantu*.

Kietojo kūno dalelės viena kitą veikia stipriomis ryšio jėgomis, todėl jų virpesių pobūdis yra sudėtingas. Esant milžiniškam dalelių skaičiui (dalelių tankis  $\sim 10^{28} m^{-3}$ ) jų individualų judėjimą kristale aprašyti neįmanoma. Uždavinį tenka supaprastinti: vietoj atskiros dalelės judėjimo nagrinėjamas visų gardelės dalelių kolektyvinis virpėjimas. Tai daroma šitaip. Tarkime, kad absorbavus šviesos fotoną ar gavus šiluminių virpesių energiją iš kaimynų, oscilatoriaus energija šuoliškai pakito. Tuomet pakis oscilatoriaus virpesių pobūdis – oscilatorius susižadins. Dėl dalelių sąveikos bus žadinama ir aplinkinių dalelių virpesiai – kristalu sklis tamprioji banga. Ją vadina *šilumine banga*. Jų energija kinta diskrečiai, o tampriųjų bangų minimalų energijos pokytį, t.y. gardelės elementarųjį žadinimą, vadina *fononu*. Taigi, sužadintas oscilatorius savo perteklinę energiją perduoda šiluminei bangai, t.y. fononui, „sukurdamas“ vieną, o kartais kelis fononus. Pagal de Broilio idėją kiekvieną bangą galima pakeisti tam tikra kvazidalele (t.y. netikra dalele). Tuomet tampriajai bangai atitiks kvazidalelė, kuri ir vadinama fononu. Fonono energija lygi oscilatoriaus energijos kvanto energijai:

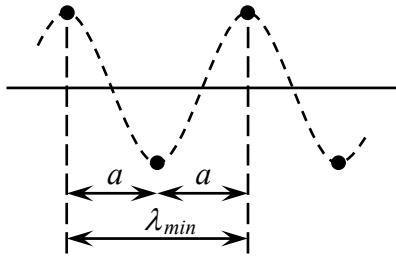
$$W = \hbar\omega. \quad (7.8.1)$$

Naudojant fononų sąvoką paprasčiau yra tirti kietojo kūno savybes. Tuomet atomai, molekulės ar jonai bus jo struktūriniai vienetai, o fononai atliks judesio kietajame kūne nešėjų vaidmenį, t.y. dalelių šiluminiai virpesiai pakeičiami fononų srautu. Ši fononų visuma vadinama *fononinėmis dujomis*.

Fononai, kaip ir įprastinės bangos (pvz., akustinės), aprašomi tampriąsias bangas apibūdinančiais parametrais. Trumpai aptarkime juos.

1. Fononų dažnis  $\omega$  lygus ji sukūrusių osciliatorių virpesių dažniui. Pastarųjų dažnis priklauso nuo gretimų dalelių padėties, kuri yra atsitiktinė. Taigi, fononų dažnis yra įvairus, tačiau jis negali viršyti didžiausio dažnio  $\omega_m$ . Dydis  $\omega_m$  vadinamas *Debajaus dažniu*. Parodoma, kad

$$\omega_m = \left( 6\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{1/3} u; \quad (7.8.2)$$



7.20 pav.

čia  $N$  – dalelių kristale skaičius,  $V$  – jo tūris,  $u$  – fononų fazinis greitis. Jis lygus tampriųjų bangų faziniam greičiui ( $u \sim 10^3$  m/s).

2. Fononų bangos ilgis  $\lambda$  yra ribotas:  $\lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$ . Iš gardelės diskretinės struktūros

išplaukia, kad joje negali susidaryti trumpesnės už

$\lambda_{\min} = 2a$  bangos; čia  $a$  – gardelės konstanta (7.20

pav.). Fononų ilgiausia banga randama iš sąlygos  $\lambda_{\max} = 2L$ ; čia  $L$  – kūno didžiausias tiesinis matmuo.

3. Kietojo kūno fizikoje vietoj bangos ilgio dažnai vartojamas bangos vektorius  $\vec{q}$  arba bangos skaičius  $|\vec{q}| = q = 2\pi/\lambda$ . Fononai, susidurdami tarpusavyje arba su gardelės defektais, išsisklaido. Jų

sklaidai aprašyti fononui būtina priskirti impulsą (judesio kiekį)  $\vec{p}$ . Postuluojama, jog

$$\vec{p} = \hbar \vec{q}. \quad (7.8.3)$$

4. Kiekvieną netvarkingą osciliatoriaus virpesį galima išskaidyti į vieną išilginį ir du skersinius virpesius. Tuomet kristale gali susikurti ir trijų *poliarizacijų* fononai. Jas žymėsime indeksu  $\alpha$

( $\alpha = 1, 2, 3$ ), jį priskirdami bangų vektoriui. Viena *poliarizacija*  $\vec{q}_1$  atitinka išilgines bangas, dvi kitos  $\left( \vec{q}_2, \vec{q}_3 \right)$  – tarpusavyje statmenai poliarizuotos skersinės bangos. Šių fononų energija ir

impulsas yra vienodi, tačiau faziniai greičiai – skirtingi:  $v(\vec{q}_1) > v(\vec{q}_2)$  ir  $v(\vec{q}_3)$  bei anizotropiniuose kristaluose priklauso nuo sklaidimo krypties.

Bangos dažnis ir bangos skaičius yra susieti dydžiai. Jų tarpusavis ryšys, t.y. funkcija  $\omega(q)$ , vadinamas *bangų dispersijos dėsniu*. Jei bangos fazinis greitis  $u$  nepriklauso nuo dažnio  $\nu$  (čia

$\nu = \omega/2\pi$ ) ar bangos ilgio, tai dispersijos dėsnį galima nustatyti iš sąryšio  $u = \nu\lambda$  arba  $\nu = u/\lambda$ .

Antrąją lygybę, padauginę iš  $2\pi$ , perrašome šitaip:

$$\omega = uq. \quad (7.8.4)$$

Taigi šiuo atveju dispersijos dėsnis yra *tiesinis*. Jis tinka fononams, kurių bangų skaičiaus vertės yra mažos (arba bangos ilgis – didelis). Tiesinis (7.8.4) ryšys tinka infragarsui, garsui ir netgi ultragarsui sklindant kristalais.

Tokiu būdu, pagal fononinį modelį kristalą galima pakeisti tokio pat tūrio „indu“, kurį užpildo fononinės dujos. Jų savybės priklauso nuo kristalo savybių (gardelės konstantos, dalelių tankio, akustinių bangų greičio ir kt.). Fononams sukinys nesuteikiamas, t.y. jų *sukinio kvantinis skaičius*  $s = 0$ , todėl fononai yra *bozonai*. Fononų, kaip ir fotonų, kilmė yra šiluminė, todėl fononinių dujų *cheminis potencialas*  $\mu = 0$ , o jų pasiskirstymą pagal energiją aprašo Planko skirstinys (5.7.7)

$$f(\hbar\omega) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (7.8.5)$$

## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname osciliatoriaus energijos kvantu?
2. Ką vadiname fononu?
3. Kam lygi fonono energija, impulsas?
4. Apibrėžkite fononinių dujų sąvoką.
5. Ką vadiname Debajaus dažniu?
6. Išvardinkite fononų poliarizacijas.
7. Kam lygus fononų sukinio kvantinis skaičius, cheminis potencialas?

## 7.9 Metalų šiluminė talpa

**Šiluminės talpos sąvoka.** Jei kūnui suteikus šilumos kiekį  $dQ$ , jo temperatūra pakinta dydžiu  $dT$ , tai dydis

$$C = dQ/dT \quad (7.9.1)$$

vadinamas *kūno šilumine talpa*. Ji priklauso nuo šildymo sąlygų. Nagrinėjant kietųjų kūnų šiluminę talpą, jų mažo šiluminio plėtimosi dažniausiai nepaisoma, todėl izobarinė šiluminė talpa  $C_p$  beveik lygi izochorinei šiluminei talpai  $C_V$ . Jų skirtumas kambario temperatūroje neviršija 5%. Kylant temperatūrai, šis skirtumas didėja. Jei šiluminio plėtimosi nepaisoma ( $dV = 0$ ), tai iš pirmojo termodinamikos dėsnio išplaukia, kad kietojo kūno šiluminė talpa

$$\boxed{C = dU/dT}; \quad (7.9.2)$$

čia  $dU$  – kūno vidinės energijos pokytis. Taigi, norint apskaičiuoti šiluminę talpą, reikia žinoti kūno vidinės energijos priklausomybę nuo temperatūros.

**Gardelės šiluminė talpa.** Iš fononinio modelio išplaukia, kad *kristalo gardelės vidinė energija lygi fononinių dujų energijai, t.y. visų kristalo fononų energijų sumai.*

Ji išreiškiama specialiosiomis funkcijomis, tačiau žemų arba aukštų temperatūrų atvejais ją galima nusakyti elementariomis funkcijomis.

1 atvejis. Žemose temperatūrose ( $T \ll T_D$ ) kristalo vidinės gardelės energija išreiškiama lygybe  $u = aT^4$  (čia  $a = \pi^2 k^4 V / (10 \hbar^3 u^3)$ ), o jo šiluminė talpa (7.9.2)

$$C = \frac{dU}{dT} = 4aT^3 = \text{const} \cdot T^3. \quad (7.9.3)$$

Gautas dėsniumas  $C \sim T^3$  vadinamas *Debajaus kubo dėsniu*; jis galioja tik labai žemose temperatūrose ( $0 < T < 20K$ ).

2 atvejis. Kai temperatūra daug didesnė už Debajaus temperatūrą kristalo vidinė energija  $U = 3kNT$ . Tuomet šiluminė talpa (7.9.2) aukštose temperatūrose lygi  $C = 3kN$  arba vienam moliui ( $N = N_A$ )

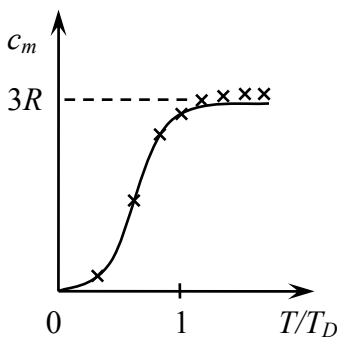
$$C_m = 3kN_A = 3R. \quad (7.9.4)$$

čia  $N_A$  – Avogadro skaičius,  $R = kN_A$  – universalioji dujų konstanta. Dydis  $C_m$  vadinamas *moline šiluma*.

Gavome, kad aukštose temperatūrose molinė šiluma bei iš atomų sudaryto kristalo vidinė energija *nepriklauso nuo kūno prigimties ir temperatūros*. Šis dėsniumas fizikoje seniai (1819 m.) žinomas kaip *Diulongo ir Pti dėsnis*. Jį galima gauti ir klasikinės fizikos metodais. Žinome, kad chemiškai nesudėtingo kristalo virpančio atomo vidutinė energija  $\langle W \rangle = 3kT$ . Iš  $N$  atomų

susidedančio kristalo vidinė energija  $U = \langle W \rangle N = 3kNT$ . Iš čia gauname molinės šilumos (7.9.4) išraišką.

Itrio ( $T_D = 200K$ ) molinės šilumos priklausomybė nuo temperatūros vaizduoja 7.21 paveikslo grafikas. Jo pradinė dalis vaizduoja Debajaus, o horizontalioji – Diulongo ir Pti dėsnį. Esant žemoms temperatūroms ( $T \rightarrow 0K$ ) tik maža dalis atomų kuria fononus, todėl molinė šiluma yra maža. Aukštose temperatūrose ( $T > T_D$ ) jau visi atomai susižadina ir kuria fononus ir molinė



7.21 pav.



šiluma įsisotina. Ji nebeauga dar todėl, kad osciliatorių virpesių energija gali pakisti tik šuoliškai, o jų virpesių dažnis ribojamas:  $\omega \leq \omega_m$ . 7.21 paveiksle kryželiais nužymėtos eksperimentinės molinės šilumos vertės. Matome, kad tik virš Debajaus temperatūros ji ima dėsningai skirtis. Tai atsitinka dėl keleto priežasčių. Teoriškai buvo nagrinėjama izochorinė molinė šiluma, o bandymais nustatoma izobarinė molinė šiluma. Be to, teorijoje buvo naudotasi tiesiniu bangų dispersijos dėsniu – dideliems dažniams jis netinka.

**Elektronų šiluminė talpa.** Metalų šiluminė talpa turėtų būti kitokia, nes juose, be fononų, yra dar laisvųjų elektronų – jie vadinami *elektroninėmis dujomis*. Laisvieji elektronai randasi dalinai užpildytoje valentinėje juostoje (žr. 7.4 pav., b). Šių dujų statistikinės savybės nagrinėjome 5.7 skirsnyje. Kristalų vidinės energijos elektroninė dedamoji  $U_e$  lygi jo laisvųjų elektronų energijų sumai, o jo elektronų molinė šiluma (žr. žemiau pateiktą įrodymą)

$$C_{me} = AT ; \quad (7.9.5)$$

čia  $A = \pi^2 kR / (2W_F)$ .

Net kambario temperatūroje metalams galioja sąlyga  $T \ll T_0$  (metalams  $T_0 \sim 10^4 - 10^5 K$  – žr. 5.7 sk. uždavinius). Tuomet temperatūrose, artimose kambario, metalo molinė šiluma bus lygi jo gardelės molinės šilumos (7.9.4) ir elektroninių dujų molinės šilumos (7.9.5) sumai:

$$C_m = 3R + AT . \quad (7.9.6)$$

Metalų Fermio energija lygi keliems  $eV$ . Tuomet kambario temperatūroje ( $T \sim 300K$ ) turėsime  $AT \ll 3R$ , arba  $C_{me} \ll C_m$  (žr. užd.). Taigi elektronų įtaka metalo šiluminei talpai nežymi. Tai nesunku suvokti – 5.7 skirsnyje matėme, kad termiškai sužadinama tik nedidelė elektronų dalis, arba kitaip tariant, elektroninės dujos nėra imlios šilumai. Metalui suteiktą šilumą „sugeria“ jo gardelė.

**(7.9.3) – (7.9.5) išraiškų įrodymas.** Iš  $N$  atomų sudarytame kristale susidaro  $3N$  įvairaus dažnio fononų (čia 3 – poliarizacijų skaičius). Dažnio intervale nuo  $\omega$  iki  $\omega + d\omega$  susidariusių fononų skaičius  $dN(\omega) = 3g(\omega)f(\omega)d\omega$  (žr. (5.5.4)); čia  $g(\omega)$  – fononinių būsenų tankis (5.3.4),  $f(\omega)$  – (7.8.5) skirstinys. Nustatykime dydį  $g(\omega)$ . Į (5.2.4) įrašę (7.8.3) ir (7.8.4) gausime šitokią fononinių dujų fazinės erdvės tūrį:  $\gamma(\omega) = (4\pi\hbar^3/3u^3)V\omega^3$ ; čia  $V$  – kristalo tūris. Tuomet iš (5.3.4) turėsime šitokią būsenų tankio išraišką:

$$g(\omega) = \frac{V\omega^2}{2\pi^2 u^3} . \quad (7.9.7)$$

Ši būsenų tankio išraiška yra supaprastinta, nes naudojame tiesinį dispersijos dėsnį (7.8.4). Atsižvelgę į (7.9.7) bei (7.8.5), fononų skaičių  $dN(\omega)$  išreiškiame šitaip:

$$dN(\omega) = \frac{3V\omega^2}{2\pi^2 u^3 \left( e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1 \right)} d\omega . \quad (7.9.8)$$

Vidinę energiją nustatome fononų skaičių (7.9.8) dauginami iš fonono energijos  $\hbar\omega$  ir integruodami visame galimų dažnių intervale:

$$U = \frac{3\hbar V}{2\pi^2 u^3} \int_0^{\omega_m} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}; \quad (7.9.9)$$

čia  $\omega_m$  – Debajaus dažnis (7.8.2). Dažnai vietoj jo naudojama *Debajaus temperatūra*  $T_D$ , kuri nusakoma lygybe  $kT_D = \hbar\omega_m$ . Dydis  $T_D$  priklauso nuo ryšio jėgų dydžio. Daugeliui medžiagų ji yra 500–1000K intervale, bet yra medžiagų, kurioms ši temperatūra yra daug didesnė (pvz., deimantui  $T_D = 1850K$ , beriliui  $T_D = 1200K$ ).

(7.9.9) integralas analitiškai integruojamas tik dviem ribiniais atvejais. Žemoms temperatūroms integralas lygus  $(\pi kT)^4 / 15\hbar^4$ , o aukštoms –  $6\pi^2 k u^3 N T / (3\hbar V)$ . Šias integralų vertes įrašę į (7.9.9) ir išdiferencijavę, gausime (7.9.3) ir (7.9.4) metalų gardelės šiluminės talpos išraiškas.

Kristalų vidinės energijos elektroninei dedamajai nustatyti elektronų būsenų skaičių  $g(W)dW$  (energijų intervale nuo  $W$  iki  $W + dW$ ) dauginame iš jų užpildymo funkcijos  $f(W)$  bei elektrono energijos  $W$  ir integruojame visame energijų intervale:

$$U_e = \int_0^{\infty} W f(W) g(W) dW. \quad (7.9.10)$$

Dydis  $g(W)$  – laisvojo elektrono būsenų tankis (5.3.6):

$$g(W) = \frac{2\pi}{h^3} g_s V (2m)^{3/2} W^{1/2}; \quad (7.9.11)$$

čia  $g_s = 2s + 1 = 2$  ( $s = 1/2$  – elektrono sukinio kvantinis skaičius);  $m$  – elektrono masė,  $V$  – metalo tūris. Į (7.9.10) įrašius (7.9.11) bei elektronų pasiskirstymo pagal energijas funkcijos  $f(W)$  išraišką (5.7.2), apskaičiuojamas (7.9.10) integralas. Nelabai aukštoms temperatūroms ( $T \ll T_0$ ) įrodoma, kad metalo vieno molio vidinės energijos elektroninė dedamoji lygi

$$U_{me} = \frac{3}{5} N_A W_F \left[ 1 + \frac{5}{12} \pi^2 \left( \frac{kT}{W_F} \right)^2 \right]. \quad (7.9.12)$$

(7.9.12) išraišką išdiferencijavę, gausime (7.9.5).

## Kontroliniai klausimai

1. Kam lygi gardelės vidinė energija?
2. Užrašykite Debajaus temperatūrą nusakančią lygybę.
3. Apibrėžkite Debajaus bei Diulongo ir Pti dėsnius.
4. Nuo ko priklauso elektroninių dujų metaluose šiluminė talpa?
5. Kodėl aukštose temperatūrose elektroninė molinės šilumos dedamoji yra daug mažesnė už gardelės dedamąją?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Apskaičiuokite vario (Cu) ir silicio (Si) kristalų Debajaus temperatūrą. Atomų tankis varyje –  $n = 8.6 \cdot 10^{28} m^{-3}$ , silicyje –  $n = 5 \cdot 10^{28} m^{-3}$ , o tampriųjų bangų faziniai greičiai varyje –  $u = 3.9 \cdot 10^3 m/s$ , silicyje  $u = 6.6 \cdot 10^3 m/s$ .

Iš Debajaus temperatūrą apibrėžiančios lygties  $kT_D = \hbar\omega_m$  ir Debajaus dažnio išraiškos (7.8.2) turime  $T_D = \frac{\hbar}{k} (6\pi^2 n)^{1/3} u$ ; čia  $n = \frac{N}{V}$ . Įrašę dydžių  $n$  ir  $u$  vertes, gausime,  $T_D(Cu) = 508K$  ir  $T_D(Si) = 724K$ . Pažymėsime, kad Debajaus temperatūros eksperimentinės vertės yra tokios:  $T_D(Cu) = 342K$  ir  $T_D(Si) = 647K$ .

2. Apskaičiuokite vario kristalo elektroninių dujų ir gardelės molines šilumas aukštose ( $T_1 = 300K$ ) ir žemose ( $T_2 = 5K$ ) temperatūrose ir jas palyginkite. Vario kristalo Fermio energija  $W_F \sim 7 eV$ .

Elektroninių dujų molinė šiluma (7.9.5)  $C_{me} = \frac{1}{2} \pi^2 R \frac{kT}{W_F}$ ; čia  $R = 8.3 \frac{J}{kmol}$ . Paskaičiavę, gauname  $C_{me}(T_1) = 15.1 \cdot 10^{-2} \frac{J}{kmol}$  ir  $C_{me}(T_2) = 2.5 \cdot 10^{-3} \frac{J}{kmol}$ . Aukštose temperatūrose gardelės molinė šiluma (7.9.4)  $C_m = 3R = 24.9 J/kmol$ . Taigi, esant  $T = 300K$   $C_{me} \ll C_m$ .

Žemose temperatūrose gardelės šiluminė talpa aprašoma kubo dėsnio (7.9.3). Jį užrašykime kitaip. Tam pasinaudokime sąryšiu  $kT_D = \hbar\omega_m$  bei (7.8.2) išraiška. Iš jos eliminavę kristalo tūrį  $V$ , gausime šitokią gardelės vieno molio ( $N = N_A$ ) šiluminės talpos išraišką:  $C_m = \frac{12}{5} \pi^4 R \left( \frac{T}{T_D} \right)^3$ ; čia  $R = kN_A$ ;  $N_A$  – Avogadro skaičius;  $T_D = 508K$  (žr. užd. 1). Iš čia gauname  $C_m(T_2) = 1.8 \cdot 10^{-3}$ . Taigi elektroninių dujų bei gardelės (fononų) įnašai į kristalo šiluminę talpą žemose temperatūrose yra lygiaverčiai, o esant  $T < 3.9K$  jau vyrauja elektroninių dujų šiluminė talpa.

3. Gaukite fononinių dujų tankio priklausomybę nuo temperatūros.

(7.9.8) lygtyje padarę keitinį  $\frac{\hbar\omega}{kT} = z$ , ją suintegravę galimų dažnių intervale ( $0 \leq \omega \leq \omega_m$ ) ir pasinaudoję lygybe  $\hbar\omega_m = kT_D$ , turėsime tokią fononinių dujų išraišką

$$n = \frac{N}{V} = \frac{3(kT)^3}{2\pi^2 \hbar^3 u^3} \int_0^{T_D/T} \frac{z^2 dz}{e^z - 1}.$$

Šis integralas analitiškai integruojamas tik dviem ribiniais atvejais

1. Aukštos temperatūros:  $T \gg T_D$ . Šiuo atveju  $T_D/T \ll 1$ , taigi ir kintamasis  $z \ll 1$ . Tuomet eksponentę  $e^z$  išskleidę eilute ( $e^z \approx z + 1$ ), gauname šitokią integralo vertę:  $\frac{1}{2} \left( \frac{T_D}{T} \right)^2$ . Šią vertę įrašę į tankio išraišką, gauname

$$n = \frac{3k^3 T_D^2}{4\pi^2 \hbar^3 u^3} T = C_1 T.$$

Taigi aukštoje temperatūroje fononų tankis  $n \sim T$ . Apskaičiuokime dydį  $n$  vario kristale ( $T = 300K$ ). Priminsime (užd. 1), kad  $T_D = 508K$ , o  $u = 3.9 \cdot 10^3 m/s$ . Tankiui gauname šitokią vertę:  $n = 2.1 \cdot 10^{29} \text{ fononų}/m^3$ . Pažymėsime, kad atomų tankis variję  $n_0 = 8.6 \cdot 10^{28} m^{-3}$ .

2. Žemos temperatūros.  $T \ll T_D$ . Integralo viršutinį rėžį galima pakeisti  $\infty$  ir toks integralas lygus  $\sim 2.404$ . Taigi žemose temperatūrose

$$n = \frac{7.21 k^3}{2\pi^2 \hbar^3 u^3} T^3 = C_2 T^3.$$

Iš čia fononų tankis variję esant  $T = 5K$  yra  $1.7 \cdot 10^{24} m^{-3}$ , t.y.  $n(5K) \ll n(300K)$ .

## 7.10 Metalų elektrinis laidumas

**Elektrinio laidumo teorijų apžvalga.** 1900 m. vokiečių fizikas P. Drudė sukūrė klasikinę metalų elektrinio laidumo teoriją. Pagal ją metaluose elektros krūvį perneša valentiniai elektronai, kuriems taikomi idealiųjų dujų šiluminio judėjimo dėsniai. Čia buvo laikomasi prielaidos, kad išorinio elektrinio lauko veikiami dreifuojantys elektronai susiduria su atomų kamienais. Pagal šią

prielaidą jų vidutinis laisvasis kelias  $\langle l \rangle$  nuo temperatūros nepriklauso ir apytiksliai lygus gardelės konstantai  $a$  ( $\sim 10^{-10} m$ ). P.Drudė gavo šitokią metalų savitojo laidumo išraišką:

$$\gamma = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m \langle v \rangle}; \quad (7.10.1)$$

čia  $n$  – laisvųjų elektronų tankis;  $m$  elektrono masė. Elektronų šiluminio judėjimo vidutinis greitis  $\langle v \rangle \sim \sqrt{T}$ , todėl savitasis laidumas  $\gamma \sim 1/\sqrt{T}$ , o savitoji varža  $\rho = 1/\gamma \sim \sqrt{T}$ . Eksperimentai rodo, kad  $\rho \sim T$ .

Šią teorinių ir eksperimentinių verčių neatitikimą bandė ištaisyti H.A.Lorencas (1905). Jis elektronų dreifo greičiui skaičiuoti taikė Maksvelio skirstinį. Tačiau jis gavo lygiai tokią pat dydžio  $\rho$  priklausomybę nuo temperatūros – tik daugikliu 1.09 skyrėsi jo ir P.Drudės dydžio  $\rho$  gautosios vertės.

Toliau metalų elektrinio laidumo teriją tobulino vokiečių fizikas A.Zomerfeldas (1928). Jo teorijoje metalų laisvieji elektronai laikomi kvantinėmis dujomis, o gardelė – fononinėmis dujomis. Jis naudojo tą pačią laidumo išraišką (7.10.1), tačiau dydžių  $\langle l \rangle$  ir  $\langle v \rangle$  vertės iš esmės skyrėsi nuo klasikinių.

**Elektrinio laidumo kvantinė teorija.** Pagal šią teoriją elektriniame laidume dalyvauja tik arti Fermio lygmens  $W_F$  esantys elektronai (žr. 5.7 sk.). Sudarius išorinį elektrinį lauką tik jie gali dreifuoti kristale, pakildami į didesnės energijos laisvus lygmenis. Šie elektronai sudaro nedidelę laisvųjų elektronų dalį. *Todėl Zomerfeldo teorijoje dydžiai  $\langle l \rangle$  ir  $\langle v \rangle$  nusakomi Fermio energijos elektronams.* Jų vidutinis greitis  $\langle v_F \rangle$  tenkina lygybę  $(mv_F^2/2) = W_F$ . Metalų  $W_F = 3-7 eV$ , todėl  $\langle v_F \rangle$  yra apie  $10^6 m/s$  ir nuo temperatūros beveik nepriklauso. Pagal Zomerfeldo teoriją nuo temperatūros labai priklauso tik Fermio elektronų vidutinis laisvasis kelias  $\langle l_F \rangle$ . Kad teorinė ir eksperimentinė dydžio  $\rho$  (ar  $\gamma$ ) vertės sutaptų, dydį  $\langle l_F \rangle$  teko imti kelių dešimčių nanometrų didumo, t.y. šimtus kartų didesnę už gardelės konstantą.

Zomerfeldo teoriją elektronų laisvąjį kelią sieja su elektronų ir fononų susidūrimais. Susidūrimo tikimybė tiesiog proporcinga fononų tankiui  $n$ , todėl dydis  $\langle l_F \rangle \sim 1/n$ . Kai metalo temperatūra  $T$  daug didesnė už Debajaus temperatūrą  $T_D$ , tuomet fononų tankis  $\sim T$  (žr. 7.9 sk. 3 užd.). Tuomet elektronų vidutinis laisvasis kelias  $\langle l_F \rangle \sim 1/T$ , vadinasi, laidumas  $\gamma \sim 1/T$  (arba

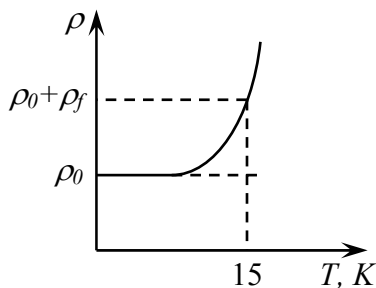
savitoji varža  $\rho \sim T$ ). Taigi dydžių  $\gamma$  (ar  $\rho$ ) priklausomybė nuo temperatūros atitinka bandymo rezultatus.

Žemose temperatūrose ( $T \ll T_D$ ) fononų tankis  $n \sim T^3$  (žr. 7.9 sk. 3 užd.). Be to, žemose temperatūrose kuriami ilgųjų bangų fononai (tikimiausiais bangos ilgis  $\lambda = a T_D / T$ , čia  $a$  – gardelės konstanta). Tokių fononų impulsas (7.8.3) yra mažas, todėl elektronų sklaida bus taip pat maža. Dėl abiejų reiškinių elektronų vidutinis laisvasis kelias nuo temperatūros kinta dėsnio  $T^{-5}$ , o savitoji varža  $\rho \sim T^5$ . Taigi dėl Fermio elektronų fononinės sklaidos  $0K$  temperatūroje metalų savitoji varža  $\rho \rightarrow 0$ . Šitaip būtų idealiam, neturinčiam defektų kristale. Defektai sklaido elektronus, t.y. mažina jų laisvąjį kelią.

Zomerfeldo teorijoje, atsižvelgiant į fononinę ir defektinę sklaidą, Fermio elektronų vidutinis laisvasis kelias užrašomas šitaip:

$$\frac{1}{\langle l_F \rangle} = \frac{1}{\langle l_d \rangle} + \frac{1}{\langle l_f \rangle}. \quad (7.10.2)$$

Čia elektronų vidutinis laisvasis kelias  $\langle l_d \rangle$  siejamas su defektine, o  $\langle l_f \rangle$  – su fononine sklaida.



7.22 pav.

Tuomet savitasis laidumas  $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\gamma_d} + \frac{1}{\gamma_f}$ , arba savitoji varža

$$\rho = \rho_d + \rho_f; \quad (7.10.3)$$

Čia dėmuo  $\rho_d$  siejamas su elektronų defektine, o  $\rho_f$  – su fononine sklaida. Jei  $T \rightarrow 0K$ , dydis  $\rho_f \rightarrow 0$  ir  $\rho = \rho_d = \rho_0$ .

Dydį  $\rho_0$  vadina *likutine savitąja varža*. Ji priklauso nuo metalų

grynumo.

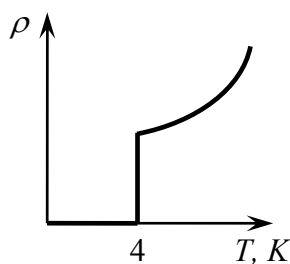
7.22 paveiksle parodyta Na kristalo savitosios varžos priklausomybė nuo temperatūros.

Matome, kad  $15K$  temperatūroje defektinė ir fononinė varžos dedamosios yra vienodos.

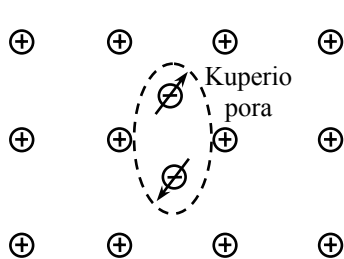
Taigi tik pritaikius elektronų sklaidai fononinę aiškinimą, pavyko aprašyti metalų savitosios varžos priklausomybę nuo temperatūros.

**Superlaidumas.** Kai kurių metalų savitoji varža žemiau vadinamosios *krizinės temperatūros*  $T_k$  pasidaro neišmatuojamai maža

( $\rho < 10^{-23} \Omega cm$ ) (7.23 pav.). Šis 1911 m. H.Kamerlingo Ono



7.23 pav.



7. 24 pav.

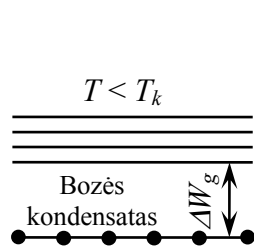
gyvsidabryje ( $T_k = 4.15K$ ) aptiktas reiškinys vadinamas *superlaidumu*. Žemiausią krizinę temperatūrą turi iridis ( $T_k = 0.140K$ ), aukščiausią – niobis ( $T_k = 9.22K$ ).

Superlaidumo teoriją 1957 m. sukūrė JAV fizikai Dž.Bardinas, L.Kuperis ir Dž.Šriferis. Ji vadinama *BKŠ teorija*. Ši teorija superlaidumą aiškina taip. Kristalu judantis elektronas (7.24 pav.) šiek

tik pritraukia teigiamus jonus (t.y. poliarizuoja gardelę). Apie jį susidaro teigiamas perteklinis krūvis. Kai elektronas juda kristalu, šis perteklinis krūvis „juda“ (t.y. susidaro kitoje vietoje) kartu su juo. Tokį teigiamo krūvio darinį vadina *poliaronu*. Pagal L.Kuperį poliaronas gali pritraukti kitą elektroną (7.24 pav.) – taip susidaro *Kuperio pora*. Porą sudaro nebūtinai arčiausiai esantys elektronai. Kvantinė mechanika parodo, kad porą gali sudaryti tik tie elektronai, kurių sukiniai yra priešingų kryptių, o partneris porai gali būti nutolęs  $10^{-6}m$  atstumu, t.y.  $10^4$  kartų didesniu už gardelės konstantą. Taigi kiekvienoje Kuperio poros užimtoje erdvėje yra daug kitų elektronų, todėl joje bus daug kitų porų.

Kuperio poros sukinys lygus 0, t.y. šis darinys yra *bozonas*. Dėl to porų energija gali būti vienoda, o jos gali užimti tą patį (pvz., pagrindinį) energijos lygmenį. Tokią Kuperio porų visumą vadina *Bozės kondensatu*. *Sukūrus išorinę elektrinę lauką, ne atskiros poros, o jų visuma dalyvauja elektrinio laidumo procese. Porų visuma jau negali prarasti energiją mažomis porcijomis, todėl metalų laidumas pasidaro labai didelis, o savitoji varža – labai maža.*

Elektronų traukos sąveika poroje yra silpna. Norint suardyti šią sąveiką, porai reikia suteikti dydžio  $W_g$  energiją. Dydis  $W_g$  vadinamas Kuperio poros *energetiniu plyšiu*. Jo vertė yra



7.25 pav.

$10^{-4} - 10^{-2} eV$ . 7.25 paveiksle skrituliukais pažymėti Bozės kondensato elektronai. Virš šio lygmens pavaizduoti šiluminių elektronų valentinės juostos lygmenys. Plyšio plotis priklauso nuo temperatūros: jai didėjant, plotis mažėja. Kai temperatūra pasidaro lygi arba didesnė krizinei  $T_k$  energetinis plyšys išnyksta, t.y. dėl kristalo gardelės virpesių Kuperio poros suyra, o porų elektronai peršoka į valentinę juostą. Metalas iš superlaidininko tampa paprastu laidininku.

**Aukštos temperatūros superlaidumas.** Taikymo požiūriu labai perspektyvūs yra aukštos temperatūros superlaidininkai. 1986 m. iš cheminių elementų La-Ba-Cu-O susintetintos keramikos krizinė temperatūra  $30 - 35K$ . 1988 m. pagamintos Tl-Ca-Ba-Cu-O keramikos  $T_k \sim 125K$ . Šių

sudėtingų medžiagų superlaidumo teorija dar nesukurta, tačiau manoma, kad ir juose srovę perneša Kuperio poros.

**Superlaidumo taikymas.** Kuriami įvairūs prietaisai, kurių veikimas pagrįstas superlaidumo būsenoje vykstančiais reiškiniais. Čia paminėsime elektromagnetus, generatorių ir variklių apvijas, superlaidžius kabelius, balometrus, skirtus šiluminei spinduliuotei matuoti, skaičiavimo mašinų atminties ir loginius elementus. Jie yra pranašesni už kambario temperatūroje veikiančius tos pačios paskirties prietaisus. Ypač didelės perspektyvas turės aukštos temperatūros superlaidininkai.

## Kontroliniai klausimai

1. Išvardinkite elektrinio laidumo klasikinės (Drudės) ir kvantinės (Zomerfeldo) teorijų skirtumus.
2. Nusakykite savitosios varžos temperatūrinę priklausomybę esant aukštoms ir žemoms temperatūroms.
3. Ką vadiname liktine varža?
4. Ką vadiname poliaronu, Kuperio pora, Bozės kondensatu?
5. Paaiškinkite superlaidžios būsenos susidarymą.
6. Ką vadiname energetiniu plyšiu?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Apskaičiuokite elektroninių dujų varyje šiluminį (vidutinį kvadratinį) greitį. Šių dujų Fermio energija  $W_F = 7 \text{ eV}$ .

Dujų šiluminis greitis  $v_T = \sqrt{\frac{2\langle W \rangle}{m}}$ ; čia  $\langle W \rangle$  – elektrono vidutinė energija,  $m$  – jo masė. Dydį  $\langle W \rangle$  randame iš dujų vidinės energijos  $U_m$  (7.9.12) išraiškos:

$$\langle W \rangle = \frac{U_m}{N_A} = \frac{3}{5} W_F \left[ 1 + \frac{5}{12} \pi^2 \left( \frac{kT}{W_F} \right)^2 \right]$$

Kambario ir dargi aukštesnėje temperatūroje galioja nelygybė  $(kT)^2 \ll W_F^2$ , todėl elektrono vidutinė energija, o iš čia ir šiluminis greitis nuo temperatūros beveik nepriklauso. Atmetę  $\langle W \rangle$  išraiškoje temperatūrinį dėmenį, turėsime

$\langle W \rangle = 3W_F/5$  arba  $v_T = \sqrt{6W_F/5m} = \sqrt{\frac{6 \cdot 7 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{5 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.2 \cdot 10^6 \text{ m/s} \approx 10^{-2} c$ ; čia  $c$  – šviesos greitis. Taigi net esant žemai temperatūrai elektronų greitis yra milžiniškas.

## 8. Atomo branduolio fizika

### 8.1 Atomo branduolio sandara ir pagrindinės savybės

*Branduoliu* vadina atomo centrinę dalį, kurioje sutelkti visos teigiamos krūvis ir beveik visa atomo masė. Bet kurio elemento branduolys sudarytas iš *protonų* ( $p$ ) ir *neutronų* ( $n$ ). Abi šios dalelės dar vadinamos *nukleonais*. Protonui priskiriamas elementarus teigiamas krūvis  $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$ , neutronas – neutralus.

*Branduolio krūvis* lygus dydžiui  $Ze$ ; čia  $Z$  – atomo eilės numeris periodinėje elementų lentelėje. Dydis  $Z$  kartu rodo protonų skaičių branduolyje. Dalis branduolių gauta dirbtiniu būdu. Šiuo metu gauti branduoliai, kurių  $Z = 109$ .

Bendras branduolį sudarančių dalelių skaičius vadinamas *masės skaičiumi*  $A = Z + N$ ; čia  $N$  – branduolio neutronų skaičius. Toliau branduolius žymėsime šitaip:  ${}^A_ZX$ ; čia  $X$  – cheminio elemento simbolis. To paties elemento atomų branduoliai gali turėti įvairų neutronų skaičių – jie vadinami *izotopais* (gr. topos – vieta). Pavyzdžiui, vandenilio yra trys izotopai:  ${}^1_1H$  – lengvasis vandenilis, arba protis;  ${}^2_1H$  – sunkusis vandenilis, arba deuteris;  ${}^3_1H$  – tritis. Deguonies taip pat yra trys izotopai:  ${}^{16}_8O$ ,  ${}^{17}_8O$  ir  ${}^{18}_8O$ . Žinoma apie 300 stabilų ir virš 2000 – radioaktyvių izotopų.

Yra elementų, kurie periodinėje elementų lentelėje užima skirtingas vietas, bet jų masės skaičius vienodas. Tokie elementai vadinami *izobarais* (gr. baros – sunkus). Pavyzdžiui,  ${}^{96}_{40}Zr$ ,  ${}^{96}_{42}Mo$  ir  ${}^{96}_{44}Ru$ .

**Branduolio masė.** Ji proporcinga nukleonų skaičiui branduolyje. Branduolio fizikoje dalelių masė dažnai nusakoma *unifikuotais atominės masės vienetais*. Tarptautinėje kalboje jis vadinamas *unit* (žymimas simboliu  $u$ ). Šis vienetas lygus anglies izotopo  ${}^{12}C$  masės  $1/12$  daliai:

$$1u = \frac{1}{12} m_{{}^{12}C} = 1.66 \cdot 10^{-27} kg.$$

Neutrono masė  $m_n = 1.00876u$ , protono –  $m_p = 1.00783u$ . Branduolio masė, išreikšta  $u$  vienetais, apytiksliai lygi jo masės skaičiui:  $m_{br} \approx A$ .

**Branduolio spindulys.** Tyrimai rodo, kad lengvųjų atomų branduoliai yra rutulio formos ir tik sunkieji branduoliai nuo jo nedaug (apie 1%) nukrypsta. Eksperimentiškai nustatyta, kad branduolio spindulys  $R$  priklauso nuo masės skaičiaus  $A$  šitaip:



$$R = R_0 A^{1/3}; \quad (8.1.1)$$

čia  $R_0 = (1.3-1.7) \cdot 10^{-15} m$ . Branduolių dydžiams vertinti sudaromas specialus ilgio vienetas *fermis* ( $f$ ):  $1f = 10^{-15} m$ ; tuomet dydis  $R_0 = 1.3-1.7f$ . (8.1.1) išraišką galima gauti šitaip. Priskirkime vienam nukleonui dydžio  $R_0$  spindulį. Tuomet branduolio tūris lygus  $(4/3)\pi R^3 = A(4/3)\pi R_0^3$ , o iš šios lygybės gauname formulę (8.1.1). *Branduolio tankis*

$$\rho_b = \frac{m_b}{(4/3)\pi R^3} \approx \frac{m_{nuk}}{(4/3)\pi R_0^3}; \quad (8.1.2)$$

čia  $m_b \approx Am_{nuk}$  – branduolio masė;  $m_{nuk}$  – vidutinė nukleono masė ( $m_{nuk} \sim 1.66 \cdot 10^{-27} kg$ ). Iš (8.1.2) matome, kad visų cheminių elementų branduolio tankis yra vienodas. Jo skaitinė vertė  $\sim 10^{17} kg/m^3$  yra labai didelė (Žemėje tankiausio elemento osmio tankis  $\rho = 22.48 \cdot 10^3 kg/m^3$ ).

**Branduolio momentai.** Branduolių nukleonai yra fermionai, o jų sukinio kvantinis skaičius  $s=1/2$ . Branduoliui, panašiai kaip atomo elektroniniam apvalkalui, priskiriamas impulso momentas. Jis vadinamas *branduolio sukiniu* ir lygus nukleonų sukinių ir orbitinių impulsų momentų geometrinei sumai. Jam nusakyti sudaromas *vidinis kvantinis skaičius*  $J$ . Tuomet branduolio sukiny

$$L_J = \sqrt{J(J+1)}\hbar. \quad (8.1.3)$$

Dydis  $J$  yra sveikas skaičius ( $J=0,1,2,3,\dots$ ), jei masės skaičius  $A$  yra lyginis ir pusinis ( $J=1/2, 3/2, 5/2,\dots$ ), jei  $A$  – nelyginis. Sumuojant nukleonų momentus, dažniausiai turime priešingos krypties vektorių sudėtį, todėl net daugianukleoninių branduolių dydis  $J$  yra mažas ir svyruoja tarp 0 ir  $9/2$ . Jei  $J$  yra sveikas skaičius, tuomet branduoliai aprašomi Bozės ir Einšteino, jei  $J$  yra pusinis – Fermio ir Dirako statistikos.

Su nukleonų sukiniu, panašiai kaip ir su elektronų sukiniu, yra susietas savasis *magnetinis momentas*. Protono ( $\mu_p$ ) ir neutrono ( $\mu_n$ ) magnetinis momentas lygus

$$\mu_p = 2.79\mu_N, \mu_n = -1.91\mu_N; \quad (8.1.4)$$

čia  $\mu_N = e\hbar/(2m_p) = 5.0508 \cdot 10^{-27} Am^2$  magnetinio momento vienetas, kuris vadinamas *branduoliniu magnetonu*;  $m_p = 1.672648 \cdot 10^{-27} kg$  – protono masė. Minuso ženklas (8.1.4)

išraiškoje rodo, kad neutrono magnetinio momento  $\vec{\mu}_n$  ir jo sukinio  $\vec{S}$  kryptys yra priešingos.

Protono savasis magnetinis momentas apie 660 kartų mažesnis už elektrono orbitinį magnetinį momentą (Boro magnetoną).

Su branduolio sukiniu  $L_J$  yra susijęs ir jo magnetinis momentas  $\mu$ :

$$\mu = \gamma_b L_J; \quad (8.1.5)$$

čia dydis  $\gamma_b$  vadinamas branduolio *giromagnetiniu santykiu*. Branduolių magnetinių momentų reikšmės siekia keletą branduolinių magnetonų, o lyginant su elektronų magnetiniais momentais yra labai mažos. Visgi branduolių sukurtas magnetinis laukas įtakoja į atomų elektronų energiją – ji pastebima tyrinėjant spektrus.

Atomo branduolys yra kvantinė sistema, sudaryta iš didelio, tačiau baigtinio nukleonų skaičiaus. Taigi tenka spręsti daugelio dalelių uždavinį, kuris net trijų dalelių sistemai nėra tiksliai išspręstas. Todėl branduolio teorijoje naudojamas *modelinis* aprašymas, t.y. apytikslis branduolio sandaros aiškinimas. Jis turi paaiškinti pagrindinius branduolių savumus: jų stabilumą, irimo būdus, sužadintų branduolių būvius ir kt. Čia aptarsime tik du modelius.

**Lašelinis modelis.** 1936 m. J.Frenkelis pasiūlė, o N.Boras išvystė *lašelinį* modelį, priskirdamas branduolinei medžiagai *skysčio savumus*. Pagal šį modelį nukleonai branduolyje, panašiai kaip molekulės lašelyje, juda chaotiškai ir tik trumpasiekės ir stiprios branduolinės jėgos išlaiko nukleonus mažame branduolio tūryje. Branduolinės medžiagos lašelis yra įelektrintas, jos tankis visuose branduoliuose yra praktiškai vienodas, o lašelis, panašiai kaip skysčiai, yra mažai spūsdus. Lašelinis modelis paaiškina branduolines reakcijas, jų dalijimąsi, remiantis juo gauta pusiauempirinė nukleonų ryšio energijos formulė.

**Sluoksninis branduolio modelis.** JAV fizikė M.Hepert-Majer ir vokiečių fizikas G.Jensenas 1949 m. pasiūlė *sluoksninį* branduolio modelį. Pagal jį nukleonai branduolyje, panašiai kaip elektronai atome, išsidėstę sluoksniais ir posluoksniais. Sluoksnių prigimtį aiškinančios teorijos remiasi *viendaleliniu modeliu*. Spėjama, kad kiekvienas nukleonas juda suderintiname lauke, kuris nėra centrinis, todėl nukleonų ir elektronų sluoksniai skiriasi.

Buvo pastebėta, kad esant tam tikram protonų ar neutronų skaičiui branduolyje, susidaro stabilios jų būsenos. Branduoliai yra patvarūs, jei protonų skaičius  $Z$ , arba neutronų skaičius  $N$  lygus

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. \quad (8.1.6)$$

Šie skaičiai vadinami *magiškaisiais*. Magiškaisiais vadinami ir tokie branduoliai. Branduolių patvarumo reiškinių sluoksninis modelis paaiškina atitinkamų sluoksnių *pilnutiniu užpildymu*

*nukleonais*. Branduoliai, kurių magiškieji ir  $N$ , ir  $Z$ , vadinami *dvigubai magiškaisiais*. Tokie yra penki branduoliai:  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{48}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ . Šie branduoliai yra ypač patvarūs.

Sluoksninis modelis gerai paaiškina lengvų ir vidutinių branduolių sukinį, magnetinį momentą, savybių kitimo periodiškumą, elektromagnetinės spinduliuotės spektro ypatumus ir kt.

Keliais pavyzdžiais paaiškinsime, kaip galima numatyti branduolio sukinį. Jei nukleonai pilnai užpildo sluoksnį, tai jų sukiniai susikompensuoja – kiekvieną lygmenį užima du priešingų sukinų nukleonai. Jei prisideda dar vienas nukleonas, tai jis jau pateks į naują neužpildytą sluoksnį ir visos sistemos sukinys bus lygus prisidėjusio nukleono sukiniui. Pavyzdžiui,  ${}^{17}_8\text{O}$  izotopo 8 protonų ir 8 neutronų skaičiai yra magiškieji ir jų sukinys lygus nuliui; devintasis neutronas jau užims naują sluoksnį – jis ir nulems izotopo sukinį.  ${}^{18}_7\text{N}$  izotopo 8 neutronų skaičius yra magiškas, o jų sukinys lygus nuliui; 7 protonai sluoksnio neužpildo – trūksta vieno protono ir izotopo sukinys lygus vieno protono sukiniui.

## Kontroliniai klausimai

1. Kam lygus branduolio masės skaičius?
2. Kokiais vienetais matuojama branduolio masė?
3. Kam lygus branduolio sukinys?
4. Kuo skiriasi lašelinis ir sluoksninis branduolio modeliai?
5. Kokie branduoliai yra patvarūs?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Įvertinkite nukleonų ir krūvio tankius branduolyje.

Nukleonų tankis  $n_0$  lygus branduolio masės skaičiaus  $A$  ir jo tūrio  $V \approx (4/3)\pi R^3$  santykiui:  $n_0 = A/V$ . Atsižvelgę į branduolio spindulio  $R$  (8.1.1) dydį, gausime

$$n_0 = \frac{3A}{4\pi(1.3 \cdot 10^{-15} A^{1/3})^3} = \frac{3 \cdot 10^{45}}{4\pi \cdot 1.3^3} \approx 10^{44} \text{ (nukleonų/m}^3\text{)}.$$

Branduolio krūvio tankis  $\rho^+ = n_p e$  (čia  $n_p$  – protonų tankis,  $e$  – elementarus krūvis). Branduolyje protonų yra mažiau negu neutronų  $\left(n_p \leq \frac{1}{2} n_0\right)$ , todėl

$$\rho^+ \leq \frac{1}{2} n_0 e = \frac{1}{2} \cdot 10^{44} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 10^{24} - 10^{25} \text{ (C/m}^3\text{)}.$$

## 8.2 Branduolinės jėgos

Gamtoje turime įvairialypę kūnų sąveiką, kurią apsprendžia kūnus sudarančių dalelių sąveika. Šiuo metu skiriamos keturios fundamentalios (elementarios) sąveikos: *stiprioji*, *elektromagnetinė*, *silpnoji* ir *gravitacinė*. Visos jos, išskyrus gravitacinę, branduolio fizikoje yra svarbios. Visų stipriausia yra stiprioji sąveika, už ją  $\sim 10^2$  kartų silpnesnė yra elektromagnetinė sąveika. Fundamentalias sąveikas plačiau aprašysime (8.3) ir (8.7) skirsniuose.

**Branduolinės jėgos.** Stiprioji sąveika jungia nukleonus branduolyje, o taip pat pasireiškia didelės energijos dalelių dūžiuose. Stipriosios sąveikos jėgos dar vadinamos *branduolinėmis jėgomis*. Jos neleidžia nukleonams išsiskirti ir išlaiko branduolį pusiausvyroje, nepaisant to, kad tarp branduolio protonų veikia elektromagnetinės stūmos jėgos.

Branduolinės jėgos yra *traukos*. Tiriant protonų sklaidą buvo nustatyta, kad branduolinės jėgos yra *trumpasiekės* ir veikia tik tada, kai atstumai tarp nukleonų yra labai maži ( $\sim 10^{-15} m$ ). Būdingasis atstumas  $R_0 = (1.1 - 2.2) \cdot 10^{-15} m$  vadinamas *branduolinių jėgų veikimo siekiu (spinduliu)*. Didėjant atstumui  $r$ , jos staigiai silpnėja (mažėjimo dėsnis eksponentinis:  $(1/r)e^{-r/R_0}$ ). Jei  $r < R_0$ , branduolinės jėgos staigiai didėja ir daug kartų ( $\sim 10^5$ ) viršija tarp protonų veikiančias stūmos jėgas. Dar labiau sumažėjus atstumui ( $r \leq 0.5 \cdot 10^{-15} m$ ) tarp nukleonų pradeda veikti *stūmos* jėgos.

Kiti branduolinių jėgų ypatumai yra šitokie:

1. Branduolinės jėgos pasižymi *įsotinimu*. Kiekvienas nukleonas sąveikauja su *ribotu* gretimų nukleonų skaičiumi. Įsotinimas aiškinamas atostūmio tarp nukleonų jėgomis, kurios neleidžia į vieno nukleono veikimo sritį patekti daug nukleonų. Tokioje srityje randasi 4-5 nukleonai, todėl jau helyje branduolinės jėgos praktiškai įsisotina.

2. Sąveika tarp nukleonų priklauso nuo jų *sukinių orientacijos*. Todėl branduolinės jėgos *nėra centrinės*, t.y. nėra nukreiptos išilgai du nukleonus jungiančios linijos.

3. Ji *nepriklauso* nuo *nukleonų krūvinės būsenos*: sąveika dviejų protonų, dviejų neutronų ar protono su neutronu branduolyje yra vienodo dydžio.

**Branduolinių jėgų prigimtis.** Kvantinė mechanika nukleonų sąveiką aiškina jų *tarpusavio kaita dalelėmis*. Idėja, kad dvi dalelės gali sąveikauti, pasikeisdamos trečia dalele, nėra nauja. Pavyzdžiui, valentinis ryšys tarp dviejų vienodų atomų (H, N, O ir t.t.) susidaro vienam atomui keičiantis *elektronais* su kitu. Pabrėšime, kad šiuo metu visos fundamentaliosios sąveikos

aiškinamos kaita dalelėmis – skiriasi tik mainuose dalyvaujančių dalelių prigimtis (žr. 9.7 sk.) Taigi branduolinės jėgos yra *pakaitinio pobūdžio*.

1935 m. japonų fizikas H.Jukava iškėlė hipotezę, kad nukleonai branduolyje sąveikauja keisdamiesi ypatingomis dalelėmis, kurių masė 200-300 kartų didesnė už elektronų masę. Jos yra lengvesnės už nukleonus, todėl buvo pavadintos  $\pi$  *mezonais* (graikiškai mesos – tarpinis, vidutinis) arba *pionais*.

Pionai esti trijų rūšių: teigiami  $\pi^+$ , neigiami  $\pi^-$  ir neutralūs  $\pi^0$ . Elektrintųjų pionų krūvis lygus elementariajam krūviui ( $e^-$  arba  $e^+$ ). Pionai sukinio neturi ir yra nestabilūs.

Pakaitine sąveika taip pat aiškinamas atomo elektronų ryšys su branduoliu. Šiuo atveju elektronai ir branduoliai keičiasi *elektromagnetinio lauko kvantais*, t.y. *fotonais*. Nukleonų sąveika aiškinama naudojant panašią terminologiją. Teigiama, kad nukleonai kuria ypatingą *branduolinį lauką*, kurio *kvantais* ir yra *pionai*. Taigi branduolines jėgas galima paaiškinti dviejų sąveikaujančių nukleonų pasikeitimu pionų kvantais. Protonas ir neutronas keičiasi elektrintaisiais pionais  $\pi^+$  ir  $\pi^-$ , vienvardžiai (pp) ir (nn) nukleonai – neutraliaisiais  $\pi^0$ . Sąveikai susidaryti labai svarbu, kad apsikeitimas pionais įvyktų *labai greit* (žr. užd.), t.y. branduolinio lauko kvantai turėtų būti *virtualūs*.

Realius (ne virtualiuosius) pionus 1947 m. aptiko kosminių spindulių sudėtyje. Vėliau pionus gavo bombarduojant taikinį greitaisiais protonais ( $W \sim 300 MeV$ ).

## Kontroliniai klausimai

1. Išvardinkite branduolinių jėgų savybes.
2. Kokia yra branduolinių jėgų prigimtis?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Įvertinkite virtualiųjų pionų energiją ir gyvavimo trukmę.

Gyvavimo trukmė  $\tau$  atitinka laiko tarpą, kurio reikia pionui pereiti nuo vieno nukleono prie kito, t.y. nuotolį, lygų branduolinių jėgų siekiui  $R_0 \sim 2 \cdot 10^{-15} m$ :

$$\tau = \frac{R}{c} = \frac{2 \cdot 10^{-15} m}{3 \cdot 10^8 m/s} = 7 \cdot 10^{-24} s.$$

Piono energiją  $W$  galima apskaičiuoti remiantis Heizenbergo neapibrėžtumo sąryšiu:  $\Delta W \Delta t \geq \hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ . Čia  $\Delta W \leq W$  ir  $\Delta t \leq \tau$  yra piono energijos ir jo gyvavimo trukmės neapibrėžtumai. Tuomet piono (t.y. branduolinio lauko) energija  $W = \frac{\hbar}{\tau} = 1.5 \cdot 10^{-11} J \approx 10^2 MeV$ . Ši energija  $\sim 200$  kartų didesnė už elektrono rimties energiją ( $W_0 = 0.511 MeV$ ).

### 8.3 Branduolio ryšio energija

Kvantinėje mechanikoje dalelių sąveika kiekybiškai charakterizuojama ne jėga, o sąveikos energija.

**Branduolio ryšio energija.** Laisvų nukleonų būvis ir jų būvis branduolyje iš esmės skiriasi. Ši skirtumą sąlygoja nukleonų branduolyje stiprioji sąveika. Apie sąveikos dydį galima spręsti iš ryšio energijos. Ji lygi darbui, kurį reikia atlikti suskaldant branduolį į protonus ir neutronus. Taigi, ryšio energija yra laisvų nukleonų ir jų branduolyje energijų skirtumas.

Branduolio masė  $m_b$  yra mažesnė už jį sudarančių laisvų nukleonų masių sumą  $Zm_p + Nm_n$ :

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_b; \quad (8.3.1)$$

Masių skirtumas vadinamas *masės defektu*. Pasinaudojant Einšteino energijos  $W$  ir masės  $m$  tarpusavio ryšio formule  $W = mc^2$ , branduolio ryšio energiją  $\Delta W$  išreiškiame šitaip:

$$\Delta W = \Delta mc^2 = [(Zm_p + Nm_n) - m_b]c^2. \quad (8.3.2)$$

Skaičiavimuose patogiau naudoti ne branduolio masę  $m_b$ , o atomo masę  $m_a$ . Tuomet protono masę  $m_p$  pakeičiama pročio mase  $m_H$ , o ryšio energija (8.3.2) užrašome šitaip:

$$\Delta W = [(Zm_H + Nm_n) - m_a]c^2 \quad (8.3.3)$$

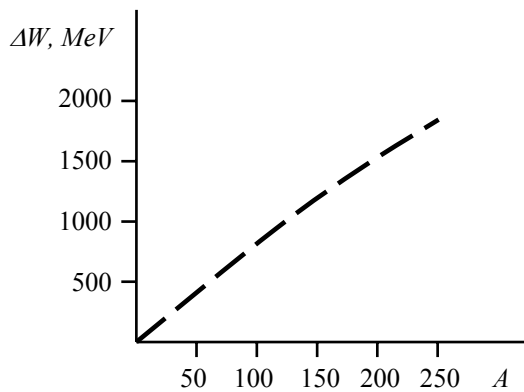
Matuodami masę unifikuotais atominiais masės vienetais, o energiją –  $MeV$  ( $1MeV = 10^6 eV$ ) vienetais, gauname tokią branduolio ryšio energijos išraišką

$$\Delta W = 931.5[Zm_H + (A - Z)m_n - m_a], MeV; \quad (8.3.4)$$

čia  $A - Z = N$ .

Branduolio ryšio energija, lyginant su elektrine cheminio ryšio energija, yra labai didelė (vandenilio atome elektrono su branduoliu ryšio energija yra  $13.6eV$ ). Todėl branduolių pakitimo metu gali atsipalaiduoti daug daugiau energijos, negu cheminių reakcijų metu.

Ryšio energija priklauso nuo nukleonų skaičiaus branduolyje, t.y. nuo masės skaičiaus  $A$  (8.1 pav.). Matome, kad priklausomybę vaizduojanti kreivė yra artima tiesei. Branduolių stabilumą (tvirtumą) charakterizuoja *savitoji ryšio energija*  $\delta W = \Delta W/A$ , t.y. vienam nukleonui tenkanti ryšio energija. Dydžio  $\delta W$  priklausomybę nuo  $A$  vaizduoja 8.2 pav. Pabrėšime du šios priklausomybės ypatumus. Visų pirma, didžiausia specifinio ryšio energija branduoliuose elementų, esančių periodinės elementų sistemos viduryje ( $28 \leq A \leq 138$ ), t.y. nuo  ${}^{28}_{14}Si$  iki  ${}^{138}_{56}Ba$ . Šių branduolių dydžio  $\delta W$  vertė  $\sim 8.7 MeV/nukleonui$ , jų nukleonai surišti stipriausiai, o patys branduoliai –

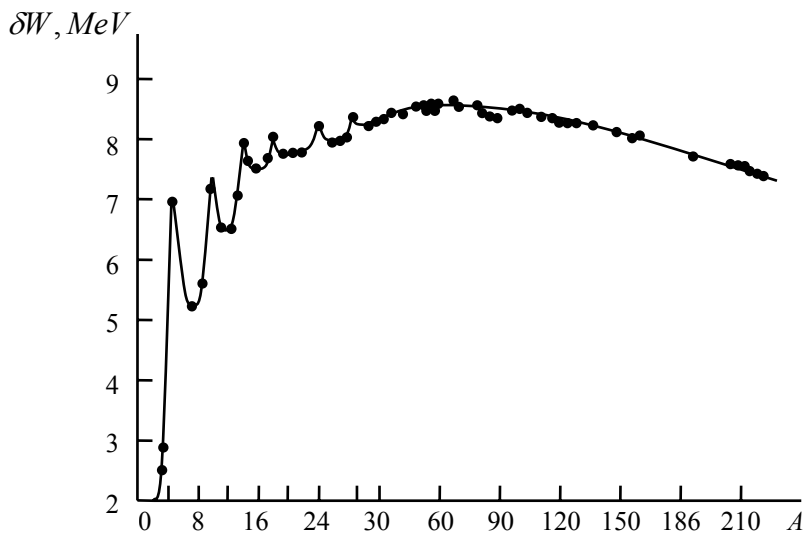


8.1 pav.

stabiliausi. Kai  $A > 100$ ,  $\delta W$  mažėja ir  ${}^{238}_{92}\text{U}$  ji yra 7.5 MeV/nukleonui. Branduolių, kurių masės skaičius  $A > 20$ , vidutinė savitoji ryšio energija praktiškai nepriklauso nuo  $A$  ir yra  $\sim 8$  MeV/nukleonui.

Antra, mažėjant nukleonų skaičiui ( $A < 20$ ),  $\delta W$  mažėja labai netolygiai. Didesnę specifinę ryšio energiją turi tie branduoliai, kuriuose protonų ir neutronų skaičius yra lyginis ( ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{12}_6\text{C}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ), o

mažesnę už gretimus branduolius turi tie branduoliai, kuriuose jų skaičius yra nelyginis ( ${}^6_3\text{Li}$ ,  ${}^7_5\text{B}$ ,  ${}^{14}_7\text{N}$ ). Mažiausią ryšio energiją turi deuteris ( ${}^2_1\text{H}$ ) – 1.09 MeV.



8.2 pav.

8.2 paveikslas vaizdžiai rodo, kad branduoliams transformuojantis, energija išsiskirti gali dviem būdais: 1) skaidant sunkesnius branduolius ir verčiant juos lengvesniais (branduolių dalijimas) ir 2) jungiant lengvesnius branduolius sunkesniais (branduolių sintezė). Pvz., 8.2 kreivė rodo, kad  ${}^{238}_{92}\text{U}$  atomo branduoliui virstant periodinės elementų

sistemos viduryje esančių atomų branduoliais išsiskirtų apie 1 MeV/nukl., o susijungiant keturiems deuterio branduoliams į helio atomo branduolį, išsiskirtų apie 6 MeV/nukleonui ryšio energijos.

## Kontroliniai klausimai

1. Kam lygus branduolio masės defektas?
2. Ką vadiname ryšio energija?
3. Kada branduoliams transformuojantis išsiskiria energija?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Apskaičiuokite  $^{18}_8\text{O}$  branduolio ryšio ir savitąją ryšio energijas.

Branduolio ryšio energiją rasime iš (8.3.4) lygties:

$$\Delta W = 931.5 [Zm_H + (A - Z)m_n - m_O];$$

čia  $Z = 8$ ,  $A = 18$ ,  $m_H$  yra vandenilio (pročio  $^1_1\text{H}$ ), o  $m_O$  – deguonies atomų masės,  $m_n$  – neutrono masė. Įrašę masių vertes, turėsime

$$\Delta W = 931.5(8 \cdot 1.00783 + 10 \cdot 1.00876 - 17.99916) \text{ MeV} = 140.7 \text{ MeV}.$$

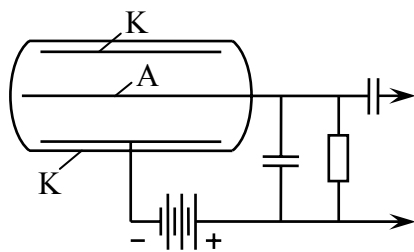
Iš čia savitosios ryšio energijos vertė

$$\delta W = \frac{\Delta W}{A} = \frac{140.7}{18} \text{ MeV/nukl.} = 7.8 \text{ MeV/nukl.}$$

### 8.4 Dalelių registravimo būdai

Branduoliniams reiškiniams tirti ir matuoti reikia specialių priemonių – detektorių. Jų yra įvairių rūšių. Daugelis jų remiasi dujų arba skysčių jonizacija, kiti – spinduliavimo liuminescenciniu, cheminiu ar šiluminiu skysčių ir kietųjų kūnų veikimu. Čia susipažinsime tik su keliais būdingesniais, plačiai vartojamais prietaisais.

**Geigerio ir Miulero skaitikliai.** Skaitiklį sudaro (8.3 pav.) cilindro formos elektrodas (katodas K) ir jo ašyje ištempta plona vielutė (anodas A). Prie jų prijungiama 1000–1200 V įtampa. Elektrodai įtaisyti stikliniame vamzdyje, kuris užpildytas inertinėmis dujomis (90%) ir spirito garais (10%).

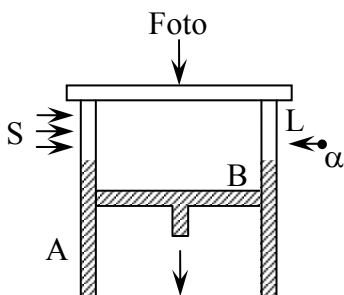


8.3 pav.

Patekę į vamzdelį registruojamos dalelės ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  spinduliai) jonizuoja dujas. Atsiradusi bent viena jonų pora pagreitinama stipriame elektriniame lauke ir sukelia dujose smūginę jonizaciją – įvyksta jonų griūtis, dėl kurių prasideda išlydis, registruojamas kaip srovės impulsas. Impulso srovės stiprumas nepriklauso nuo pirminių jonų porų skaičiaus ir jų energijos, bet tik nuo įtampos tarp elektrodų ir dujų slėgio. Šis skaitiklis tokiame įtampų režime registruoja į jį patekusių dalelių skaičių. Išlydžio trukmė –  $10^{-3} - 10^{-7} \text{ s}$ , todėl skaitikliu per 1s galima užregistruoti  $10^3 - 10^7$  dalelių.

Dalelių energiją matuoja vadinamieji *proporcingieji skaitikliai*. Jie yra panašiai įrengti, tačiau įtampa tarp elektrodų mažesnė, nepakankama antrinei smūginei jonizacijai. Impulso srovės stiprumas priklauso nuo registruojamos dalelės sukurtų pirminių elektringų dalelių skaičiaus, kuris priklauso nuo registruojamos dalelės energijos.

**Vilsono kamera.** Ji skirta greitų elektringų dalelių pėdsakams stebėti. Vilsono kamerą sudaro (8.4 pav.) cilindras A, kurio viduje yra stūmoklis B. Kameroje yra sočių vandens garų ir oro mišinys. Staigiai leidžiant stūmoklį žemyn, mišinys adiabiatiškai plėsis ir atvės, o sotieji garai persisotins. Jei tuo momentu į kamerą per langą L įlekia  $\alpha$  (arba  $\beta$ ) dalelė, tai ji, jonizuodama orą, palieka paskui save jonų vorą. Garai apie jonus kondensuojasi ir ant jonų nusėda vandens lašeliai, o pėdsakas pasidaro matomas. Apšvietus kamerą šonine šviesa S, pro viršutinį stiklą pėdsaką galima nufotografuoti. Fotografavimą reikia suderinti su adiabatiniu išsiplėtimu, nes dėl difuzijos jonų pėdsakai greit išsisklaido.



8.4 pav.

Pėdsako storis ir ilgis priklauso nuo registruojamų dalelių prigimties ir jų energijos.  $\alpha$  dalelių jonizacijos galia yra didesnė už  $\beta$  dalelių, todėl jų pėdsakai yra storesni ir trumpesni, o  $\beta$  dalelių – plonesni ir ilgesni.

Č.T.R.Vilsonas kamerą sukonstravo 1911 metais. 1927m. D.V.Skobelcinas kamerą patobulino, įtaišęs ją į magnetinį lauką. Magnetiniame lauke krūvininkų trajektorijos yra apskritimų lankai. Išmatavę jų kreivumo spindulį ir žinant magnetinio lauko indukciją, apskaičiuojama registruojamų



dalelių energija.

**Burbulinė kamera.** Vilsono kamerų svarbiausiais trūkumas yra mišinio mažas tankis, dėl ko dalelių pėdsakai gali būti ilgi ir netilpti kameroje. 1952 m. D.A.Gleizeris sukonstravo *burbulinę kamerą*, kurią užpildė ne dujomis, o skysčiu. Skysčiuose pėdsakai beveik 1000 kartų trumpesni.

Burbulinės ir Vilsono kamerų veikimo principai yra panašūs. Uždaroje kameroje su stipriais langais laikomas lengvai užverdantis skystis (eteris, vandenilis, propanas). Jo temperatūra yra aukštesnė negu virimo temperatūra. Tačiau skystis neverda, nes yra specialiai suslėgtas. Staigiai sumažinus slėgį, skystis trumpam lieka metastabiliame perkaitintame būvyje ir neverda (negaruoja). Jonizuojanti dalelė, įlėkdama šiuo momentu į skystį, sutrikdo metastabilų būvį ir skystis išilgai dalelės trajektorijos užverda. Virtinė burbuliukų apie dalelę aiškiai parodo jos trajektoriją. Šiose kamerose taip pat naudojamas magnetinis laukas, nes kreiva dalelės trajektorija teikia informacijos apie jos elektrinį krūvį ir energiją.

## 8.5 Radioaktyvusis irimas

*Radioaktyvumu vadina* savaiminį branduolių kitimą (suirimą), kurio metu jie virsta kitų atomų branduoliais. Irimas nepriklauso nuo temperatūros, slėgio, cheminio junginio sudėties ir yra branduolių *vidinis* procesas. Gamtoje sutinkama įvairių elementų apie 300 radioaktyvių izotopų. Jų radioaktyvumas vadinamas *gamtiniu*. Jį 1896 m. aptiko prancūzų fizikas A.Bekerelis, kuris pastebėjo, kad urano druska spinduliuoja kažkokią spinduliuotę. 1934 m. F. ir I.Žolio-Kiuri aptiko *dirbtinį* radioaktyvumą – buvo pastebėtas *B, Al, Mg* irimas, bombarduojant juos  ${}^4_2\text{He}$  branduoliais. Dabar dirbtinių radioaktyvių branduolių skaičius yra apie 2000.

Radioaktyvusis irimas yra atsitiktinis procesas. Pavyzdžiui, vienas iš branduolių gali suirti po 1s, kitas – po 100 metų, trečias – po milijardo metų.

**Irimo dėsnis.** Tarkime, kad per trumpą laiką  $dt$  iš bendro *nesuirusių* branduolių skaičiaus  $N$  jų pokytis  $dN$  bus lygus

$$dN = -\lambda N dt; \quad (8.5.1)$$

čia proporcingumo koeficientas  $\lambda$  vadinamas *irimo konstanta*. Ji parodo, kokia dalis atomų branduolių suyra per vienetinį laiką.

Pertvarę (8.5.1) lygtį, ją suintegravę ir atsižvelgę į pradinę sąlygą (jei  $t = 0$ , tai  $N = N_0$ ), gauname *radioaktyvaus irimo dėsnį*

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (8.5.2)$$

kuris aprašo nesuirusių branduolių skaičių.

Praktikoje irimo sparta apibūdinama *irimo pusamžiu*. Pusamžis  $T$  yra laiko tarpas, per kurį suyra pusė visų branduolių. Tuomet dydį  $T$  randame iš sąlygos  $N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T}$ , o išlogaritmavę, gauname

$$T = (\ln 2)/\lambda = 0.693/\lambda. \quad (8.5.3)$$

Atvirkščias skilimo konstantai dydis

$$\tau = 1/\lambda \quad (8.5.4)$$

vadinamas radioaktyvaus branduolio *vidutine gyvavimo trukme*.

Įvairių radioaktyvių branduolių irimo pusamžiai labai įvairūs ir kinta nuo  $10^{17}$  metų iki  $10^{-7}$  s. Pavyzdžiui, švinui ( $^{104}_{82}Pb$ ) –  $1.4 \cdot 10^{17}$  metų, toriui ( $^{232}_{90}Th$ ) –  $1.4 \cdot 10^{10}$  metų, poloniui ( $^{212}_{84}Po$ ) –  $3 \cdot 10^{-7}$  s, anglies izotopo  $^{14}_6C$  –  $\sim 12000$  metų. Šis izotopas naudojamas archeologijoje radinių amžiui nustatyti.

Istantis branduolys yra susižadinęs. Jo irimo konstanta priklauso nuo jo energetinės būsenos. Toks reiškinys vadinamas *branduoline izomerija*.

**Aktyvumas ir jo vienetai.** Radioaktyvios medžiagos radioaktyvumu  $a$  vadinamas per laiko vienetą suyrančių atomų branduolių skaičius:

$$a = -dN/dt = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}. \quad (8.5.5)$$

Aktyvumo SI vienetas yra *bekereelis* ( $1Bq = 1s^{-1}$ ). Praktikoje naudojamas nesisteminis vienetas *kiuri* ( $Ci$ ). Jis lygus 1g grynojo radžio (Ra) aktyvumui, kuris lygus  $3.7 \cdot 10^{10}$  suirimų per 1s. Taigi  $1Ci = 3.7 \cdot 10^{10} Bq = 3.7 \cdot 10^{10} s^{-1}$ . Dar vartojami mažesni vienetai:  $1mCi = 3.7 \cdot 10^7 Bq$ ;  $1\mu Ci = 3.7 \cdot 10^4 Bq$ , o taip pat *rezerfordas* ( $Rd$ ):  $1Rd = 10^6 Bq$ .

Radioaktyviems procesams priskiriami alfa ir beta irimas,  $\gamma$  spinduliavimas, sunkiųjų branduolių spontaninis dalijimasis ir protoninis radioaktyvumas.

**Alfa irimas.** Sunkesni už šviną ( $Z > 83$ ) elementų izotopai savaime spinduliuoja helio branduolius  $^4_2He$  ( $\alpha$  daleles). Atsiradęs naujas antrinis elementas turės keturiais vienetais mažesnę masės skaičių ir dviem vienetais mažesnę eilės numerį. Pažymėję pirminį elementą simboliu  $X$ , o antrinį –  $Y$ , irimą aprašysime tokia schema:



Pavyzdžiui, radis, išspinduliavęs energijos  $W$   $\alpha$  dalelę, virsta radonu:



Tyrimai parodė, kad  $\alpha$  dalelių energija (ji kinta nuo 4 iki 9 MeV) yra diskreti. Tai reiškia, kad ir branduolio energijos lygmenys yra diskretūs.

Radioaktyviam irimui įvykti būtina sąlyga yra šitokia: antrinio branduolio ir  $\alpha$  dalelės ryšių energijų suma turi būti didesnė už pirminio branduolio ryšio energiją.  $\alpha$  dalelės ryšio energija, lyginant su kitais lengvais branduoliais, yra labai didelė –  $28\text{MeV}$  (savitoji –  $7\text{MeV/nukl.}$ ), todėl irimo procesuose ji elgiasi kaip *nedaloma dalelė*.

$\alpha$  irimo prigimtį išaiškino 1928 m. Dž.Gamovas. Žinoma, kad apie branduolį yra stiprus elektrinis laukas, kuris trukdo  $\alpha$  dalelei palikti branduolį. Potencialinio barjero aukštį nesunku įvertinti iš eksperimentinių duomenų. Sunkiųjų branduolių jis lygus  $20-30\text{MeV}$ , o priartėjusių prie barjero net greičiausių  $\alpha$  dalelių kinetinė energija yra mažesnė už  $10\text{MeV}$ . Todėl klasikinės mechanikos požiūriu per tokį barjerą dalelė pereiti negali. Dž.Gamovas, ir savarankiškai E.Kondonas, irimą paaiškino kaip tik sukurtos kvantinės mechanikos metodais. Pagal juos irimas yra *tunelinio* efekto pasekmė.

**Beta irimas.** Gamtoje stebimi šie beta ( $\beta$ ) irimo atvejai: 1)  $\beta^-$  arba elektroninis irimas; 2)  $\beta^+$  arba pozitroninis irimas; 3) elektrono pagava. Vykstant šiems procesams antrinio branduolio masės skaičius nepakinta, o jo eilės numeris pakinta vienetu ( $\Delta Z = \pm 1$ ).

1.  $\beta^-$  irimo metu iš branduolio išspinduliuojamas elektronas. Šio spinduliavimo aiškinimas iškėlė fizikams keletą problemų. Pirmoji – elektronų branduolyje nėra. Antroji siejama su elektronų energija. Pasirodė, kad ji yra ištisinė, nors ir pirminių, ir antrinių branduolių energija yra kvantuota. Tai prieštarauja energijos tvermės dėsniui. Elektronų ištisinės energijos problemą išsprendė E.Fermis (1931 m.), pasiūlęs mintį, kad elektronus spinduliuoja neutronai ir kad kartu išspinduliuojama dar viena dalelė – *elektroninis antineutrinas*  $\tilde{\nu}_e$ <sup>1</sup>. Šio irimo metu neutronas virsta protonu, o virsmo schema yra šitokia:



Pagal E.Fermį, elektrono ir antineutrino energijų suma yra kvantuota, nors atskirų dalelių energija gali būti įvairi. Ši išvada jau neprieštarauja ir elektronų energijos tolydžiam kitimui, ir bendros energijos tvermės dėsniui.

Kartu buvo išspręsta ir branduolio sukinio tvermės dėsniu problema. Elektronui išlėkus iš branduolio, jo sukinys turėtų pakisti dydžiu  $\frac{1}{2}\hbar$ . Tačiau branduolio sukinys priklauso nuo jo masės skaičiaus, kuris po  $\beta^-$  irimo nepasikeičia. Kad pirminio branduolio sukinio tvermės dėsnis būtų

---

<sup>1</sup> 1931 m. V.Pauli pasiūlė hipotezę, kad gamtoje turi egzistuoti labai lengva elektrikai neutrali dalelė neutrinas. Neutrino (itališkai) – neutrono mažybinis pavadinimas.

nepažeistas, V.Pauli neutriniui (antineutriniui) priskyrė  $\frac{1}{2}\hbar$  dydžio sukinį. Tuomet pirminio branduolio sukinys nepakis, jei išlekiančių elektrono ir antineutrino sukiniai bus priešingų kryptų.

Čia aprašytą virsmą galima pavaizduoti šitokia schema:



čia  $Y$  – antrinio branduolio simbolis. Iš schemos matome, kad  $Y$  elemento vieta vienu vienetu pasislenka cheminių elementų lentelės pabaigos link.

2.  $\beta^+$  irimo atveju iš branduolio išlekia *pozitronas* (elektrono antidalelė). Antrinio branduolio krūvis dydžiu  $e^+$  sumažėja ir jo vieta pasislenka vienu vienetu į lengvesnių elementų pusę, o jo masės skaičius nepakinta. Pozitronai  $e^+$  atsiranda branduolio protonui virstant neutronu ir elektroniniu neutrinu  $\nu_e$ :



3. Vidinių sluoksnių elektronas (dažniausiai iš K sluoksnio) gali būti įtrauktas į branduolį – šitoks reiškiny vadinamas elektrono pagava arba K pagava. Elektroną pagauna branduolio protonas ir iš jo susidaro neutronas ir kartu išlekia elektroninis neutrinas  $\nu_e$ :



Įvykus K pagavai, branduolio numeris  $Z$  vienetu sumažėja ir tampa  $Z-1$ , o masės skaičius nepakinta. Pagavos reiškinį pirmas stebėjo L.V.Alvarezas (1937 m.) vanadžio (V) bandymuose, kai po pagavos atsirasdavo titano branduolys:



Branduoliai po K pagavos dažniausiai būna sužadinti ir, išspinduliavę  $\gamma$  fotonus, grįžta į normalų būvį. Be to, po pagavos K sluoksnyje lieka laisva vieta, kurią užima iš aukštesnių sluoksnių peršokęs elektronas. Dėl šio persitvarkymo vyksta Rentgeno K serijos fotonų spinduliavimas. Pagal šį spinduliavimą ir sprendžia apie įvykusią K pagavą.

**Neutrino atradimas.** Jau minėjome, jog šią dalelę pasiūlė V.Pauli, aiškindamas branduolių  $\beta^+$  ir  $\beta^-$  irimą. Pagal V.Pauli neutrinas neturi krūvio, masė – taip pat lygi nuliui arba labai maža (dabar manoma, kad ji lygi  $7 \cdot 10^{-6} m_e$ ;  $m_e$  – elektrono masė). Judėdamas aplinkoje ji jos nejonizuoja ir nepraranda energijos, todėl yra labai skvarbus. Todėl V.Pauli manė, kad neutrino (antineutrino) egzistavimą negalima eksperimentiškai įrodyti.

Neutrino (antineutrino) egzistavimą galima patvirtinti netiesioginiu būdu. Šioms dalelėms reikia priskirti ne tik sukinių, bet ir judesio kiekį (impulsą). Reliatyvistinio neutrino impulsas lygus  $p_\nu = E_\nu/c$ ; čia  $E_\nu$  – neutrino energija, kuri  $\beta$  irimo atveju yra arti  $1MeV$ . Branduolys  $\beta$  irimo metu turi patirti atatrangą į priešingą pusę negu  $\beta$  dalelės ir neutrino impulsų suma. 1936 m. A.Leipunskis tyrė radioaktyvaus anglies izotopo ( $^{13}_6C$ ), spinduliuojančio  $e^+$  daleles, atatrangą. Buvo nustatyta, kad atatranga skiriasi nuo tos, kurią suteiktų vien  $e^+$  dalelės. 1942 m. Dž.Alenas tyrė lengvesnių branduolių ( $^7_4Be$ ) atatrangą, atsiradusią dėl K pagavos. Šie bandymai patikimesni, nes lengvesnių branduolių atatranga yra didesnė. Be to, esant K pagavai, branduolys išspinduliuoja tik neutriną, todėl visa atatranga tik nuo jo priklausys.

### Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname radioaktyvumu?
2. Ką vadiname medžiagos aktyvumu?
3. Kaip pasislenka branduolio eilės numeris įvykus  $\alpha$ ,  $\beta^-$ ,  $\beta^+$  irimams ir K pagavai?
4. Kokios problemos iškilo aiškinant  $\beta^-$  irimą?

### Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Apskaičiuokite radioaktyvaus stroncio  $^{90}_{38}Sr$   $m_0 = 1g$  masės bandinio pradinį aktyvumą ir jo aktyvumą po 10 metų.  $^{90}_{38}Sr$  izotopo irimo pusamžis  $T = 28$  metų.

Medžiagos aktyvumas, kaip išplaukia iš (8.5.5) ir (8.5.3) lygčių, lygus

$$a(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = N_0 \frac{\ln 2}{T} e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \quad (1)$$

Pradinis branduolių skaičius randamas iš lygties

$$N_0 = \frac{m_0}{M} = \frac{m_0 N_A}{\mu} \quad (2)$$

čia  $M$  – stroncio atomo,  $\mu$  – jo molio masė,  $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  – Avogadro skaičius. Izotopo 1 molio masė ( $g$ ) apytiksliai lygi jo masės skaičiui  $A$ :  $\mu = 90(g/mol) = 90 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ . Iš (1) ir (2) lygčių gauname

$$a(t) = \frac{\ln 2}{T} \cdot \frac{m_0 N_A}{\mu} e^{-\frac{\ln 2}{T} t}. \quad (3)$$

Iš (3) lygties pradinis aktyvumas ( $t = 0$ ) lygus

$$a_0 = \frac{\ln 2}{T} \frac{m_0 N_A}{\mu} = \frac{0.69}{28 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \frac{10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{9 \cdot 10^{-2}} = 5.2 \cdot 10^{12} \text{ Bq} = 141 \text{ Ci}$$

Medžiagos aktyvumas po 10 metų:

$$a = a_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = 5.2 \cdot 10^{12} e^{-\frac{0.69}{28} 10} = 4.1 \cdot 10^{12} \text{ Bq} = 110.8 \text{ Ci}.$$

## 8.6 Branduolinės reakcijos

Atomo branduolio pakitimą, įvykusį dėl jo sąveikos su kitais branduoliais ar dalelėmis, vadina *branduolinėmis reakcijomis*. Dažniausia reakcijų schema yra šitokia

$$a + X \rightarrow b + Y. \quad (8.6.1)$$

Ją šitaip aiškiname: lengvoji dalelė  $a$  patenka į branduolį  $X$ , po to atsiranda dalelė  $b$  ir branduolys  $Y$ . Dalelėmis  $a$  ir  $b$  gali būti neutronas ( $n$ ), protonas ( $p$ ), deuteris ( $d$ ),  $\alpha$  dalelė ir  $\gamma$  fotonas. (8.6.1) proceso galimi du atvejai: 1. Jei atsiradusi dalelė  $b$  yra tos pačios prigimties kaip ir smogianti dalelė  $a$  (t.y.  $a = b$ ), tai procesas vadinamas *dalelių sklaida*. Po jos naujo branduolio nesusidaro, t.y.  $Y = X$ . Be to, kai po sklaidos branduolys  $X$  bus sužadintas, arba su pakitusia energija, sklaidą vadina *netamprija*, jei lieka nesužadintas – *tamprija*. 2. Branduolinė reakcija įvyks, t.y. susidarys kitos sudėties branduolys, jei dalelė  $b$  netapatinga dalelės  $a$  prigimčiai.

**Energijos tvermės dėsnis.** Visoms branduolinėms reakcijoms galioja krūvio, masės skaičiaus, judesio kiekio, sukinių ir energijos tvermės dėsniai. Čia aprašysime energijos tvermės dėsnį. Reakcijos dalyvių energija yra reliatyvistinė. Energijos tvermės dėsnis tvirtina, kad (8.6.1) reakcijos dalyvių energijų suma prieš ir po reakcijos lieka pastovi:

$$W_{0a} + T_a + W_{0X} + T_X = W_{0b} + T_b + W_{0Y} + T_Y. \quad (8.6.2)$$

Čia simboliu  $W_0$  pažymėta dalyvių  $a, X$  ir  $b, Y$  rimties energija ( $W_0 = mc^2$ ; čia  $m$  – dalyvio masė), o simbolių  $T$  – jų reliatyvistinė kinetinė energija. Dydį  $Q = (T_b + T_Y) - (T_a + T_X)$ , kuris lygus dalyvių kinetinių energijų po ir prieš reakciją skirtumui, vadina *reakcijos energija*. Iš (8.6.2) sąryšio bei sąryšio  $W_0 = mc^2$ , turime

$$Q = (m_a + m_X)c^2 - (m_b + m_Y)c^2 = \Delta mc^2; \quad (8.6.3)$$

čia  $m$  – dalyvių masės,  $\Delta m$  – reakcijos masės defektas. Jei  $Q > 0$ , reakcijos metu energija išsiskiria, reakcija vadinama *egzotermine*, o jei  $Q < 0$  – energija sugerama, reakcija vadinama *endotermine*.

**Reakcijos efektyvusis skerspjūvis.** Sprendžiant praktinius uždavinius, svarbu žinoti kiek jos metu branduolių pakinta, t.y. reakcijos išeigą. Tam reikia žinoti reakcijos tikimybę, kurią nusako branduolio efektyvioji skerspjūvio  $\sigma$  sąvoka. Tegul į medžiagos vienetinį plotą, kuriame yra  $n$  branduolių, krinta  $N_0$  dalelių ir sukelią skaičių  $N$  branduolinių reakcijų. Tuomet santykis  $N/N_0$  lygus vienos į medžiagą patekusios dalelės sukeltos branduolinės reakcijos tikimybei. Ji proporcinga dydžiui  $n$ , arba

$$\frac{N}{N_0} = \sigma n; \quad (8.6.4)$$

čia ploto dimensiją turinti proporcingumo koeficientas  $\sigma$  vadinamas *branduolinės reakcijos efektyviuoju skerspjūviu*. Jis matuojamas barnais ( $b$ ):  $1b = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2$ .

Dydžio  $\sigma$  vertė priklauso nuo dalelių prigimties ir jų energijos. Nedidelės energijos elektringu dalelių reakcijų skerspjūvis yra barno dydžio.

**Branduolinių reakcijų tarpinio branduolio modelis.** Tiriant pirmąsias reakcijas pasirodė, kad jos užtrunka laiką, kuris vadinamas *branduoline trukme*. Branduolinė trukmė  $\tau$  lygi laikui per kurį (8.6.1) reakcijos dalelė  $a$ , judėdama greičiu  $v \sim c/3$ , įveikia nuotolį  $d$ , lygų  $X$  branduolio matmenims ( $d \sim 10^{-15} \text{ m}$ ):  $\tau = d/v \sim 10^{-23} \text{ s}$ . Praėjus tokiam laikui, iš branduolio  $X$  turėtų išlėkti dalelė  $b$ . Tačiau vėlesni tyrimai parodė, kad  $b$  dalelė išlekia po  $10^9 - 10^{13}$  kartų ilgesnio laiko, t.y. daug vėliau. 1934 m. E.Fermis ir jo bendradarbiai, tyrinėdami neutronų ir branduolių reakciją, nurodė, kad prisijungus prie branduolio neutronui, gaunamas sužadintas *tarpinis branduolys*. 1936 m. N.Boras sukūrė tarpinio branduolio teoriją. Pagal ją visa (8.6.1) reakcija vyksta dviem pakopomis:



Pradžioje, pirmojoje pakopoje, susidaro nestabilus tarpinis (sudėtinis, angl. compound) branduolys  $\Pi$ . Po to, antrojoje pakopoje, jis spontaniškai skyla į branduolį  $Y$ . Dalelė  $a$ , patekusi į branduolį  $X$ , atiduoda jam savo kinetinę ir ryšio energiją. Ši energija pasiskirsto tarp susidariusio  $\Pi$  branduolio nukleonų ir padidina jo energiją – branduolys susižadina. Tačiau padidėjusios energijos nepakanka branduoliui suardyti. Turi praėti ilgokas laikotarpis, kol dėl energijos fluktuacijų ji susikaups kurioje nors  $\Pi$  branduolio vietoje ir „išgarins“ dalelę  $b$ . Tarpinio branduolio gyvavimo trukmė  $10^{-14} - 10^{-10} \text{ s}$ , t.y. daug didesnė už branduolinį laiką ( $\sim 10^{-23} \text{ s}$ ). Tarpinis branduolys gali skilti įvairiais būdais. Pavyzdžiui, tarpinis branduolys  ${}^{14}_7\text{N}$  gali skilti į  $\alpha + {}^{10}_5\text{B}$ , arba į  $d + {}^{12}_6\text{C}$ , arba į  $p + {}^{13}_6\text{C}$ , arba į  $n + {}^{13}_7\text{N}$ . Aplamai dalelės  $b$  ( $b = \alpha, d, p, n$ ) išspinduliavimas nepriklauso nuo reakcijos pirmosios stadijos.

Pirmąją branduolinę reakciją 1919 m. gavo Rezerfordas. Jis inde pripildė chemiškai gryną azoto dujų ir įtaisė jame radioaktyvaus radžio gabalėlį, kuris skleidžia  $\sim 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  greičiu judančias  $\alpha$  daleles. Reakcijos metu azoto atomas buvo paverstas deguonimi:



čia  $(\alpha, N)$  yra reakcijos pirmosios pakopos, o  $(p, O)$  – antrosios pakopos dalyviai; fluoras  $F$  – tarpinis branduolys. Reakcija yra endoterminė, jos metu sugerama  $Q=1.16MeV$  energijos. Reakcijos metu gautąją teigiamai įelektrintą dalelę  ${}_1^1p$  E.Rezerfordas pavadino *protonu*.

Kitą fizikos raidai labai svarbią reakciją 1930 m. įvykdė vokiečių fizikai V.Botė ir H.Bekeris. Jie, apšaudydami  $\alpha$  dalelėmis berilį, gavo anglies atomus ir pradžioje nežinomos prigimties daleles. 1932 m. anglų fizikas Dž.Čedvikas, ištyręs šią reakciją Vilsono kameroje, nustatė, kad tai yra neutrali ir pakankamai sunki dalelė. Ji buvo pavadinta *neutronu*. Taigi aprašyta reakcija yra šitokia



**Neutronų klasifikacija.** Neutronai užima svarbią vietą fundamentiniuose tyrimuose branduolio fizikos taikymo srityse (pvz., branduolinių reaktorių paleidimui, branduolinių reakcijų skerspjūvių matavimui, medicinoje, biologijoje ir kt.). Būdami elektriškai neutralūs, jie lengviau už protonus įsiskverbia į branduolį. Branduolinių reakcijų efektyvusis skerspjūvis neutronams priklauso nuo jų energijos: mažėjant energijai jis didėja. Tai paaiškinama šitaip – kuo mažesnis neutrono greitis, tuo ilgiau jis juda branduolio branduolinių jėgų veikimo sferoje, dėl to ir padidėja jo pagavimo tikimybė.

Neutronų kinetinė energija yra labai įvairi: *šaltųjų* ji  $< 0.01eV$ , *reliatyvistinių* –  $> 10^4 eV$ . Pagal jų kinetinę energiją neutronus skirsto į 8 grupes. Čia išvardinsime tik tris grupes. Mažos energijos ( $0.01-0.1eV$ ) neutronus vadina *šiluminiais*. Jie yra termodinaminėje pusiausvyroje su neaukštos temperatūros ( $T \sim 300K$ ) medžiagos atomais. Už juos greitesni ( $50-500eV$ ) energijos neutronai vadinami *lėtaisiais*, o  $10^5-10^7 eV$  energijų – *greitaisiais*.

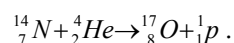
## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname dalelių sklaida?
2. Ką vadina branduolinės reakcijos energija?
3. Ką vadina branduolinės reakcijos efektyviuoju skerspjūviu?
4. Ką vadiname tarpiniu branduoliu?
5. Išvardinkite neutronų tipus.

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Paskaičiuokite Rezerfordo reakcijos energiją.

Rezerfordo reakcija yra šitokia:



Čia  ${}_1^1p$  – protono simbolis.

Reakcijos energija skaičiuojama iš formulės (8.6.3):



$$Q = (m_N + m_{He})c^2 - (m_O + m_p)c^2 = \Delta mc^2;$$

čia  $m$  – reakcijos dalyvių masės,  $\Delta m$  – jos masės defektas.

Jei dydis  $\Delta m$  išreikštas  $u$  vienetais (žr. 8.1 sk.), tai reakcijos energija

$$Q = 931.5 \Delta m (MeV) = 931.5(14.003074 + 4.002603 - 16.999133 - 1.007825)(MeV) = -1.19 MeV.$$

Reakcija yra endoterminė.

## 8.7 Branduolių savaiminis dalijimasis

1934 m. E. Fermis pastebėjo, kad švitinant gamtinį uraną neutronais, susidaro keli radioaktyvūs elementai. Tolimesni tyrimai parodė, kad dalijimosi reakcijos elementai randasi elementų lentelės viduryje: Xe, Sr, La, Ba ir kt. Buvo nustatyta, kad neutronų sužadinti urano branduoliai dalijasi į *dvi daleles* – dalijimosi *skeveldras*.

**Branduolių dalijimosi teorija.** Dalijimasis aiškinamas panaudojant lašelinį branduolio modelį. Tačiau jis tinka branduoliams, kurių masės skaičius  $A > 100$ .

Tarkime, kad normaliomis sąlygomis branduolys yra rutulio formos, o į jį smogiantis neutronas branduolį sužadina. Sužadintame branduolyje susidarys jo masės virpesiai, rutulys ištįs ir po to pasidalins į dvi dalis (skeveldras), nes skeveldrų teigiamų krūvių stūmos jėga jas išsklaidys. Branduolį padalinti reikalinga pakankamo dydžio energija, kuri vadinama *dalijimosi aktyvacijos energija* arba *dalijimosi slenksčiu*. Ši energija yra  $(4-7)MeV$  dydžio:  $^{235}U - 5.8 MeV$ ,  $^{238}U - 6.3 MeV$ ,  $^{239}Pu - 4.8 MeV$ . Jei branduoliui bus suteikta mažesnė energija, tai jis tik susižadins ir, išspinduliavęs gamą kvantus, grįš į normalų būvį.

**Dalijimosi reakcijos.** Tipinė neutronų sukelta dalijimosi schema yra šitokia:

$$n + U \rightarrow A + B + k \cdot n + W; \quad (8.7.1)$$

čia  $A$  ir  $B$  yra urano  $U$  branduolio dalijimosi skeveldros,  $k$  – antrinių neutronų skaičius,  $W$  – išsiskyrusios energijos kiekis.

Branduolių dalijimasis yra statistinio pobūdžio, todėl gali atsirasti per 90 įvairaus dydžio skeveldrų.  $^{235}U$  branduoliai dažniausiai dalijasi į skeveldras, kurių masių santykis 2:3, o dalijimaisi į beveik vienodas dalis ( $A_1 \approx A_2 \approx 118$ ) tikimybė labai maža ir lygi  $\sim 0.01\%$ .

Dalijimosi procese iš branduolio išmetami 2, 3 arba net ir daugiau antrinių neutronų. Todėl rašant dalijimosi reakcijas nurodomas jų vidutinis skaičius  $\langle k \rangle$  – urano branduoliams dydis  $\langle k \rangle \sim 2.5$ . Dauguma (99.25%) antrinių neutronų išsiskiria dalijimosi momentu (per  $10^{-16} - 10^{-14} s$ ) – jie vadinami *momentiniais*. Likusieji atsiranda kiek vėliau, jie vadinami *vėluojančiais* neutronais (vėluoja nuo 0.05s iki 1min). Vėluojantieji neutronai atsiranda šitaip. Dauguma dalijimosi

skeveldrų yra  $\beta^-$  radioaktyvios. Po kai kurių  $\beta^-$  skilimų atsiranda sužadintos antrinės skeveldros. Jei sužadinimo energija yra didesnė negu neutrono ryšio energija, tai jie gali „išgaruoti“. Tačiau šio proceso tikimybė yra maža, kadangi antriniai nuklidai perteklinę energiją paprastai išspinduliuoja  $\gamma$  kvantais.

**Savaiminis dalijimasis.** Tai dalijimasis branduolių, visiškai apsaugotų nuo išorinių neutronų poveikio. Jis būdingas visiems sunkiesiems branduoliams ir aiškinamas, panašiai kaip ir  $\alpha$  skilimas, tuneliniu reiškiniu. Tačiau dalijimosi reiškinys nekonkuruoja su  $\alpha$  skilimu, kurio tikimybė urano branduoliui ( $^{238}\text{U}$ ) yra apie  $10^6$  kartų didesnė.

**Grandininė reakcija.** Dalijantis branduoliams atsiradę antriniai neutronai gali pataikyti į branduolius ir sukelti jų dalijimąsi – taip gali nenutrūkstamai vykti dalijimosi *grandininė reakcija*. Jos spartą apibūdina neutronų *daugėjimo koeficientas*  $K$ . Jis lygus neutronų skaičiaus  $N_1$  tam tikroje grandininės reakcijos kartoje ir jų skaičiaus  $N$  prieš tai buvusioje kartoje santykiui:  $K = N_1/N$ . Taigi, jei iš pradžių buvo  $N$  neutronų, tai sekančioje kartoje jų bus  $KN$ , o  $n$ -oje kartoje jau  $NK^n$ . Jei  $K = 1$ , tai pagautų ir išskirtų neutronų bus tiek pat ir dalijimosi reakcija vyks vienodu greičiu. Tokia reakcijos būseną vadinama *krizine*. Jei  $K < 1$ , tai reakcija *slopsta*, jei  $K > 1$  – *plinta* ir vadinama *virškrizine*.

Nevisi antriniai neutronai dalyvauja grandininėje reakcijoje, todėl koeficientas  $K$  priklauso nuo daugelio faktorių. Aptarkime grandininės reakcijos susidarymo sąlygas. Erdvė, kurioje vyksta dalijimosi reakcija, vadinama *aktyviaja zona*. Jei jos matmenys yra maži, tai dalis antrinių neutronų, nepadalinę branduolių, ją apleidžia. Aktyvios zonos, kurioje dar gali vykti grandininė reakcija, *minimalūs* matmenys vadinami *kriziniais matmenimis*, o tokios zonos masė – *krizine mase*. Kriziniai parametrai priklauso nuo daliosios medžiagos izotopinio sąstato, neutronų energijos, aktyviosios zonos formos ir joje esančių priemaišų. Sferinės formos aktyviosios zonos krizinės masės yra šitokios:  $^{235}\text{U} - 50\text{ kg}$ ,  $^{233}\text{U} - 16\text{ kg}$ ,  $^{239}\text{Pu} - 11\text{ kg}$ . Krizinę masę galima sumažinti aktyviaja zoną apgaubus pakankamai storu nedaliosios medžiagos sluoksniu – neutronų *atšvaitu (reflektoriumi)*.

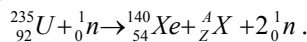
## Kontroliniai klausimai

1. Ką vadiname branduolio dalijimosi aktyvacijos energija?
2. Kaip susidaro vėluojantys antriniai neutronai?
3. Ką vadiname neutronų daugėjimo koeficientu?
4. Nuo ko priklauso aktyviosios zonos kriziniai parametrai?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Urano izotopo branduolys  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , pagavęs neutroną, pasidalijo į dvi skeveldras ir dar išsilaivino du neutronai. Vienas iš dalijimosi produktų yra ksenono izotopas  ${}^{140}_{54}\text{Xe}$ . Nustatykite antrosios skeveldros masės skaičių ir krūvį.

Urano branduolio dalijimosi schema yra šitokia:



Dalijimosi reakcijai galioja krūvio ir masės skaičiaus tvermės dėsniai. Iš jų gauname  $Z = 92 - 54 = 38$  ir  $A = (235 + 1) - (140 + 2) = 94$ . Taigi antroji skeveldra  ${}^A_Z\text{X}$  yra stroncio izotopas  ${}^{94}_{38}\text{Sr}$ .

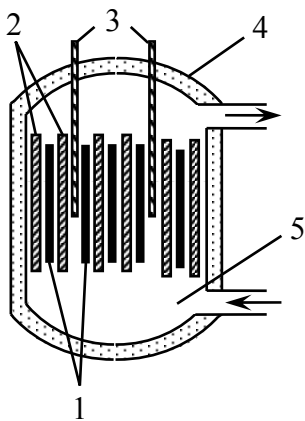
## 8.8 Branduoliniai reaktoriai

**Šiluminių neutronų reaktoriai.** Dalijantis vienam urano branduoliui išsiskiria per  $200 \text{ MeV}$  energijos kiekis. Apie 80% jos sudaro skeveldrų kinetinė energija, likusią dalį – antrinių neutronų, po  $\beta^-$  skilimo atsiradusių elektronų,  $\gamma$  fotonų ir antineutrino energija. Dalijantis visiems 1g urano branduoliams, išsiskiria apie  $2.3 \cdot 10^4 \text{ kW} \cdot \text{h}$  energijos kiekis. Tiek jos gautume sudeginę apie  $3 \text{ t}$  akmens anglies. Skilimo skeveldros, judėdamos medžiagoje, atiduoda jai savo energiją. Taip ji virsta medžiagos vidine energija ir ją įkaitina.

Jei aktyviosios zonos matmenys bus didesni už krizinį, antrinių neutronų skaičius staigiai didėja, grandininė reakcija taps nevaldoma ir dėl didelio išsiskyrusio šilumos kiekio įvyks *sprogimas*. Valdomos grandininės reakcijos vyksta įrenginiuose, kurie vadinami *branduoliniais reaktoriais*. Valdomai branduolių dalijimosi grandininei reakcijai tinka šie izotopai  ${}^{235}\text{U}$ ,  ${}^{233}\text{U}$  ir  ${}^{239}\text{Pu}$ . Pirmasis mažais kiekiais randamas gamtiniame urane, kiti du gali būti pagaminti pramoniniu būdu.

Plačiausiai naudojama branduolinio kuro medžiaga – gamtinis uranas – yra sudaryta iš trijų izotopų mišinio:  ${}^{238}\text{U}$  (99.28%),  ${}^{235}\text{U}$  (0.714%) ir  ${}^{234}\text{U}$  (0.00548%). Šį mišinį veikiant neutronais, priklausomai nuo jų energijos ir jų pagavos skerspjūvio, gali vykti dvi reakcijos. Pirmoji vyksta kai lėtusius neutronus ( $W < 6 \text{ eV}$ ) sugėręs izotopas  ${}^{235}\text{U}$  dalijasi, joje išskiriama dalijimosi energija ir antriniai neutronai (jų vidutinis skaičius lygus 2.5). Šie neutronai toliau gali tęsti reakciją. Antroje reakcijoje dalyvauja izotopas  ${}^{238}\text{U}$ . Izotopą  ${}^{238}\text{U}$  padalija tik tie neutronai, kurių energija yra ne mažesnė kaip  $1 \text{ MeV}$ . Tačiau šis izotopas, sugėręs ir tokios didelės energijos neutroną, gali nepasidalyti, o tik susižadinti, perteklinę energiją išspinduliuodamas  $\gamma$  kvantų pavidalu. Šis reiškinys vadinamas *radiaciniu neutronų pagavimu*. Taip didesnė neutronų dalis pasitrauktų iš srauto ir prarastų galimybę sukelti branduolių  ${}^{235}\text{U}$  dalijimąsi. Taigi antroji reakcija reaktoriaus eigą stabdo ir jos reikia išvengti.

Tai daroma taip. Greitųjų antrinių neutronų energija yra apie  $2 \text{ MeV}$ . Kad grandininė reakcija su  ${}^{235}\text{U}$  vyktų, reikia antrinių neutronų energiją sumažinti iki šiluminės. Neutronus aktyviai stabdo medžiagos (jos vadinamos *lėtikliais*), sudarytos iš neutronams artimos masės atomų:  ${}^1_1\text{H}$ ,  ${}^2_1\text{H}$ ,  ${}^4_2\text{He}$  ir kt. Praktikoje vartojami lėtikliai yra grafitas ( ${}^{12}_6\text{C}$ ), vanduo paprastas  $\text{H}_2\text{O}$  (čia  $\text{H}$  yra protis  ${}^1_1\text{H}$ ), sunkusis  $\text{D}_2\text{O}$  (čia  $\text{D}$  yra deuteris  ${}^2_1\text{H}$ ) ir berilis. Dėl brangumo berilis ir  $\text{D}_2\text{O}$  vartojami rečiau.



8.5 pav.

Supaprastinta reaktoriaus schema pavaizduota 8.5 paveiksle. Jame 1 – aktyvioji zona, sudaryta iš urano arba kitokio branduolinio kuro strypų; 2 – lėtiklis, apsupantis strypus iš visų pusių; 3 – reguliavimo strypai – jais valdo branduolinės reakcijos neutronų daugėjimo koeficientą. Šie strypai pagaminti iš neutronus gerai sugeriančių medžiagų – kadmio, boro, hafnio. Strypus įleidus į aktyvią zoną daugėjimo koeficientas sumažėja, ištraukus – padidėja. Įvykus avarijai, reguliavimo strypai automatiškai įleidžiami į visą aktyvios zonos gylį ir, nutraukę grandininę reakciją, sustabdo reaktorių. 4 – neutronų atšvaitas,

neutronus grąžinantis į aktyviąją zoną. 5 – aušalas, kuris pašalina aktyviojoje zonoje išsiskyrusią šilumą (nesant aušalui aktyvioji zona išsilydytų). Aušinančiomis medžiagomis gali būti dujos (oras, CO<sub>2</sub>, helis), vanduo arba skystieji metalai (pvz., natrijs). Įkaitęs aušalas nukreipiamas į šilumokaitį, kur aušalas savo šilumą atiduoda vandeniui ir paverčia jį aukštos temperatūros garais. Pastarieji arba suka garo turbinas ir gamina elektrą arba panaudojami kitiems tikslams.

Lėtiklio ir atšvaito medžiagos nedaug slopina radiacinę spinduliuotę. Todėl reaktoriuose visada naudojama *biologinė apsauga*, kuri apsaugo personalą ir įrenginius nuo neutroninės ir  $\gamma$  spinduliuotės. Tam naudoja pigias ir lengvai gaunamas medžiagas: vandenį, betoną ir pan.

**Reaktorių tipai.** Pagal paskirtį juos galima suskirstyti į keletą grupių: energetinius, tiriamuosius ir izotopinius.

Energetiniai reaktoriai yra skirti aktyviojoje zonoje išsiskyrusią šilumą paversti elektros energija arba kitiems šiluminę energiją naudojančioms reikals. Jų šiluminė galia paprastai didelė<sup>1</sup> (iki 3–5GW).

*Tyrimų reaktoriai* skirti neutronų ir  $\gamma$  spindulių dideliems srautams ( $10^{13}/cm^2s$ ) gauti. Jie naudojami branduolio ir kietojo kūno savybėms tirti. Tyrimų reaktoriai yra mažos (iki 10MW) galios.

*Izotopiniai reaktoriai* (juos dar vadina *dauginančiais* arba *konverteriais*) konstruojami naujiems izotopams gauti. Juose, pavyzdžiui, izotopas  $^{238}U$  paverčiamas į plutonio izotopą  $^{239}Pu$ , o toris  $^{232}Th$  – į izotopą  $^{233}U$ . Toks reaktorius, išskiriantis šiluminę energiją bei gaminantis naują medžiagą, vadinamas *dauginančiu* reaktoriumi arba *bryderiu*.

Branduoliniai reaktoriai dar skirstomi pagal kuro cheminę sudėtį, naudojamą aušalą, lėtiklį, aušinimo sistemą, aktyviosios zonos konstrukciją bei reaktoriaus apsaugą (pvz., betonas, vanduo).

**Greitųjų neutronų reaktoriai.** Jei reaktoriuje naudojamas gamtinis arba truputį izotopu  $^{235}U$  pasodrintas uranas, tai šiluminiai neutronai dalija tik izotopą  $^{235}U$ , o didžioji kuro dalis (~99.3%), t.y. izotopas  $^{238}U$  pasilieka nesunaudota. Tačiau greitieji neutronai šį izotopą gali paversti izotopu  $^{239}Pu$ , kurį, cheminiu būdu atskyrus iš urano, galima panaudoti lėtųjų neutronų reaktoriuose. Taigi dauginančiuose reaktoriuose lėtiklis nereikalingas. Šiuose reaktoriuose naujo kuro ( $^{239}Pu$ ) laipsniškai daugėja ir po 7–10 metų jo kiekis padvigubėja, negu buvo iš pradžių pakrautas izotopu  $^{235}U$ . Greitųjų neutronų branduolinės reakcijos efektyvumas skerspjūvis yra nedidelis, todėl bryderiams reikia 10-100 kartų daugiau kuro, negu tokios pačios galios šiluminių neutronų reaktoriams. Greitųjų neutronų branduoliniai reaktoriai kol kas yra eksperimentavimo stadijoje<sup>2</sup>.

**Branduolinės energijos panaudojimo problemos.** 1. Kuro ištekliai. Branduoliniu kuru šiuo metu naudojamas tik uranas ir toris. Žemės plutoje urano yra  $11 \cdot 10^{-4}\%$ , o torio –  $4 \cdot 10^{-4}\%$ . Bendroje Žemės plutos sudėtyje kitų elementų tarpe uranas užima 27, o toris 29 vietą. Šių elementų koncentruotų telkinių nėra, todėl jų išskyrimas brangiai kainuoja. Toris dažnai taip išsklaidytas, kad jo neapsimoka eksploatuoti. 2. Reaktorių saugumas. Avarijos Černobilio ir kitose atominėse elektrinėse pakirto pasitikėjimą tokių elektrinių saugumu. Todėl kai kuriose šalyse (Lietuva, Vokietija, Švedija ir kt.) numatyta atominės elektrinės uždaryti. 3. Tarša. Dirbant atominei elektrinei, milžiniškas šilumos kiekis perduodamas aušinimo baseinui, todėl vyksta intensyvi aplinkos šiluminė tarša. Į branduolinį reaktorių perkraunama dešimtys tonų branduolinio kuro (į Ignalinos – 189 tonų 730 parą laikotarpiui). Tik maža jo dalis panaudojama, o likusioji yra atliekos, *užterštos radioaktyviais dalijimosi produktais*. Kai kurių izotopų skilimo pusamžis siekia šimtus metų, todėl iškyla atliekų saugojimo problema.

#### Kontroliniai klausimai

1. Kokiu tikslu branduoliniuose reaktoriuose naudojami lėtikliai?
2. Kuomet reaktoriuose lėtikliai nenaudojami?

---

<sup>1</sup> Ignalinos atominės elektrinės reaktoriaus šiluminė galia – 4500MW, o dviejų turbinų elektrinė galia lygi 1500MW.

Branduolinis kuras yra uranu  $^{235}U$  prisodrintas uranas. Reaktoriaus lėtiklis – grafitas, aušalas – vanduo ir vandens garai, apsauga – betoninė.

<sup>2</sup> Greitųjų neutronų reaktorius pastatytas prie Kaspijos jūros vandeniui gėlinti. Jo šiluminė galia – 650MW, elektrinė – 120MW. Jis pagamina 80000 tonų gėlojo vandens per parą.

3. Kam reikalinga reaktoriaus biologinė apsauga?
4. Išvardinkite reaktorių tipus.

Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Kiek urano izotopo  ${}^{235}_{92}\text{U}$  sunaudojama per parą atominėje elektrinėje, kurios galia  $P = 4500\text{MW}$ ? Elektrinės naudingumo koeficientas 25%. Vieno branduolio dalijimosi metu išsiskiria  $W_0 = 200\text{MeV}$  energijos kiekis. Urano molinė masė  $\mu = 0.235\text{ kg/mol}$ .

Rašome energijos balanso lygtį:

$$PT = \eta n W_0;$$

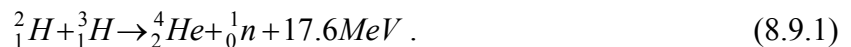
čia  $n$  – per parą  $T$  pasidalinusių branduolių skaičius. Dydis  $n = m/M = mN_A/\mu$  (čia  $m$  – elektrinėje sunaudoto urano masė,  $M$  – urano atomo masė,  $N_A$  – Avogadro skaičius). Įrašę į balanso lygtį dydį  $n$ , gausime

$$m = \frac{\mu PT}{\eta N_A W_0} = \frac{0.235 \cdot 4500 \cdot 10^6 \cdot 24 \cdot 3.6 \cdot 10^3}{0.25 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 19\text{kg}.$$

## 8.9 Termobranduolinės reakcijos

**Sintezės reakcijos.** Reakcijos, kuriose lengvųjų elementų branduoliai jungiasi į sunkesnius, vadinamos branduolių *sintezės* reakcijomis. Jos vyksta *dujinėse* aukštos temperatūros medžiagose, todėl vadinamos *termobranduolinėmis*. Kad branduoliai apsijungtų, jie turi nugalėti jų protonų stūmos potencialinį barjerą ir suartinti juos iki  $2 \cdot 10^{-15}\text{ m}$  atstumo. Nuo šio atstumo jau veikia nukleonų stiprioji traukos sąveika, apjungianti du branduolius į vieną. Iš skaičiavimų išplaukia, kad sintetinant vandenilio izotopus į helį, potencialinį barjerą nugalėti tik tie atomai, kurių kinetinė energija yra  $\sim 0.01\text{MeV}$ . Tokią energiją galima pasiekti įkaitinus vandenilio dujas iki  $\sim 10^8\text{ K}$ . Tačiau dėl dviejų priežasčių sintezė vyksta jau  $10^7\text{ K}$  temperatūroje: 1) dalies atomų energija gerokai didesnė už jos vidutinę vertę; 2) dalis atomų potencialinį barjerą tuneliuoja.

Žemiausioje temperatūroje ( $\sim 10^7\text{ K}$ ) vyksta deuterio ir tričio sintezė į helį, išmetant vieną neutroną ir išskiriant apie  $17.6\text{MeV}$  energijos kiekį:



Vienam nukleonui tenka vidutiniškai  $3.5\text{MeV}$  išsiskyrusios energijos, arba 3.5 karto daugiau nei branduolių dalijimosi reakcijose.

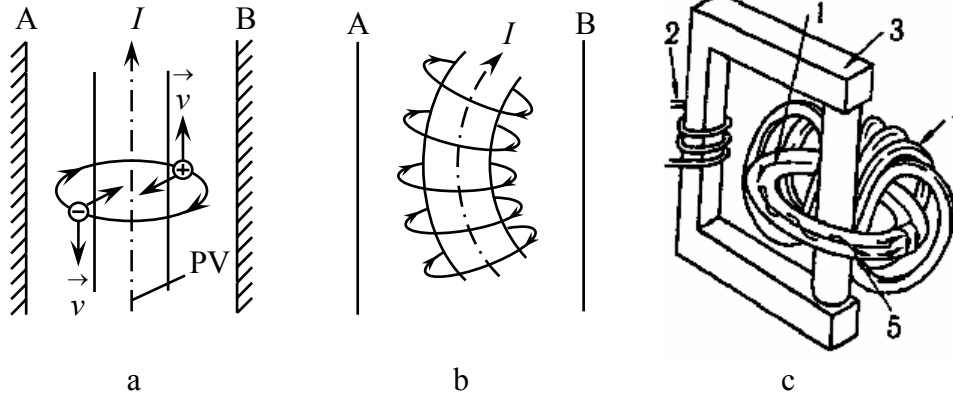
**Sintezės reakcijų energinė išeiga.** Sintzei reikalingoje temperatūroje dujos yra *plazminiame būvyje* – jų atomai visiškai jonizuoti. Plazmą apibūdina du parametrai – jos tankis  $n$  ir laikas  $\tau$ , kurį plazmos aukšta temperatūra išlaikoma. Nuo šio laiko priklauso sąveikaujančių branduolių skaičius, o tuo pačiu ir energinė reakcijos išeiga. Sintezės reakcijoje išsiskyrusi energija viršija plazmai gauti sunaudotą energiją, t.y. jos vidinę energiją, jei sandauga  $n\tau$  bus didesnė už *Lousono*

kriterijų  $L_k: n\tau > L_k$ . Plazmos vidinė energija priklauso nuo temperatūros  $T$ . Esant  $T \sim 10^8 K$

(8.9.1) reakcijos dydis  $L_k \sim 10^{20} s/m^3$ .

**Sintezės reakcijų valdymo problemos.** Sintezės reakcijai įvykdyti reikalingą temperatūrą galima gauti pirminio atominio užtaiso (pvz.,  $^{235}U$ ), t.y. *atominės bombos*, sprogimu. Jos centre temperatūra trumpai akimirksniui siekia  $\sim 10^7 K$ . Prasidėjus (8.9.1) reakcijai, įvyksta vandenilinio užtaiso (*vandenilinės bombos*) sprogimas. Be abejo, ši reakcija yra nevaldoma.

Sintezės reakcijai valdyti reikia tam tikrame tūryje ir gana ilgą laiką palaikyti  $10^8 K$  temperatūrą. Ją gauna pro plazmą praleidžiant labai stiprią srovę.



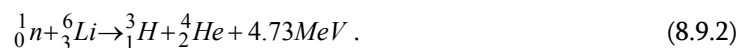
8.6 pav.

Išsiskyrusi džaulio šiluma plazmą įkaitina. Karšta plazma, besiliesdama su indo sienelėmis, vėsta, o sienelių medžiagą garina. Kad šito išvengti, plazmą reikia atitraukti nuo indo sienelių. Tam panaudoja pačios srovės sukurtą magnetinį lauką. 8.6, a paveiksle parodytos plazma tekančios srovės  $I$  kuriamo magnetinio

lauko indukcijos linijų bei krūvininkų judėjimo kryptys. Į greičiu  $\vec{v}$  judančius krūvininkus veikianti Lorencio jėga  $\vec{F}$  suspaudžia plazmą į „virvelę“ ir atskiria ją nuo indo sienelių A ir B. Plazma pradžioje greitai susitraukia į virvelę, jos temperatūra pakyla virš  $10^6 K$ . Bet ilgesnį laiką šios temperatūros nebuvo galima išlaikyti, nes plazmos virvelė deformuojasi, pasiekia indo sienelės (8.6 pav., b) ir atvėsta.

Plazmos virvelės padėtį galima dalinai stabilizuoti ją patalpinus į išorinį *toroidinį* magnetinį lauką. Toks įrenginys, pavaizduotas 8.6, c paveiksle, vadinamas *tokomaku*<sup>1</sup>. Čia 1 – plazma, esanti *toroido* pavidalo vamzdelyje; 2 – transformatoriaus pirminė apvija; 3 – jo geležinė šerdis; 4 – toroido pavidalo ritė, kurianti išorinį magnetinį lauką; 5 – ritės ir plazmos srovės sukurtas *sraigtinis* magnetinis laukas. Plazma sudaro transformatoriaus antrinę apviją, kurioje srovę indukuoja šerdies kintamas magnetinis laukas. Jį kuria pirminės apvijos srovė. Krūvininkai juda išilgai vamzdelio ir ritės bendros ašinės linijos; jų trajektorija – sraigtinė. Plazmos srovės magnetinis laukas formuoja virvutę, o ritės toroidinis laukas – stabilizuoja jos padėtį. Visgi tokomakų parametrai tik artimi tiems, kurie būtini Lousono kriterijui tenkinti. Kol kas iš išorinio šaltinio energijos paimama daugiau, negu sintezės reakcijoje išsiskiria. Geriausi rezultatai 1991 m. pasiekti tarptautinėje laboratorijoje, jungiančioje 14 Europos valstybių, su įrenginiu JET (Joint European Torus). Įrenginyje gauta  $4 \cdot 10^{20} m^{-3}$  tankio,  $3 \cdot 10^8 K$  temperatūros ir 2s išlaikyta plazma, o jo galingumas –  $1.7 MW$ .

Apie 80% (8.9.1) reakcijoje išsiskyrusios energijos sudaro greitų neutronų kinetinė energija. Išlėkę iš toroidinio vamzdelio, jie patenka į išorinį iš ličio pagamintą gaubtą ir sukelia šitokią reakciją

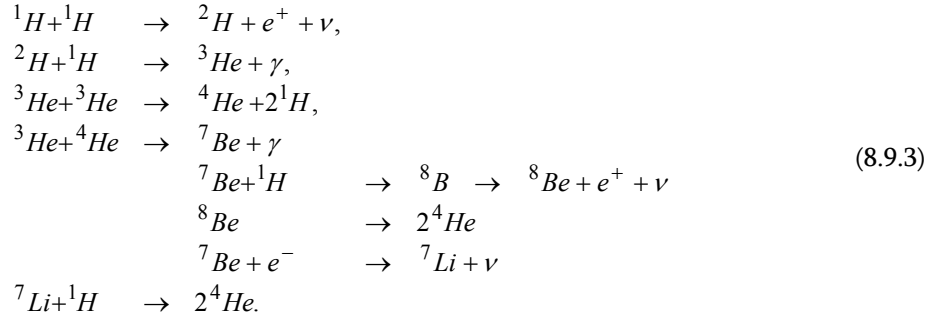


Išsiskyrusi  $4.73 MeV$  energija yra tričio ir helio branduolių kinetinė energija, kuri juos stabdant gaubte, virsta šiluma. Ją aušalas nukreipia į šilumokaitį ir paverčia elektra.

<sup>1</sup> Токамак – termino „Торoidalная камера с магнитными катушками“ trumpinys.

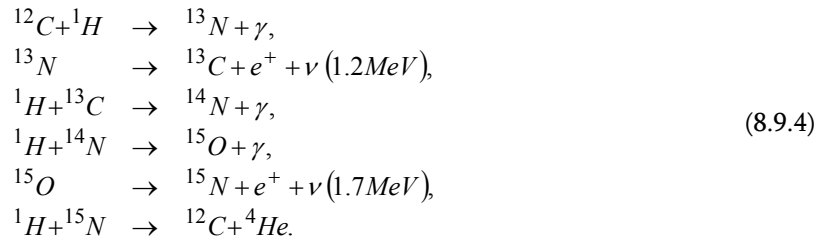
**Saulės ir kitų žvaigždžių energija.** 1929 m. R. Atkinsonas ir F. Choutermanas iškėlė hipotezę, kad Saulėje ir kitose žvaigždėse yra sąlygos sintezės reakcijai vykti.

Šiuolaikiniu požiūriu Saulė susidarė įvykus vandenilio dujų gravitacinei kondensacijai. Gravitacinės energijos dalis virto šiluma. Manoma, kad artimos Saulės masei žvaigždės susidarymas tęsiasi apie  $10^7$  metų. Žvaigždės temperatūra pamažu didėjo ir pasiekus  $\sim 10^7 K$ , prasidėjo vadinamoji protono-protono ciklo sintezės reakcija. Šio ciklo rezultate keturi vandenilio branduoliai susijungia į du helio branduolius ir išskiria  $26.2 MeV$  energijos kiekį:



Šio ciklo trukmė priklauso nuo žvaigždės masės ir vandenilio išteklių. Saulės spinduliuotės spektrinė analizė parodo, kad jos atmosferos išorinį sluoksnį (chromosferą) pagrindė sudaro helis ir vandenilis.

1938 m. H. Betė nurodė, kad karštesnėse už Saulę žvaigždėse įmanomas kitas ciklas. Jis vadinamas *anglies-azoto* ciklu ir įmanomas, jei žvaigždėse yra pakankamas deguonies ir anglies kiekis. Šio ciklo eigoje vandenilis, tarpininkaujant anglies atomams kaip katalizatoriams, virsta heliu ir išskiria  $25 MeV$  energijos kiekį. Šio ciklo reakcijų seka yra šitokia:



Matome, kad keturi vandenilio branduoliai virsta helio branduoliu bei vyksta  $\gamma$  spindulių ir neutrinių ( $\nu$ ) spinduliavimas.

Sunkiai išsprendžiama laboratorinėmis sąlygomis problema (aukštos temperatūros gavimas ir plazmos izoliavimas nuo sienelių) žvaigždėse susidaro paprastai: žvaigždžių milžiniškas dydis<sup>1</sup> leidžia turėti jų centre aukštą temperatūrą<sup>2</sup>, o jos lėtas mažėjimas žvaigždės išorės link<sup>3</sup> sudaro jos gelmių gerą šiluminę izoliaciją.

## Kontroliniai klausimai

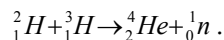
1. Kodėl sintezės reakcijoms gauti reikalingos aukštos temperatūros?
2. Nusakykite plazmą apibūdinančius parametrus.
3. Kaip plazma izoliuojama nuo indo sienelių?
4. Išvardinkite žvaigždėse vykstančius sintezės reakcijų ciklus.

<sup>1-3</sup> Saulės spindulys  $R = 7 \cdot 10^8 m$ , gelmių temperatūra  $\sim 14 \cdot 10^6 K$ , paviršiaus –  $6000 K$ .

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Vandenilinės bombos sprogo metu vyksta sintezės reakcija. Jos metu iš vandenilio izotopų deuterio ir tričio susidaro helis. Parašykite sintezės reakcijos lygtį, apskaičiuokite išsiskyrusios energijos kiekį  $W$ . Kokio dydžio energija  $W_1$  gausis susidarant  $m = 1g$  helio?

Sintezės reakcija yra šitokia



Jos metu išsiskyrusios energijos kiekis

$$W = \left( m_{{}_2H} + m_{{}_3H} - m_{{}_4He} - m_{{}_1n} \right) c^2 = 931.5 \Delta m (MeV);$$

čia  $\Delta m$  – reakcijos masės defektas, išreikštas  $u$  vienetais. Įrašę reakcijos dalyvių mases, turėsime:

$$W = 931.5(2.01410 + 3.01605 - 4.00260 - 1.00876) = 17.6 MeV = 28.2 \cdot 10^{-13} J.$$

Atomų skaičius  $m$  masės medžiagoje lygus  $m/M$  (čia  $M$  – atomo masė). Tuomet dydis

$$W_1 = W \cdot \frac{m}{M} = 28.2 \cdot 10^{-13} \cdot \frac{10^{-3}}{4 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}} = 4.2 \cdot 10^{11} J = 11.8 \cdot 10^5 kWh.$$

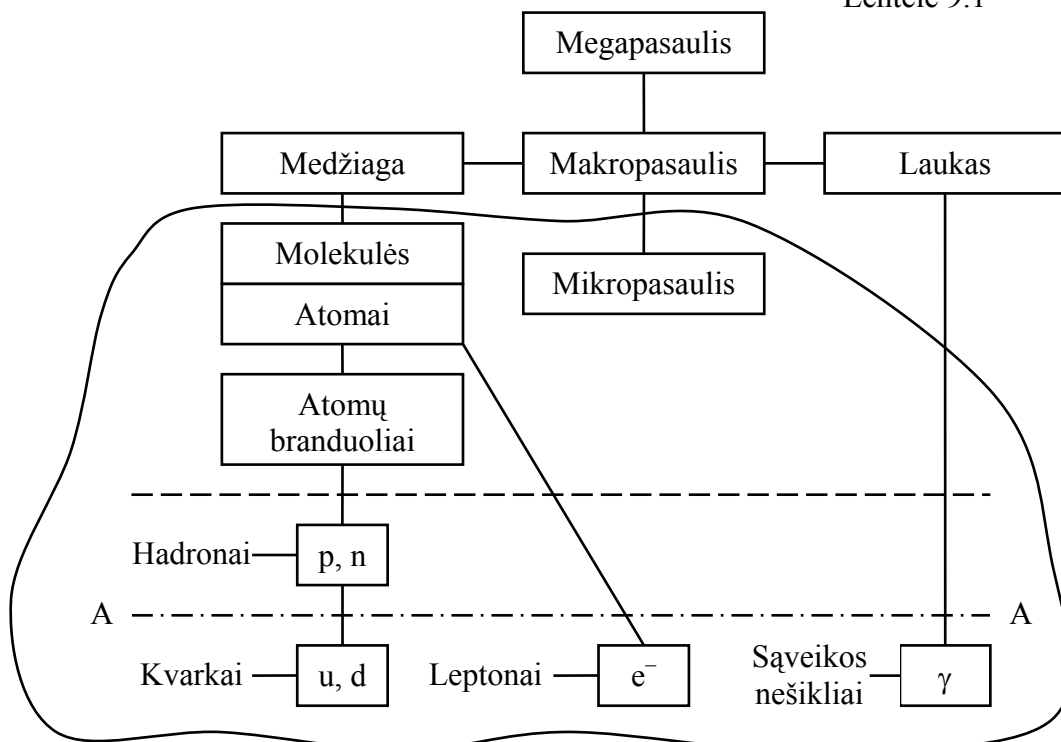


## 9. Elementariosios dalelės

### 9.1 Makro ir mikropasaulių masteliai

Fizikines sistemas galima suskirstyti pagal įvairius požymius. Vienas jų – tiriamų objektų būdingasis dydis (matmuo) ir būdingasis atstumas tarp jų. Pasaulio suskirstymas pagal šį požymį pateiktas 9.1 lentelėje. Mus betarpiškai supantys kūnai sudaro *makropasaulį* ir yra makrofizikos

Lentelė 9.1



tyrimo objektas. Jos pradininkai yra G.Galilėjus (1564-1642) ir I.Niutonas (1643-1727). Jų laikų fizikai nagrinėjo kūnų kritimą, dangaus kūnų judėjimą, kūnų tamprumą ir t.t. Makropasaulį aprašanti klasikinė fizika skaito, kad materija egzistuoja *medžiaginėje* ir *lauko* pavidaluose ir pasižymi priešingomis savybėmis: medžiaginė – *diskretinėmis*, o lauko – *tolydinėmis* savybėmis.

Jei būdingieji atstumai sudaro milijonus šviesmečių kalbame apie *megapasaulį*. Jį tiria *kosmologija* arba *astrofizika*. *Mikropasaulį* sudaro mažesnės už  $10^{-8} m$  fizikinės sistemos: molekulės, atomai, jų branduoliai ir t.t. Jų savybes tiria *kvantinė fizika*. Geriausiai ištirta mikropasaulio struktūra, lentelėje pažymėta pabanguota linija.

XIX a. buvo nustatyta, kad medžiaga sudaryta iš molekulių, o molekulės – iš atomų. Fizikinių matavimų mastelis sumažėjo iki  $10^{-10} m$  ir buvo pasiektas mikropasaulio *pirmasis matmenų lygis*. Jis vadinamas *atominiu (molekuliniu)* lygiu, jo būdingieji matmenys  $R \approx 10^{-8} - 10^{-10} m$ .

1911 m. E.Rezerfordas, tirdamas  $\alpha$  dalelių sklaidą medžiagoje, atrado branduolį. Branduoliai sudaro mikropasaulio antrąjį *branduolinį* lygį, kurių būdingasis mastelis  $R \approx 10^{-14} - 10^{-15} m$ .

Branduolį sudarantys protonai (p) ir neutronai (n), t.y. nukleonai priklauso labai plačiai dalelių klasei, kuri vadinama *hadronine* klase. Trečiojo, *hadroninio*, lygio mastelis  $R \approx 10^{-15} m$ .

Ilgainiui paaiškėjo, kad nukleonai sudaryti iš dar „smulkesnių“ dalelių, kurios lentelėje pažymėtos u, d simboliais. Šios dalelės priskiriamos *kvarkų* klasei. Iš kitokių kvarkų sudaryti visi *hadronai*. Kvarkų, t.y. ketvirtojo lygio, būdingasis mastelis  $R \approx 10^{-17} m$ .

Žinome, kad aplink branduolį juda  $Z$  elektronų ( $e^-$ ). Jų masė tesudaro maždaug  $2.5 \cdot 10^{-4}$  dalį atomų masės. Elektronai ir kitos dalelės priklauso *leptonų* klasei ir priklauso ketvirtajam, *leptoniniam*, matmenų lygiui. Apie kvarkus ir leptonus dar kalbėsime sekančiuose skyriuose.

**Dalelių elementarumo samprata.** Pagal šių dienų sampratą neturinčios vidinės struktūros (infrastruktūros), t.y. nedalomos, dalelės vadinamos *elementariosiomis dalelėmis*. Elementarumo supratimas laikui bėgant keitėsi: jau nuo Antikos laikų (Demokritas) nedalomais buvo laikomi atomai. Tačiau 1919 m/ buvo atrastas protonas ir paaiškėjo atomo dalumas: jį sudaro branduolys ir elektronai. 1932 m. aptiktas neutronas, o jo atradimas svarbus tuo, kad buvo paaiškinta branduolio infrastruktūra. Kurį laiką buvo manoma, kad protonas, neutronas ir elektronas ir yra elementarios dalelės. Tačiau vėliau paaiškėjo, kad protonas, neutronas ir kiti hadronai nėra stabilios dalelės – jos virsta kitomis dalelėmis. Taigi hadronus netinka vadinti elementariomis dalelėmis. Mūsų dienų požiūriu elementariomis dalelėmis (jas dar vadina *fundamentaliomis*) vadina tik daleles, išsidėsčiusias žemiau brūkšniuotos A-A linijos (žr. 9.1 lent.), t.y. kvarkus, leptonus ir elektromagnetinės sąveikos nešiklius – fotonus, kurie lentelėje pažymėti  $\gamma$  simboliu.

Pastebėsime, kad juo mažesnių matmenų dalelių sandara yra tiriama, tuo didesnių energijų dalelių reikia. Dabar, naudojant greitintuvais gaunamų labai didelių energijų (iki  $10^{12} eV$ ) dalelių pluoštelių, ištirtos iki  $R = 10^{-19} m$  matmenų dalelės. Šiuose atstumuose elektronų vidinė struktūra dar neišryškėja. Tik dar galingesni greitintuvai (iki  $10^{15} eV$ ) leis gauti duomenų apie elektronų sandarą, t.y. patvirtinti arba paneigti jų elementarumą (fundamentalumą).

### Kontroliniai klausimai

1. Išvardinkite mikropasaulio matmenų lygius ir nusakykite jų matmenis.
2. Kokios dalelės vadinamos elementariomis?
3. Išvardinkite elementarias daleles.

## 9.2 Dalelės ir antidalelės

**Svarbiausios dalelių charakteristikos.** Visos dalelės apibūdinamos tam tikru charakteristikų rinkiniu. Jų skaičius viršija 10. Pačios svarbiausios – masė, vidutinė gyvavimo trukmė, sukinys, elektrinis krūvis ir magnetinis momentas. Su kitomis susipažinsime vėliau. Čia trumpai jas aprašysime.

**Dalelių masė.** Ji išreiškiamam energijos vienetais ( $MeV$  arba  $GeV$ ) ir lentelėse nurodoma ne dalelių masė  $m$ , o jų rimties energija  $W_0 = mc^2$ . Tai patogiu, nes aprašant dalelių virsmų procesus taikomas energijos tvermės dėsnis. Lengviausi yra neutrinai (žr. 9.4 lentelę), sunkiausia dalelė – tarpinis bozonas, jis už nukleonus sunkesnis  $\sim 100$  kartų.

**Vidutinė gyvavimo trukmė.** Dauguma dalelių yra nestabilios ir virsta kitomis dalelėmis. Dalelių vidutinė gyvavimo trukmė (žymima  $\tau$ , matuojama sekundėmis) yra jų stabilumo matas. Elektronas, protonas, fotonas ir neutrinai yra absoliučiai stabilios dalelės ( $\tau = \infty$ ) - jų virsmai eksperimentuose neužregistruoti:

$$\tau_e^{exp} > 2 \cdot 10^{22} \text{ metų}, \tau_p^{exp} > 2 \cdot 10^{32} \text{ metų}.$$

Neutronas – kvazistabili dalelė, o jo paskutiniųjų (1986 m.) gyvavimo trukmės matavimų vertė  $\tau_n = (896 \pm 16)s$ . Egzistuoja grupės dalelių, kurių gyvavimo trukmė yra  $10^{-6}$ ,  $10^{-8}$ ,  $10^{-10}$ ,  $10^{-13}s$  ir ypač trumpai gyvenančių dalelių – rezonansų, dydis  $\tau = 10^{-24} - 10^{-23}s$ .

**Sukinys.** Apie elektrono sukinį jau buvo rašyta (6.4) skirsnyje. Dalelės savasis impulso momentas (sukinys)  $\vec{L}_s$  apibūdinamas šitaip:  $|\vec{L}_s| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$ ; čia  $J$  - sukinio kvantinis skaičius. Sukinio didžiausia projekcijos vertė yra  $J\hbar$  ir ją įprasta vadinanti dalelės sukinium. Taip pat įprasta sukinius pateikti vien  $J$  skaičiumi prie  $\hbar$ . Tuomet jis visada yra sveikas arba pusinis skaičius:  $J = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots, 6$ . Elektrono, nukleonų, neutrinų ir kt. dalelių sukinys lygus  $1/2$ , fotono –  $1$ , o didžiausią sukinio vertę ( $J = 6$ ) turi 1983 m. aptikta dalelė, kuri vadinama *mezoniniu rezonansu*. Dalelės sukinys – svarbiausia jos charakteristika. Nejudančios dalelės sukinio vektorius nusako išskirtinę kryptį<sup>1</sup> erdvėje. Tuomet bet kuris kitas fizikinis dydis  $\vec{A}$ , charakterizuojantis nejudančią dalelę, turi būti lygiagretus (antilygiagretūs)  $\vec{L}_s$  vektoriui:

<sup>1</sup> Judančiai dalelei ji sutampa su greičio (impulso) kryptimi.

$$\vec{A} = a \vec{L}_s \quad (9.2.1)$$

čia  $a > 0$  (arba  $< 0$ ) – proporcingumo koeficientas.

**Krūvis.** Visų dalelių elektrinis krūvis  $Q$ , išreikštas elementaraus krūvio  $e$  vienetais, yra sveikas skaičius: paprastai dalelių  $Q = 0, \pm 1$ , o kai kurių rezonansų -  $Q = \pm 2$ . Taigi krūvio vertė kinta *diskrečiai* ir dydį  $Q$  vadina *elektrinio krūvio kvantiniu skaičiumi*.

**Magnetinis momentas.** Iš (9.2.1) išplaukia, kad dalelės magnetinis momentas  $\vec{p}_m$  ir sukinys  $\vec{L}_s$  yra lygiagretūs (antilygiagretūs):  $\vec{p}_m = \pm \gamma \vec{L}_s$ ; čia  $\gamma$  - giromagnetinis koeficientas. Taigi, dalelės, *turinčios mechaninį momentą, turi ir magnetinį momentą*. Magnetinio momento projekcija į  $Z$  ašį lygi  $p_{mZ} = \gamma m_J$ ; čia  $m_J = J, J-1, \dots, -(J-1), -J$  yra sukinio magnetinis kvantinis skaičius. Matome, kad magnetinio momento projekcijų vertės kinta *diskrečiai*. Magnetinio momento projekcijos didžiausią vertę, atitinkančią ir didžiausiai dydžio  $m_J$  vertei, t.y.  $m_J = J$ , vadina *dalelės savuoju magnetiniu momentu* (žymima  $\mu$  simboliu):

$$\mu = \gamma J. \quad (9.2.2)$$

Dydis  $\mu$  yra teigiamas, jei  $\vec{p}_m$  ir  $\vec{L}_s$  vektoriai yra vienodų kryptių ir yra neigiamas – jei priešingų. Neutrono dydis  $\mu$  yra neigiamas, elektrono ir protono – teigiamas, o fotonų ir neutrinų lygus nuliui.

**Antidalelės.** Beveik visoms dalelėms būdingos dvi fundamentalios savybės: 1) jų savitarpio virsmai ir 2) dalelė turi porininką – antidalelę. Antidalelę įprasta žymėti dalelės simboliu, pažymint jį bangele.

Antidalelių egzistavimą 1931 m. numatė P.Dirakas. Iš jo reliatyvistinės Šredingerio lygties sprendinių sekė, kad dalelės ir antidalelės masė, gyvavimo trukmė ir sukinys yra vienodi. Taip pat vienodi elektrinio krūvio ir savojo magnetinio momento (9.2.2) moduliai, tačiau jų ženklai yra priešingi.

9.4 skirsnyje pamatysime, kad dalelėms ir antidalelėms priskiriami dar du „krūviai“ – barioninis ir leptoninis. Dalelių šie krūviai yra teigiami, antidalelių – neigiami. Jei dalelės neturi nei elektrinio krūvio, nei magnetinio momento (pvz., neutrinai), tuomet tokios dalelės nuo savo antidalelių skiriasi šių krūvių ženklais. Gamtoje yra dalelių, kurių visi trys krūviai – elektrinis, barioninis ir leptoninis – lygus nuliui. Tokios dalelės vadinamos *tikrai* (arba *absoliučiai*) *neutraliomis*. Tokie yra *fotonai*,  $\pi^0$  *mezonai* ir *eta mezonai*. Tikrai neutralios dalelės antidalelių neturi – šiuo atveju dalelė ir antidalelė *tapatingos*.

Masės  $m$  antidalelė galima gauti apšaudant taikinį didelės energijos ( $W \geq 2mc^2$ ) dalelėmis. Pavyzdžiui, elektroną  $e^-$  ir jo antidalelę  $e^+$  – pozitroną dažnai gauna švitinant ne mažesnės kaip  $W = 1.02 MeV$  energijos gama fotonais įelektrintą dalelę  $X$  (pvz., branduolį):

$$\gamma + X \rightarrow X + e^- + e^+. \quad (9.2.3)$$

Dalelė  $X$  reikalinga judesio kiekio tvermei išlaikyti.

Pirmąją antidalelę, pozitroną, 1932 m. aptiko K. Andersonas, tirdamas kosminių spindulių pėdsakus Vilsono kameroje. 1955 m. Berklio (JAV) laboratorijoje protonais apšaudant ( $W = 6.3 GeV$ ) vario taikinį, pastebėtas *antiprotono* susidarymas. Dviem metais vėliau toje pačioje laboratorijoje buvo gautas *antineutronas* – antidalelė neutronui.

**Anihiliacija.** Pozitronas aplinkoje, kur yra daug elektronų, gyvuoja neilgai. Suartėjus su elektronu, jie abu išnyksta ir virsta gama fotonais. Šis procesas vadinamas *anihilacija* arba *išmedžiagėjimu*. Šios poros anihiliacija vyksta pagal šitokią schemą:

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma (+\gamma), \quad (9.2.4)$$

t.y. anihiliuojant atsiranda du, rečiau trys, gama fotonai. Elektrono ir pozitrono bendra energija  $2mc^2$  virsta elektromagnetinės spinduliuotės energija.

Anihiliacija paprastai vyksta tarp lėtai judančių porininkų. Jei dalelių greičiai yra labai dideli, tai porininkų anihiliacija gali ir neįvykti, o susidaryti naujos, net labai sunkios dalelės. Taip pat neanihiluoja absoliučiai neutralios dalelės.

**Antimedžiaga.** Teoriškai tikėtina hipotezė, kad iš antidalelių galima sudaryti materiją, kurią pavadinkime *antimedžiaga*. Tuomet *antiatomas* – tai iš *antiprotonų* ir *antineutronų* sudarytas *antibranduolys* ir apie jį skriejantys antielektronai, t.y. pozitronai. Pirmąjį antibranduolį – antideutroną – 1965 m. užregistravo JAV laboratorijoje. 1969 m. Serpuchovo (Rusija) protonų greitintuve aptiktas  ${}^3_2He$  izotopo antibranduolys. Kadangi atomai ir jų antiatomas anihiliuoja, tai Žemės sąlygomis jie gyvuoja trumpai ir stebimi tik didelės energijos greitintuvuose. Pastebėsime, kad atomo ir antiatomo energinis spektras yra tapatus. Todėl antiatomo išspinduliuotas *antifotonas* yra tapatus atomo išspinduliuotam fotonui, nes fotonas yra tikrai neutrali dalelė. Taigi, jei kur nors Visatoje ir egzistuoja antimedžiaga, ją spektroskopiškai aptikti neįmanoma.

## Kontroliniai klausimai

1. Išvardinkite dalelių svarbiausias charakteristikas.
2. Kokios dalelių ir antidalelių charakteristikos yra vienodos ir kokios skirtingos?
3. Kodėl ( $e^+$ ,  $e^-$ ) porai sukurti reikalinga kita (pvz., branduolys) dalelė?
4. Ką vadiname anihiliacija? Išvardinkite atvejus, kai ji neįvyks.

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Vienodos  $W = 1\text{MeV}$  energijos elektronas ir pozitronas susiduria priešpriešiniuose pluošteluose ir anihiliuoja. Apskaičiuokite susikūrusių fotonų bangos ilgį  $\lambda$ .

Anihiliuojant susikurs du, judantys priešingomis kryptimis, fotonai. Jiems ir anihiliuojančiai porai taikome energijos tvermės dėsnį:  $2(W + W_0) = 2h\nu = 2hc/\lambda$ ; čia  $W_0 = 0.51\text{MeV}$  – porininko savoji (rimties) energija,  $h\nu$  – fotono energija. Iš lygybės turėsime:  $\lambda = hc/(W + W_0) \approx 8.3 \cdot 10^{-13} \text{m} = 0.83 \text{pm}$ .

2. Apskaičiuokite energiją fotonų, atsiradusių suirus  $\pi^0$  mezonui. Jo masė  $m = 134.6\text{MeV}$ .

$\pi^0$  mezonas ir fotonas yra absoliučiai neutralios dalelės, todėl kitų dalelių neturėtų susidaryti. Judesio kiekio tvermė išsilaikys, jei susikurs du priešingomis kryptimis judantys fotonai. Mezonų virsmas aprašomas šitokia schema:  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ , o fotonų energija lygi mezonų rimties energijai:  $2h\nu = mc^2$ . Iš čia  $h\nu = 134.6\text{MeV} : 2 = 67.3\text{MeV}$ .

### 9.3 Fundamentalios sąveikos

Visus procesus, kuriuose dalyvauja dalelės, sąlygoja jų sąveika.

**Sąveikų tipai.** Gamtoje žinomos keturios fundamentalios sąveikos: *stiprioji, elektromagnetinė, silpnoji ir gravitacinė*.

*Stiprioji sąveika* būdinga dalelėms, kurios vadinamos hadronais<sup>1</sup>. Geriausiai žinomas jų pasireiškimas – branduolinės jėgos, kurios sąlygoja branduolių susidarymą.

*Elektromagnetinė sąveika* pasireiškia tarp elektringų dalelių (pvz., dviejų elektronų ir t.t.). Tai plačiausiai pasireiškianti ir geriausiai ištirta sąveika. Šios sąveikos pavyzdys – Kuloninės jėgos, sąlygojančios atomų susidarymą. Nuo jų priklauso kūnų makroskopinės savybės, dalelių atsiradimas ir jų anihiliacija, Komptono ir kt. sklaidos ir t.t.

*Silpnoji sąveika* būdinga visoms, išskyrus fotonus, dalelėms. Geriausiai žinomas jos pasireiškimas – atomų branduolių beta virsmai ir nestabilių dalelių irimas.

*Gravitacinė sąveika* yra universali, t.y. būdinga visiems Visatos kūnams, pasireiškianti kaip visuotinės traukos jėga. Gravitacinė sąveika sąlygoja žvaigždžių, planetų sistemų egzistavimą, tačiau būdama labai silpna (žr. žemiau), mikrodalelių pasaulyje nepasireiškia.

Viena sąveika nuo kitos skiriasi *sąveikos stiprumo konstanta  $\alpha$ , veikimo siekiu  $R$ , sąveikos trukme  $\tau$* .

**Sąveikų stiprumas.** Elektromagnetinės ir gravitacinės sąveikų stiprumas priklauso nuo atstumo  $r$  tarp dalelių. Todėl šių sąveikų dydis skaičiuojamas *būdingam* atstumui, kuris *prilyginamas sąveikaujančių dalelių komptoniniam bangos ilgiui  $\Lambda$*  (žr. 3.5 sk.), t.y.  $r = \Lambda = \hbar/(mc)$ ; čia  $m$  – dalelės masė. Sąveikos stiprumas  $\alpha$  apibūdinamas šitaip: *dydis  $\alpha$  lygus*

<sup>1</sup> Hadros (graikiškai) – stiprus, masyvus, stambus.

dvių dalelių, nutolusių atstumu  $\Lambda$ , sąveikos energijos  $W(\Lambda)$  ir dalelės rimties energijos  $mc^2$  santykiui:  $\alpha = W(\Lambda)/(mc^2)$ .

Tarkime, kas dalelių<sup>1</sup> krūvis  $q$  lygus elementariam krūviui  $e$ . Jų kuloninės sąveikos energija  $W(\Lambda) = e^2/(4\pi\epsilon_0\Lambda)$ . Tuomet elektromagnetinės sąveikos stiprumas bus šitoks:  $\alpha_E = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) \approx 1/137 \approx 10^{-2}$ .

Gravitacinės sąveikos stiprumą  $\alpha_G$  rasime palyginę dviejų krūvininkų (pvz., protonų) gravitacinės sąveikos energiją  $W_G$  su jų kuloninės sąveikos energija  $W_E$ :

$$\alpha_G : \alpha_E = W_G : W_E = \frac{Gm_p^2}{r} : \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = 4\pi\epsilon_0 \frac{Gm_p^2}{e^2};$$

čia  $G$  - gravitacinė konstanta,  $m_p$  - protono masė. Įrašę dydžių vertes, gautume  $\alpha_G : \alpha_E \approx 10^{-36}$ ; iš čia  $\alpha_G \sim 10^{-38}$ .

Prijungę dar likusių dviejų  $\alpha_S$  ir  $\alpha_W$  konstantų vertes (jas įvertinsime<sup>3</sup> uždaviniuose), gausime šitokius fundamentaliųjų sąveikų stiprumus

$$\alpha_S \sim 1, \alpha_E \sim 10^{-2}, \alpha_W \sim 10^{-14}, \alpha_G \sim 10^{-38}; \quad (9.3.1)$$

čia apatiniai indeksai – sąveikų simboliai:  $S$  - stipriosios (strong),  $E$  - elektromagnetinės (electromagnetic),  $W$  - silpnosios (weak),  $G$  - gravitacinės (gravitational).

Matome, kad plačiai pasireiškianti elektromagnetinė sąveika tik ~100 kartų silpnesnė už stipriąją. Jei dalelių virsmuose dalyvauja stiprioji ir silpnoji sąveikos – vyraus stiprioji, o silpnoji pasireikš tik tuomet, jei tvėrmės dėsniai neleis pasireikšti stipriajai sąveikai. Sąveikų mechanizmus ir tvėrmės dėsnius aptarime (9.7) ir (9.5) skirsniuose. Čia tik pažymėsime, kad silpnoji sąveika yra vienintelė gamtos jėga, *ardanti* branduolius ir daleles.

**Sąveikų siekis.** Ji sieja su sąveikos energijos priklausomybe nuo nuotolio tarp dalelių. Silpnoji ir stiprioji sąveikos didėjant nuotoliui labai sparčiai (*eksponentiškai*) mažėja. Todėl jos pasireiškia mažuose nuotoliuose, o jų siekis yra *baigtinio* dydžio. Priešingai, elektromagnetinės ir gravitacinės sąveikų siekiai yra *begalinio* dydžio ( $R = \infty$ ) - didėjant nuotoliui tarp dalelių šios sąveikos mažėja

<sup>1</sup> Čia nagrinėsime protonų sąveiką, kadangi jie priešingai, tarkime, elektronams, dalyvauja visose keturiose sąveikose.

<sup>2</sup> Dydis  $\alpha_E = 1/137$  nusako vandenilio atomų energijos lygmenų skilimą, susietą su elektrono sukiniu, ir vadinamas lygmenų *smulkiosios struktūros konstanta*.

<sup>3</sup> Jų griežtas išvedimas įmanomas tik laukų kvantinės teorijos rėmuose.

lėtai (kaip  $1/r$ ). Stipriosios (žr. uždavinius) ir silpnosios sąveikų siekių vertės nustatomos iš eksperimentinių duomenų – juos prijungę, turėsime šitokias siekių vertes:

$$R_S \sim 10^{-15} m, R_E = \infty, R_W \sim 10^{-18} m, R_G = \infty. \quad (9.3.2)$$

9.7 skirsnyje pamatysime, jog siekio vertė priklauso nuo sąveikos nešiklio masės.

**Sąveikų trukmė.** Šios sąveikos prasmė yra sąlyginė. Sąveikos trukmė lygi minimaliam dalelės gyvavimo laikui, kuris priklauso nuo sąveikos, dėl kurios dalelė suyra, stiprumo. Todėl šis dydis lygus laiko tarpui, per kurį sąveikos nešiklis greičiu  $v$  perlėkia dalelę:  $\tau = R_0/v$ . Dalelių greitis artimas šviesos greičiui  $c$ , o daugumos dalelių spindulys  $R_0 \sim 10^{-15} m$ , tai dydis  $\tau$  apytiksliai lygus  $3 \cdot 10^{-24} s$ . Lėtesnių dalelių tas laikas didesnis. Šiaip sąveikos laikas nėra konstanta ir priklauso nuo dalelės ir jos energijos. Apibendrinus įvairių dalelių gyvavimo laikus, gautos tokios vidutinės sąveikų trukmės vertės:

$$\tau_S = 10^{-23} s, \tau_E = 10^{-20} s, \tau_W = 10^{-13} s, \tau_G = ?^1. \quad (9.3.3)$$

Įdomu pažymėti, kad skirtingų sąveikų  $\tau$  dydžių santykis apytiksliai lygus šių sąveikų  $\alpha$  dydžių atvirkštiniam santykiui. Taigi stiprioji sąveika pati „greičiausia“, o silpnoji – „lėčiausia“.

## Kontroliniai klausimai

1. Išvardinkite fundamentaliųjų sąveikų tipus.
2. Apibrėžkite sąveikos stiprumo sąvoką.
3. Apibrėžkite sąveikos trukmės sąvoką.

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. *Gaukite stipriosios ir silpnosios sąveikų stiprumo konstantų verte.*

**Stiprioji sąveika.** Sudarykime fiktyvųjį branduolinį krūvį  $q_b$ . Jo vertė šitaip nustatoma. Branduolio vidutinė savitoji ryšio energija  $\delta W \cong 8 MeV$ , o jo spindulys  $R_0 \sim 10^{-15} m$ . Tuomet branduolio dviejų nukleonų sąveikos energija lygi  $\delta W = q_b^2/R_0$ . Iš sąveikos stiprumo konstantos apibrėžimo turėsime  $\alpha_S = (q_b^2/\Lambda_n): m_n c^2 = \frac{R_0 \delta W}{\hbar c} \approx 1$ ; čia  $\Lambda_n = \hbar/m_n c$  - nukleono Komptono bangos ilgis,  $m_n$  - jo masė.

**Silpnoji sąveika.** Dėl jos dalelės virsta kitomis dalelėmis. Šio proceso greitis priklauso nuo sąveikos stiprumo. Eksperimentinių rezultatų analizė parodo, kad silpnosios sąveikos virsmai  $10^{-14}$  kartų lėtesni už stipriosios sąveikos sukeltą virsmo greitį. Tiek kartų silpnosios sąveikos stiprumo koeficientas  $\alpha_W$  bus mažesnis už stipriosios sąveikos stiprumo koeficientą  $\alpha_S$ , t.y.  $\alpha_S \sim 10^{-14}$ .

2. *Įvertinkite stipriosios sąveikos siekį.*

Siekį įvertinsime pasinaudodami branduolio spindulio  $R_0$  formule:  $R_0 = 1.3 \cdot 10^{-15} A^{1/3}$ , čia  $A$  - branduolio masės skaičius. Tarkime, kad nukleonai branduolyje pasiskirstę tolygiai ir kad kiekvienam nukleonui priskirtas kubo

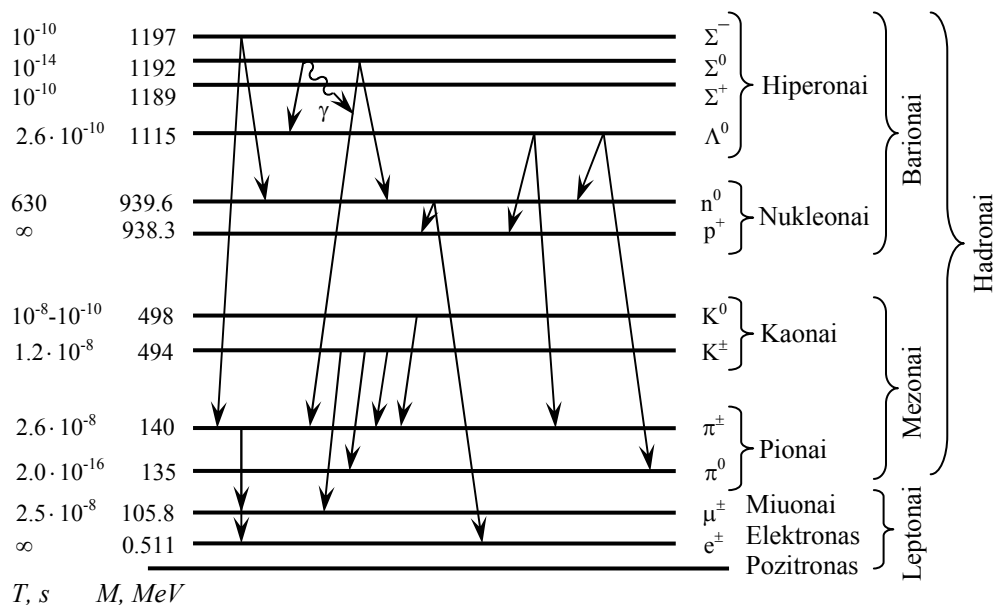
<sup>1</sup> Gravitacinės sąveikos mikroskopiniai pasireiškimai kol kas visiškai neištyrinėti.



formos narvelis. Tegul kubo briaunos ilgis  $\delta$  lygus stipriosios sąveikos siekiui  $R_S$ . Sulyginę dviem būdais užrašytą branduolio tūrį turėsime  $A\delta^3 = AR_S^3 = \frac{4}{3}\pi R_0^3$ , o iš čia  $R_S = \left(\frac{4\pi R_0^3}{3A}\right)^{1/3} = \left(\frac{4\pi 1.3^3 \cdot 10^{-45}}{3}\right)^{1/3} \sim 10^{-15}m = 1f$ .

## 9.4 Subatominių dalelių klasifikacija

Dalelės, kurių masė mažesnė už atomo masę, vadinamos *subatominėmis*. Dabar žinoma daugiau kaip 350 tokių dalelių. Jos pagal jų masę suskirstytos į 4 grupes: *fotonus*, *leptonus*, *mezonus* ir *barionus*. Dalelių pasiskirstymas pagal masę  $M$ , išreikšta energijos vienetais ( $MeV$ ), jų irimo amžius  $T$  ir žymėjimas pateikti (fotonai neparodyti) 9.1 paveiksle. Rodyklėmis pažymėti dalelių virsmų būdai.



9.1 pav.

Iš 9.1 paveikslo matome, kad dalelės pasiskirsčiusios (energijos mastelis ne visur išlaikytas) netolygiai. Šalia protono ir neutrono randasi masės  $1115MeV$  liamda  $\Lambda^0$  hiperonas ir trys artimų masių sigmos:  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^+$  hiperonai. Artimų masių dalelės vadinamos *izotropiniais multipliais*. Pavyzdžiui, liamda  $\Lambda^0$  sudaro *singuletą*, dalelės p ir n – *dubletą*, o sigmos  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^+$  bei mezonai  $\pi^-$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^+$  – *tripletą* ir t.t. Dalelių pasiskirstymą į multiplius galima paaiškinti priskyrus jiems *kvantinį skaičių*  $T$ , kuris vadinamas *izotopiniu sukiniu*<sup>1, 1</sup>. Dydis  $T$  parenkamas toks, kad dalelių skaičius

<sup>1</sup> Izotopinio sukinio sąvoką 1932 m. įvedė Heizenbergas. Jis pastebėjo, kad protono ir neutrono masės yra labai artimos ir iškėlė hipotezę, kad šios dalelės yra vienos dalelės – nukleono – skirtingos krūvinės būsenos.

multiplete būtų lygus  $2T+1$ . Multiplete dalelės apibūdinamos dar vienu *kvantiniu skaičiumi*  $T_Z$  - *izotopinio sukinio projekcija*. Jo vertės yra tokios<sup>2</sup>:  $T_Z = -T, -(T-1), \dots, (T-1), T$ . Pavyzdžiui, nukleoninio dubletu  $T = \frac{1}{2}$ , o  $T_Z = \pm \frac{1}{2}$ . Čia vertė  $T_Z = \frac{1}{2}$  priskiriama protonui, o  $T_Z = -\frac{1}{2}$  - neutronui. Pioniniam tripletui izotopinis sukinys  $T = 1$ , o jo projekcijos vertės yra -1, 0, 1 (čia vertė  $T_Z = -1$  priskiriama  $\pi^-$  mezonui,  $T_Z = 0$  -  $\pi^0$  mezonui ir  $T_Z = 1$  -  $\pi^+$  mezonui. Matome, kad dydis  $T_Z$  atspindi multipleto *krūvinę būseną*.

Dalelių paskirstymas į klases pagal jų masę pasirodė nėra visiškai teisingas. Yra leptonų  $\tau$ , kurių masės (pvz.,  $\tau^-$  masė lygi  $1784 MeV$ ) yra didesnės už mezonus ir dabar žinomi mezonai, kurių masės yra didesnės negu barionų (pvz. D mezonų masė maždaug dvigubai didesnė negu nukleonų). Todėl klasių pavadinimai jau nevisiškai atitinka dalelių masėms, nors daugeliui dalelių išlieka teisingi.

Vėliau dalelių klasifikacija buvo patikslinta atsižvelgus į jų sąveiką. Nors gravitacinė sąveika pasireiškia tarp visų dalelių, tačiau ji yra labai silpna ir manoma, kad dalelių virsmuose ir jų sisteminiui yra nesvarbi. Iš (9.1) paveikslo matome, kad visos dalelės suskirstytos į dvi stambias grupes: hadronus ir leptonus<sup>3</sup>, o hadronai – dar į barionus<sup>4</sup> ir mezonus<sup>5</sup>. Dalelės, dalyvaujančios *stipriojoje sąveikoje*, vadinamos *hadronais*. Tačiau visi hadronai dalyvauja dar silpnosios ir elektromagnetinės sąveikoje.

**Hadronai.** Hadronų grupė yra pati gausiausia. Jai (kartu su antidalelėmis) priklauso daugiau nei 300 dalelių. Jų klasifikacija ir pagrindinės savybės pateiktos 9.2 ir 9.3 lentelėse. Skiria *stabilius* (tiksliau metastabilius) ir *nestabilius* hadronus. Stabiliųjų hadronų vidutinė gyvavimo trukmė  $\tau \gg 10^{-23} s$ , o nestabiliųjų (jas vadina *rezonansais*) -  $\tau \sim 10^{-24} - 10^{-23} s$ . Visi rezonansai suyra dėl stipriosios, o stabilūs hadronai – dėl silpnosios sąveikos, dėl to pastarųjų gyvavimo trukmė yra

<sup>1</sup> Pareikalauta, kad izotopinis sukinys būtų vektorinis dydis. Vektorius  $\vec{T}$  išvedamas abstrakčioje *izotopinio sukinio erdvėje*, o jo orientacija šioje erdvėje yra kvantuota. Taip pat kvantuota yra ir šio vektoriaus projekcija  $T_Z$  į  $Oz$  ašį (ašis  $Oz$  yra taip pat abstrakti).

<sup>2</sup> Pastebėsime, kad tiek pat projekcijų į  $Oz$  ašį turi dalelės impulso momentas (sukinys). Todėl šiuo atveju elementariųjų dalelių teorijoje ir optinėje spektroskopijoje naudojami panašūs terminai, nors jų prasmė yra kita.

<sup>3</sup> Leptos (graikiškai) – lengvas.

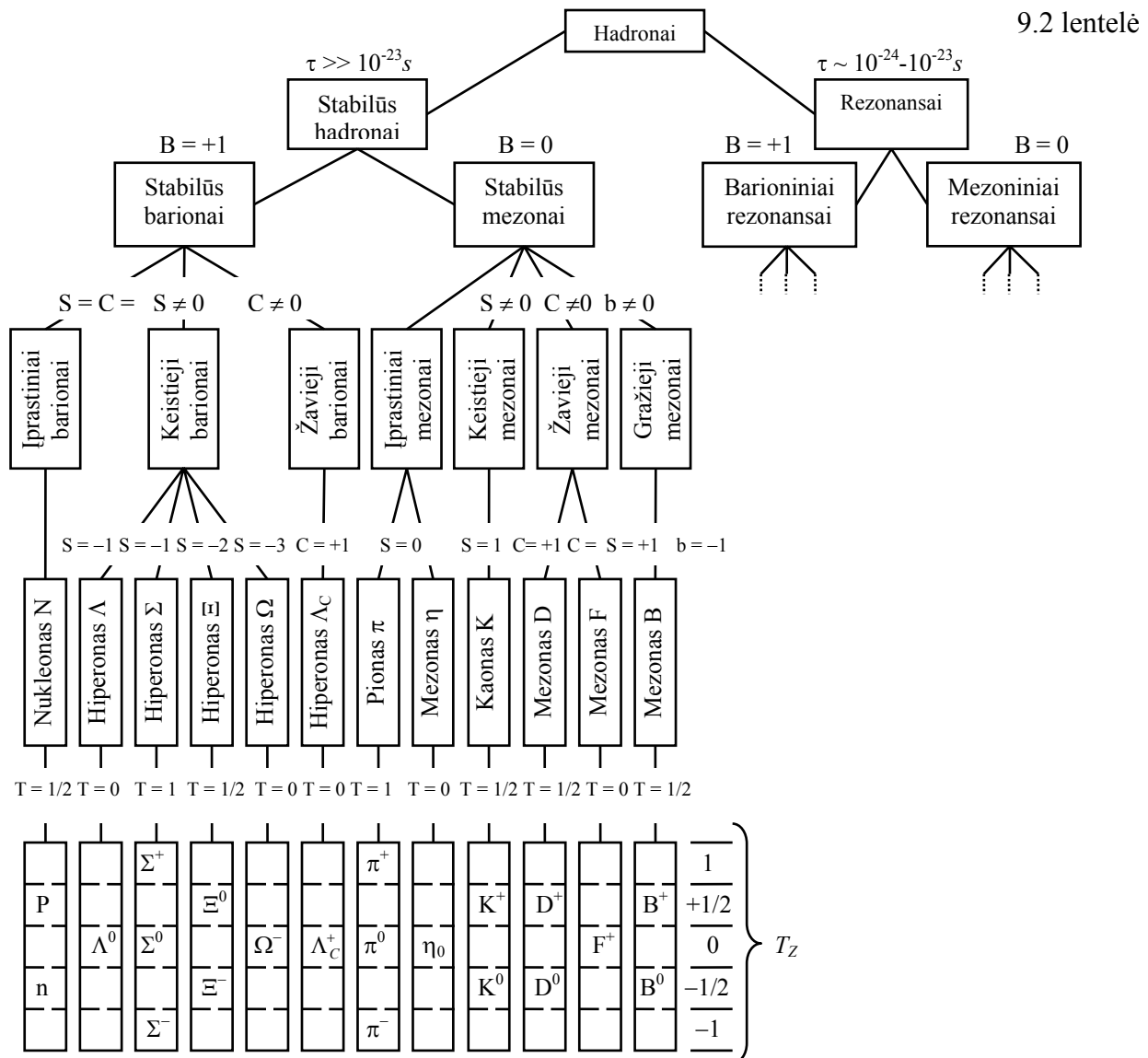
<sup>4</sup> Barys (graikiškai) – sunkus.

<sup>5</sup> Mezos (graikiškai) – vidutinis, tarpinis.

žymiai didesnė negu rezonansų. Pirmąjį rezonansą 1952 m. apriko E.Fermis. Dabar jų priskaičiuojama per 200.

Tolimesnė dalelių klasifikacija atliekama pagal jų sukinį ir priklausymą statistikoms. Hadronai, kurių sukinys yra *sveikas*, vadinami *mezonais*, o jei *pusinis* – *barionais*. Taigi, mezonai yra bozonai, o barionai – fermionai.

Tokiu būdu yra stabilūs mezonai ir stabilūs barionai, o taip pat mezoniniai rezonansai ir barioniniai rezonansai. Šiems ypatumams apibūdinti sudaromas kvantinis skaičius  $B$ , kuris vadinamas *barioniniu krūviu*. Barionams dydis  $B=1$ , antibarionams -  $B=-1$ , o mezonams ir



visoms kitoms dalelėms  $B = 0$ . Apie jo kitą paskirtį kalbėsime 9.5 skirsnyje.

Visus barionus ir mezonus dar galima suskirstyti į *įprastines*, *keistasias*, *žaviasias*, *gražiasias* ir *tikrasias* daleles. Čia jos išvardintos tokia tvarka, kokia buvo atrastos. Pastebėsime, kad gražieji

barionai ir tikrosios dalelės dar neaptiktos, tačiau jų egzistavimu neabejojama. Pirmiausia buvo atrasti įprastiniai hadronai – nukleonai  $N$  ir pionai  $\pi$ . Jų elektrinį krūvį  $Q$ , izotopinio sukinio projekciją  $T_Z$  ir barioninį krūvį sieja šitokia lygybė

$$Q = T_Z + \frac{1}{2} B. \quad (9.4.1)$$

9.3 lentelė

Dalelė	Sukinys, $\hbar$	Masė, $MeV$	Vidutinė gyvavimo trukmė, $s$	Kvarkinė sandara	Dalelė	Sukinys, $\hbar$	Masė, $MeV$	Vidutinė gyvavimo trukmė, $s$	Kvarkinė sandara
$\pi^\pm$	0	139.57	$2.6 \cdot 10^{-8}$	$u\bar{d}(\bar{d}u)$	p	1/2	938.28	$> 2 \cdot 10^{32}$ metų	$uud$
$\pi^0$		134.96	$0.8 \cdot 10^{-16}$	$u\bar{u}, d\bar{d}$	n		939.57	$896 \pm 16$	$udd$
$\eta^0$	0	548.8	$0.7 \cdot 10^{-18}$	$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$	$\Lambda_0$	1/2	1115.6	$2.6 \cdot 10^{-10}$	$uds$
$K^+$		493.67	$1.2 \cdot 10^{-8}$	$u\bar{s}$	$\Sigma^+$		1189.4	$0.8 \cdot 10^{-10}$	$uus$
$K^0$	0	497.7	$\begin{cases} 0.9 \cdot 10^{-10} \\ 5.2 \cdot 10^{-8} \end{cases}$	$d\bar{s}$	$\Sigma^0$	1/2	1192.5	$5 \cdot 10^{-20}$	$uds$
					$\Sigma^-$		1197.3	$1.5 \cdot 10^{-10}$	$dds$
$D^+$	0	1869	$4 \cdot 10^{-13}$	$c\bar{d}$	$\Xi^0$	1/2	1315	$2.9 \cdot 10^{-10}$	$uss$
$D^0$		1865	$2 \cdot 10^{-13}$	$c\bar{u}$	$\Xi^-$		1321.3	$1.6 \cdot 10^{-10}$	$dss$
$F^+$	0	1971	$2 \cdot 10^{-13}$	$c\bar{s}$	$\Omega^-$	3/2	1672.5	$0.8 \cdot 10^{-10}$	$sss$
$B^+$	0	5271	$\sim 10^{-12}$	$u\bar{b}$	$\Lambda_C^+$	1/2	2281	$2 \cdot 10^{-13}$	$udc$
$B^0$		5274		$d\bar{b}$					

50-jame dešimtmetyje buvo aptiktos keistosiomis savybėmis pasižyminčios dalelės: jos atsiranda *poromis*, o jų atsiradimo laikas ( $\sim 10^{-23} s$ ) yra žymiai mažesnis už jų gyvavimo trukmę ( $\tau \sim 10^{10} - 10^{-8} s$ ). Tai rodo, kad jos atsiranda dėl stipriosios sąveikos, o suskyla dėl silpnosios. Šias daleles pavadino *keistosiomis*, o joms (9.4.1) sąryšis jau netinka. Keistosioms dalelėms priskirtas naujas kvantinis skaičius – *keistumas*  $S$  (angl. strangeness). Jo vertė parenkama iš M.Gelio-Mano ir Nišizimo formulės<sup>1</sup>

$$Q = T_Z + \frac{1}{2} (B + S) \quad (9.4.2)$$

ir gali turėti sveikas vertes:  $S = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ ; dalelės ir antidalelės keistumai skiriasi ženklų.

70-ais metais buvo aptiktos dalelės, kurioms (9.4.2) formulė jau netiko. Jas apibūdino kvantiniu skaičiumi  $C$ , vadinamu *žavumu* (angl. charm). *Žaviosios* dalelės visuomet atsiranda

<sup>1</sup> Pažymėsime, kad  $Q$  ir  $T_Z$  dydžių vertės nustatomos iš eksperimentų.

poromis su žavumais  $C=1$  ir  $C=-1$ . Žaviųjų dalelių žavumas  $C$  turi tenkinti pataisytą (9.4.2) formulę:

$$Q = T_z + \frac{1}{2}(B + S + C). \quad (9.4.3)$$

Daleles susisteminti ir naujams nustatyti labai padėjo hipotetinės dalelės – kvarkai. Taip buvo numatytos *gražiosios* (angl. beauty) ir *tikrosios* (angl. truth) dalelės. Dalelių vardai siejami su atitinkamų kvarkų vardais. Gražiosioms dalelėms priskiriamas kvantinis skaičius  $b$ , kuris vadinamas *gražumu*, o tikrosioms dalelėms – kvantinis skaičius  $t$ , kuris vadinamas *tikrumu*. Gražųjų dalelių dydis  $b=-1$ , antidalelių –  $b=1$ . Dar neatrastų tikrųjų dalelių dydžio  $t$  vertės nežinomos.

Taigi gausius hadronus skirstant į grupes, jiems tenka priskirti nemažai specifinių dydžių – kvantinių skaičių (čia pateikti ne visi). 9.6 skirsnyje pamatysime, kad ši ypatybė nėra atsitiktinė – tie patys kvantiniai skaičiai naudojami kvarkams klasifikuoti. Visiems šiems kvantiniams skaičiams galioja tvermės dėsniai (žr. 9.5 sk.).

**Leptonai.** Nepasižyminčios stipriąja sąveika dalelės, vadinamos *leptonais*. Visi leptonai dalyvauja silpnojoje sąveikoje, o elektrintieji – dar ir elektromagnetinėje. Jų sukinio kvantinis skaičius lygus  $1/2$ , t.y. leptonai yra fermionai.

Leptonų skaičius yra nedidelis – jų iš viso 6. Trys jų yra įelektrinti: elektronas  $e^-$ , mionas  $\mu^-$  ir taonas  $\tau^-$ . Kiekvienai šiai dalelei atitinka ir neutrali dalelė: elektroninis neutrinas  $\nu_e$ , miuoninis neutrinas  $\nu_\mu$  ir taoninis neutrinas  $\nu_\tau$ . Taigi esti trys leptonų šeimos („kartos“) – trys leptoniniai dubletai: elektroninis  $E = (e^-, \nu_e)$ , miuoninis  $M = (\mu^-, \nu_\mu)$ , taoninis  $T(\tau^-, \nu_\tau)$ . Kiekvienam dalelių

9.4 lentelė

Leptonų šeimos	Dalelė	Leptoninis krūvis			Sukinys, $\hbar$	Masė, $MeV$	Vidutinė gyvavimo trukmė, $s$
		$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$			
Elektroninis dubletas	$e^-$	+1	0	0	1/2	0.511	$\infty$
	$\nu_e$	+1	0	0	1/2	$< 46 \cdot 10^{-6}$	$\infty$
Miuoninis dubletas	$\mu^-$	0	+1	0	1/2	105.66	$2.2 \cdot 10^{-6}$
	$\nu_\mu$	0	+1	0	1/2	0.25	$\infty$
Taoninis dubletas	$\tau^-$	0	0	+1	1/2	1784	$3.5 \cdot 10^{-13}$
	$\nu_\tau$	0	0	+1	1/2	$< 70$	$\infty$

dubletui atitinka antileptoninis dubletas:  $(e^+, \tilde{\nu}_e)$ ,  $(\mu^+, \tilde{\nu}_\mu)$  ir  $(\tau^+, \tilde{\nu}_\tau)$ . Leptonų savybės išvardintos 9.4 lentelėje.

Analogiškai hadronams, leptonams taip pat priskiriami fizikiniai dydžiai – nauji kvantiniai skaičiai. Jų esti nedaug. Vienas jų - *leptoninis krūvis*  $L$ . Jis atskiria leptonų klasę iš daugelio kitų dalelių ir leidžia skirti virsmuose dalyvaujančius neutrinus, priklausančius skirtingiems leptoniniam dubletams. Leptonams dydis  $L=1$ , antileptonams -  $L=-1$ , visoms kitoms dalelėms  $L=0$ . Yra trijų šeimų neutrinai, todėl teko sudaryti 3 leptoninius krūvius: elektroninį  $L_e$ , miuoninį  $L_\mu$ , ir taoninį  $L_\tau$ .

Visi čia išvardinti kvantiniai skaičiai ( $T, T_Z, B, C, S, L$ ) naudojami ne tik daleles susisteminti, bet aprašo ir jų virsmus. Apie tai kalbėsime sekančiame skirsnyje.

## Kontroliniai klausimai

1. Kodėl dalelių klasifikacija pagal jų mases nėra pakankama?
2. Kokios dalelės sudaro izotopinius multiplėtus?
3. Kokios dalelės vadinamos hadronais?
4. Kokios dalelės vadinamos leptonais?
5. Kokios dalelės vadinamos rezonansais?
6. Išvardinkit hadronų kvantinius skaičius.
7. Išvardinkite leptonų kvantinius skaičius.

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Branduolinio izotopinio dubieto dalelių elektriniai krūviai  $Q_1 = 0$  ir  $Q_2 = -1$ . Kam lygus šių dalelių keistumas, jei kiti kvantiniai skaičiai lygūs nuliui?

Šio dubieto izotopinio sukinio projekcijų vertės  $T_Z = 1/2$  ir  $T_Z = -1/2$ . Dalelių kvantiniai skaičiai turi tenkinti (9.4.3) lygtį, kurioje kvantiniai skaičiai yra šitokie:  $B=1$  (barionams),  $C=0$ . Tuomet dubieto dalelių elektriniai krūviai tenkina šitokias lygtis:  $Q_1 = 1/2 + 1/2(1+S)$  ir  $Q_2 = -1/2 + 1/2(1+S)$ . Iš šių lygybių turėsime  $S = -2$ . Taigi šios dvi dalelės priklauso keistiesiems barionams (žr. 9.2 lentelę).

2. Dalelės izotopinis sukinys  $T=0$ , jos keistumas  $S=1$ , žavumas  $C=1$  ir gražumas  $b=0$ . Kuriai dalelių klasei ji priklauso?

Dalelės izotopinio sukinio projekcija  $T_Z = 0$ . Dalelės elektrinis krūvis tenkina šitokią (9.4.3) lygtį  $Q = \frac{1}{2}(B+2)$ . Dalelė negali būti barionu ( $B=1$ ), nes jos krūvis būtų pusinis. Taigi dalelė priklauso mezonų grupei.

## 9.5 Elementarių dalelių virsmai

**Dalelių sklaida.** Mikropasaulio fizikoje pagrindinis dalelių tyrimo metodas yra jų *sklaida*. Su šiuo metodu jau buvome susidūrę aprašant Rezerfordo, Franko ir Herco, Šterno ir Gerlacho bandymus. Visus su sklaida susijusius bandymus galima padalinti į tris etapus. Pirmame etape *šaltiniai* sukuria vieną arba du lygiagrečius apytiksliai vienodų energijų dalelių pluoštelių. Anksčiau gaudavo vieną pluoštelį, kurį nukreipdavo į *taikinį*. Pastaruoju metu plačiai naudoja priešpriešinius pluoštelių. Antrame etape skirtingų pluoštelių dalelės suartinamos iki atstumo  $10^{-15} - 10^{-16} m$  ir jos patenka į *sąveikos sritį*. Joje jau pasireiškia stiprioji arba silpnoji sąveika ir dalelės arba tik išsisklaido, arba atsiranda naujos dalelės. Trečiame etape dalelės registruojamos įrenginiais, kurie vadinami *detektoriais*, - matuojama jų masė, krūvis, sukinys, energija, impulsas ir t.t.

**Dalelių sklaidos tipai.** Dalelių sąveika gali sąlygoti tokius tris procesus. 1. Esant tampriajai sklidai naujų dalelių nesusidaro, o pakinta tik jų judėjimo būsenos (atskirų dalelių energija, impulsas). 2. Priešingu atveju, t.y. esant netampriam procesui, susidaro naujos dalelės:

$$a + b \rightarrow c_1 + \dots + c_n; \quad (9.5.1)$$

čia  $a, b, c_i$  - dalelių simboliai. 3. Sklaidos procese atsirandančios naujos dalelės yra nestabilios ir (išskyrus retas išimtis) suyra

$$a \rightarrow c_1 + \dots + c_n. \quad (9.5.2)$$

Ta pati dalelė gali suirti nevienareikšmiškai, t.y. įvairiais būdais. Tai priklauso nuo jos energijos.

**Tvermės dėsniai.** Sklaidos ir irimo (virsmų) procesų visus ypatumus aprašo tvermės dėsniai. Visų pirma, visiems procesams galioja bendrieji energijos, impulso, impulso momento (sukinio) ir elektros krūvio tvermės dėsniai. Visus tvermės dėsnius galima suskirstyti į *griežtus* ir *artutinius*. Čia išvardinti tvermės dėsniai yra griežti bei taikomi ir klasikinėje ir kvantinėje fizikoje.

Dalelių virsmų skaičius, kaip ir pačių dalelių, yra labai didelis. Bendrųjų tvermės dėsnių nepakanka ir elementarių dalelių fizikoje naudojami nauji tvermės dėsniai. Jie formuluojami kvantiniams dydžiams, sudarytiems 9.4 skirsnyje. Čia aprašysime tik keletą procesų, elementarių dalelių teorijoje suvaidinusių labai svarbų vaidmenį.

8.5 skirsnyje aptarėme beta irimus, kurie aprašomi šitokiomis schemomis

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e, \quad p \rightarrow n + e^+ + \nu_e, \quad p + e^- \rightarrow n + \nu_e. \quad (9.5.3)$$

Be bendrųjų tvermės dėsnių šiems virsmams dar galioja barioninio ir leptoninio krūvių tvermė. Ji yra griežta ir šitaip formuluojama: *uždaro sistemos virsmuose, kuriuose dalyvauja barionai ir leptonai, barioninis  $B$  ir leptoninis  $L$  krūviai nekinta*. Iš šių dėsnių seka, jog galimi tik tokie procesai, kuriuose barionai visuomet virsta barionais, o leptonai visuomet susidaro poromis, t.y. leptonų dubletais. (9.5.3) virsmams galioja barioninio ( $1=1$ ) ir leptoninio ( $0=1-1$ ,  $0=-1+1$  ir  $1=1$ ) krūvių tvermė.

**Keistojo ir žaviojo kvantinių skaičių tvermės dėsniai.** Šie dėsniai aprašo ypatumus virsmų, kuriuose dalyvauja keistosios ir žaviosios dalelės ir šitaip formuluojami: dalelių sistemos *keistumo* arba *žavimo verčių suma virsmo kairėje ir dešinėje pusėje lieka ta pati*.

Keistosios dalelės atsiranda dėl stipriosios sąveikos įprastinių hadronų susidūrimuose. Keistųjų dalelių susidarymo pavyzdžiu yra toks virsmas

$$p + \pi^- \rightarrow \Lambda^0 + K^0; \quad (9.5.4)$$

čia  $\Lambda^0$  ir  $K^0$  - keistosios dalelės; šio virsmo abiejose pusėse keistumas  $S=0$ . Taip pat išlaikyta elektrinio krūvio ( $Q=0$ ), barioninio krūvio ( $B=0$ ) ir sukinio projekcijos  $\left(\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\right)$  tvermės dėsniai.  $\Lambda^0$  dalelė yra nestabili ir dėl

silpnosios sąveikos suyra:  $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ . Šio atveju keistumas neišlaikomas, nes kairėje pusėje  $S=-1$ , dešinėje  $S=0$ . Taigi *keistumo tvermės dėsnis nėra griežtas*.

Žaviųjų dalelių susekta nedaug. Pavyzdžiui, mezonų klasėje, tiriant priešpriešinių elektronų ir pozitronų pluoštelių susidūrimus, rasti sunkūs mezonai  $D$ :

$$e^- + e^+ \rightarrow D^0 + \tilde{D}^0; \quad (9.5.5)$$

čia  $D^0$  yra žavioji dalelė, jos žavumas  $C=1$ ;  $\tilde{D}^0$  - antidalelė ( $C=-1$ ). Žavimo tvermės dėsnis išlaikomas stipriosios ir elektromagnetinės sąveikų atvejais ir neišlaikomas – silpnosios. Dėl silpnosios sąveikos žavioji dalelė skyla į nežaviąsias, pvz.,  $D^0 \rightarrow K^- + \pi^+$ ; čia žavumas kairėje pusėje  $C=1$ , dešinėje  $C=0$ , t.y. žavimo tvermė negalioja.

Pastebėsime, kad stipriosios arba elektromagnetinės sąveikų virsmuose žaviosios arba keistosios dalelės visuomet atsiranda poromis. Šis ypatumas siejamas su  $C$  ir  $S$  dydžių tvermės dėsniais.

Taigi dėl stipriosios sąveikos vykstantiems procesams galioja visi tvermės dėsniai: energijos, judesio kiekio, judesio kiekio momento, krūvio (elektros, leptoninio, barioninio), keistumo ir žavimo, o silpnajai sąveikai keistumo ir žavimo tvermės dėsniai negalioja.

### Kontroliniai klausimai

1. Kurie tvermės dėsniai draudžia šiuos virsmus  $n \rightarrow p + e^-$ ;  $p \rightarrow e^+ + \nu_e$ ;  $p + \pi^- \rightarrow n + \Lambda^0 + K^0$ ?
2. Susiduriant dviem didelės energijos protonams gaunamas toks virsmas:  $p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + K^+$ . Kokios yra elektrinio, barioninio, leptoninio krūvių vertės abiejose virsmo pusėse?

### Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Ar galimi šie dalelių virsmai:

- 1)  $\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$ ; 2)  $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_\mu$ ; 3)  $p \rightarrow \mu^+ + \tilde{\nu}_\mu$ ; 4)  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ ?

Atsakymai: 1) negalimas – pažeista keistumo  $S$  tvermė:  $-3 \neq -1$ ; 2) negalimas – pažeista leptoninių krūvių, t.y. elektroninio krūvio  $L_e$  ( $0 \neq 1$ ) ir miuoninio krūvio  $L_\mu$  ( $0 \neq -1$ ) tvermė; 3) negalimas – pažeista barioninio  $B$  ( $1 \neq 0$ ) ir miuoninio krūvio  $L_\mu$  ( $0 \neq -2$ ) tvermė. 4) galimas – galioja keistumo  $S$  ( $-1 = -1$ ) tvermė.

## 9.6 Kvarkai

Subatominių dalelių elementarumo problema iškilo tuomet, kai buvo atrasta daug hadronų. Šiuo metu manoma, kad tik fotonai ir leptonai nepasižymi vidine struktūra ir yra elementarūs (fundamentalūs), o *hadronai* yra *sudaryti iš struktūrinių dalelių*, kurios vadinamos *kvarkais*<sup>1</sup>. Tokia sudėtinga hadronų sandara grindžiama šiomis prielaidomis. Visų pirma, dauguma hadronų yra rezonansai, t.y. labai nestabilios dalelės. Antra, didelės energijos ( $> 5 GeV$ ) elektronų sklaida hadronais parodė, kad hadronų masė yra pasiskirsčiusi netolygiai, o diskrečiai labai mažose jų tūrio srityse. Šios sritys vadinamos *partonais*. Partoninė hadronų sandara yra panaši į branduolio nukleoninę sandarą. Trečia, sklaidos eksperimentai parodė, kad nukleonų elektrinis krūvis ir magnetinis momentas taip pat pasiskirstę netolygiai, o nuo nukleonų centro į jų išorę eksponentiškai mažėja.

Kvarkus apibūdinantys dydžiai (kvantiniai skaičiai) pateikti 9.5 lentelėje. *Jie apibūdinami hadronams priskirtais kvantiniais skaičiais*: sukiniu  $J$ , barioniniu krūviu  $B$ , elektriniu krūviu  $Q$ , izotopiniu sukiniu  $T$ , keistumu  $S$ , žavumu  $C$ , gražumu  $b$  ir tikrumu  $t$ . Kvarkus vadina atitinkamų kvantinių skaičių vardais, o žymi anglišku žodžių pirmosiom raidėm.

Kvarkai yra fermionai, jų masė nelygi nuliui. Kvarkų elektrinis krūvis yra  $\pm 1/3 e$  ir  $\pm 2/3 e$ , o barioninis krūvis  $B = 1/3$ . Kvarkų idėją 1964 m. pasiūlė JAV fizikas M.Gelis-Manas ir šveicarų fizikas Dž.Cveigas. Tuomet buvo žinomi tik įprastiniai ir keistieji hadronai, kurių sandarai paaiškinti buvo numatyti trijų tipų kvarkai ir jų antidalelės – antikvarkai. Šie kvarkai buvo pažymėti simboliais

<sup>1</sup> Kvarkų terminas paimtas iš airių rašytojo Džoiso romano „Šermenys pagal Fineganą“, kurioje pagrindiniam veikėjui sapne dažnai girdėdavosi frazė „Trys kvarkai daktarui Markui“.



$u$ ,  $d$ ,  $s$ .  $u$  ir  $d$  kvarkai sudaro izotopinį dubletą, kurio izosukinys  $T = 1/2$ , o jo projekcijos  $T_z = \pm 1/2$  (vertė  $1/2$  priskiriama  $u$  kvarkui, o vertė  $-1/2$  –  $d$  kvarkui<sup>1</sup>).  $s$  kvarkas sudaro izosinguletą ( $T = 0$ ) ir

9.5 lentelė

Kvarkai	Sim-bolis	Sukinys $J, \hbar$	Barioninis krūvis $B$	Elektrinis krūvis $Q, e$	Izotopinis sukinys $T$	Keis-tumas $S$	Žavu-mas $C$	Gra-žumas $b$	Tikru-mas $t$
Viršutinis (up)	$u$	$1/2$	$+1/3$	$+2/3$	$1/2$	$0$	$0$	$0$	$0$
Apatinis (down)	$d$	$1/2$	$+1/3$	$-1/3$	$1/2$	$0$	$0$	$0$	$0$
Keistasis (strange)	$s$	$1/2$	$+1/3$	$-1/3$	$0$	$-1$	$0$	$0$	$0$
Žavusis (charm)	$c$	$1/2$	$+1/3$	$+2/3$	$0$	$0$	$+1$	$0$	$0$
Gražiausias (beauty)	$b$	$1/2$	$+1/3$	$-1/3$	$0$	$0$	$0$	$+1$	$0$
Tikrasis (truth)	$t$	$1/2$	$+1/3$	$+2/3$	$0$	$0$	$0$	$0$	$+1$

jam priskiriamas keistumas  $S = -1$ . Įprastiniai hadronai sudaryti iš  $u$  ir  $d$  ( $\tilde{u}$  ir  $\tilde{d}$ ) kvarkų, o keistųjų hadronų sandaroje dar yra nors vienas  $s$  kvarkas (arba antikvarkas  $\tilde{s}$ ).

Vėliau 1974 m. buvo nustatytas *kvarkų ir leptonų simetrijos principas: kiekvienam kvarkui turi atitikti tam tikras leptonas* ir atvirkščiai. Iki 1974 m. buvo žinomi 4 leptonai:  $e^-$ ,  $\nu_e$ ,  $\mu^-$ ,  $\nu_\mu$ . Iš simetrijos principo išeitų, kad turi būti ir ketvirtasis kvarkas. Jį pavadino *žaviuoju* (žymimas simboliu  $c$ ) kvarku. Kartu buvo numatyti ir žavieji hadronai, sandaroje turintys  $c$  kvarkus. Netrukus atrado tokių dalelių visą šeimą<sup>2</sup>. Tai buvo kvarkinio modelio triumfas, po kurio kvarkų hipotezė tapo realybe.

Iki 1977 m. 4 tipų kvarkų pakako hadronų savybėms aprašyti. Vėliau atrado dar du leptonus ( $\tau^-$ ,  $\nu_\tau$ ) ir pagal simetrijos principą jiems turėjo atitikti ir du nauji kvarkai. Vieną jų pavadino *gražiuoju* (beauty)  $b$ , kitą – *tikruoju* (truth)  $t$ . 1977 m. buvo aptikta ir gražioji dalelė *ipsilon* ( $\nu$ ), sudaryta iš  $b, \tilde{b}$  kvarkų darinio. *Tikrieji* hadronai, sandaroje turintys  $t$  kvarkus, dar neatrasti. Manoma, kad jų masės yra labai didelės ( $\sim 100 GeV$ ) ir esamais dalelių greitintuvais jos negalima

<sup>1</sup>  $u$  ir  $d$  kvarkų pavadinimai siejami su jų izotopinio sukinio projekcija: sutarta, kad  $u$  kvarko ji nukreipta į „viršų“ (angl. up), o  $d$  kvarko – „žemyn“ (angl. down).

<sup>2</sup> Pirmąją žaviąją dalelę susekė 1974 m. JAV laboratorijose. Vieni ją pavadino  $J$  (džei), kiti  $\psi$  (psi) ir dabar ji vadinama  $J/\psi$  (džei-psi).

aptikti<sup>1</sup>. Žinodami hadronų ir kvarkų kvantinius skaičius (žr. 9.2-9.3 ir 9.5 lenteles), galima nesunkiai nustatyti hadronų kvarkinę sudėtį. Pavyzdžiui, mezonai  $M$  sudaryti iš atitinkamo  $q$  kvarko ir  $\bar{q}$  antikvarko ( $M = q\bar{q}$ ), o barionai  $B$  – iš trijų  $q$  kvarkų ( $B = qqq$ ).

Taigi, šiuo metu žinomi šešių tipų kvarkai. Juos galima apjungti į tris šitokias dubletines šeimas:  $(u, d)$ ,  $(s, c)$ ,  $(t, b)$ . Pirmoji šeima aprašo įprastinių, antroji – keistųjų ir žaviųjų, trečioji – tikrųjų ir gražiųjų hadronų sandarą. Šioms kvarkų šeimoms atitinka ir trys pagrindinių leptonų šeimos (žr. 9.4 sk.).

**Kvarkų spalvos.** 1964 m. buvo susektas  $\Omega^-$  hiperonas. Pasirodė, kad jo sukinys  $J = 2/3$ , o keistumas  $S = -3$ . Akivaizdu, kad  $\Omega^-$  dalelė turi būti sudaryta iš trijų lygiagrečių sukinių kvarkų. Išeitų, kad trys tapatingi fermionai randasi toje pačioje kvantinėje būsenoje, o tai prieštarauja Pauli principui. Tam, kad išvengti šio prieštaravimo, kvarkams buvo priskirtas dar vienas kvantinis skaičius – *spalva*. Kvarkų spalvos yra trys: *raudona*  $R$  (red), *mėlyna*  $B$  (blue) ir *žalia*  $G$  (green). Kiekviena spalva<sup>2</sup> yra *išsilaikantis sveikasis* kvantinis skaičius ir yra *adityvus*. Pavyzdžiui, dviejų raudonų kvarkų sistemos dydis  $R = 2$ , o kiti spalviniai skaičiai –  $B$  ir  $G$  lygūs nuliui.

Antikvarkams priskiriami spalviniai kvantiniai skaičiai  $\bar{R}, \bar{G}, \bar{B}$ . Jiems atitinka *violetinė*, *geltona* ir *oranžinė* spalvos. Antikvarko spalva yra papildoma kvarko spalvos atžvilgiu, todėl ji kartu su atitinkama spalva duoda baltą spalvą. Raudonai spalvai *papildoma* spalva (*antispalva*) yra *violetinė*, *žaliai* – *geltona*, *mėlynai* – *oranžinė*.

Spalviniais kvantiniais skaičiais naudojasi šitaip. Reikalaujama, kad visų hadronų spalva būtų *balta*, t.y. jų spalvinis kvantinis skaičius lygus nuliui. Tuomet hadronus sudarančių kvarkų (antikvarkų) spalvas (antispalvas) reikia parinkti tokias, kad jas „sumaišius“ gautume baltą spalvą. Pažymėsime, kad balta spalva gaunama ne tik „sumaišius“ spalvą su antispalva, bet ir „sumaišius“ raudoną, žalią ir mėlyną spalvas. Pavyzdžiui jau minėto  $\Omega^-$  hiperono kvarkinė sandara yra šitokia<sup>3</sup>:  $\Omega^- = s_R s_G s_B$ . Matome, kad ši sandara neprieštarauja Pauli principui – trijų  $s$  kvarkų spalvinės būsenos  $R, G, B$  yra skirtingos. Galima pasakyti ir kitaip: toje pačioje būsenoje randasi trys skirtingos  $s_R, s_G, s_B$  kvarkinės dalelės.  $\Omega^-$  dalelės spalva ir šių trijų kvarkų „sumaišyta“ spalvinė būseną yra balta. Vadinasi spalvinė analogija yra patogi nustatant hadronų kvarkinę sandarą.

<sup>1</sup> 1984 m. buvo pranešta apie  $t$  kvarkų atradimą, tačiau vėlesnė eksperimento rezultatų interpretacija nebuvo vienareikšmė.

<sup>2</sup> Šie terminai nieko bendro neturi su regimosios šviesos spalvomis, tačiau jie yra patogūs naudoti.

<sup>3</sup> Kvarko spalviniai kvantiniai skaičiai dažnai nurodomi jo simbolio indeksu.

Visus šešių tipų kvarkus vadina *aromatais*. Kiekvienas aromatas gali būti trijose skirtingose spalvinėse būsenose. Taigi iš viso yra 18 skirtingų kvarkų ir tiek pat antikvarkų.

**Kvarkų sąveika.** Kvarkai yra *stipriosios sąveikos* dalelės. Šios sąveikos nešikliai yra *gliuonai*<sup>1</sup> – tai virtualinės dalelės. Jos yra elektriškai neutralios, nulinės masės, bozonai (sukinys  $J = 0$ ). Iš viso yra 8 gliuonai. Kiekvienam jų priklauso *viena spalva* ir *viena antispalva*. Dėl šios priežasties kvarkų sąveikos teorija vadinama *kvantine chromodinamika*<sup>2</sup>. Ši mokslo šaka padėjo paaiškinti daugelį hadronų savybių, jų virsmus, juos susisteminti ir numatyti naujas daleles.

Kvantinės chromodinamokos išvados atitinka bandymus, tačiau patys kvarkai bandymais neaptikti. Iškelta hipotezė, jog didėjant atstumui tarp kvarkų, jų sąveikos energija sparčiai didėja ir neleidžia kvarkams išsilaivinti iš hadronų. Todėl manoma, kad kvarkai laisvajame būvyje neegzistuoja ir juos tiesiogiai registruoti neįmanoma.

## Kontroliniai klausimai

1. Kokios prielaidos leido pagrįsti hadronų kvarkinę sandarą?
2. Išvardinkite kvarkų kvantinius skaičius.
3. Apibrėžkite kvarkų ir leptonų simetrijos principą.
4. Apibrėžkite kvarkų spalvos sąvoką.
5. Ką aprašo kvarkinių dalelių papildomos spalvos?
6. Kodėl kvarkai neaptikti bandymais?

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Dalelė sudaryta iš vienodo aromato 3-jų  $u$  kvarkų. Nustatykite jos charakteristikas.

Naudojamės 9.2 ir 9.5 lentelėmis. Hadrono, turinčio  $uuu$  kvarkinę sandarą, kvarkų sukinių orientacija yra vienoda ( $\uparrow\uparrow\uparrow$ ), o šio kvarkinio darinio spalvinės būsenos bus šitokios:  $u_R, u_G, u_B$ . Dalelės sukinys  $J = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$  (čia  $\frac{1}{2}$  –  $u$  kvarko sukinys). Pusinį sukinį turi barionai (žr. 9.3 lent.).  $u$  kvarko keistumo  $S$  vertė lygi nuliui, todėl ir bariono keistumas  $S = 0$ , t.y. ši dalelė priklauso įprastinių barionų klasei (žr. 9.2 lent.). Dalelės elektrinis krūvis  $Q = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 2$  (čia  $\frac{2}{3}$  –  $u$  kvarko elektrinis krūvis). Jos izotopinis sukinys  $T$  lygus  $u$  kvarkų izotopinių sukinių  $\left(T_u = \frac{1}{2}\right)$  sumai, t.y.  $T = \frac{3}{2}$ , todėl šis barionas priklauso dalelių kvartetui (žr. 9.4 sk.). Taigi bariono charakteristikos (kvantiniai skaičiai) yra šitokios:  $J = \frac{3}{2}$ ,  $B = 1$  ( $B$  – barioninis krūvis),  $Q = 2$ ,  $T = \frac{3}{2}$ , o kvarkinė sandara –  $u_R, u_G, u_B$ .

<sup>1</sup> Glue (angliškai) – klijai.

<sup>2</sup> Chroma (graikiškai) – spalva.

## 9.7 Fundamentaliųjų sąveikų nešikliai

9.3 skirsnyje aprašėme fundamentaliųjų sąveikų savybes. Čia aptarsime jų prigimtį ir nešiklius.

**Fundamentaliųjų sąveikų prigimtis.** Kvantinė mechanika dalelių fundamentaliąją sąveiką aiškina jų tarpusavio apsiikeitimu dalelėmis. Šios sąveikos aiškinamos šitaip. Tarkime, kad sąveikaujanti dalelė  $a$  išspinduliuoja arba sugeria kitą dalelę  $x$ . Šį procesą vadina *elementariu vyksmu* (aktu), o dalelę  $x$  - tarpininku. Jam įvykus dalelė  $a$  arba nepakinta, arba virsta kita dalele  $b$ . Patį vyksmą pavaizduojame šitokia schema

$$a \leftrightarrow b + x. \quad (9.7.1)$$

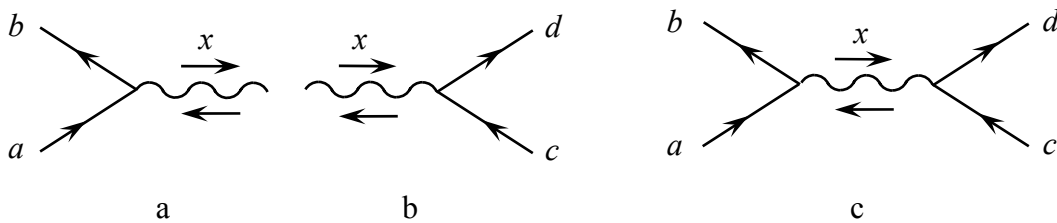
Arti esanti kita dalelė  $c$  taip pat gali sugerti arba išspinduliuoti tarpininką  $x$  - dėl šio vyksmo susidarys dalelė  $d$ :

$$x + c \leftrightarrow d. \quad (9.7.2)$$

Jei dalelė  $a$  išspinduliuos tarpininką  $x$ , o dalelė  $c$  jį sugers, tuomet dalelė  $a$  ir  $b$  su dalelėmis  $c$  ir  $d$  sudarys ryšį, iššaukusį tokį virsmą

$$a + c \rightarrow b + d. \quad (9.7.3)$$

Jei dalelės nepakinta, t.y.  $a = b$  ir  $c = d$ , tuomet (9.7.3) virsmas aprašo  $a$  ir  $c$  dalelių *tamprųjį dūžį*. Dalelės  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  vadinamos sąveikos *dalyviais*, tarpininkas  $x$  - sąveikos *nešikliu*, o pati sąveika vadinama *pakaitine*. Čia aprašytus procesus galima pavaizduoti schemomis, kurios vadinamos *Feimano diagramomis*. Jos pavaizduotos 9.2 paveiksle. (a) diagrama vaizduoja (9.7.1) vyksmą, (b) - (9.7.2) vyksmą, o (c) - (9.7.3) virsmą.



9.2 pav.

Taigi fundamentalioji sąveika yra pakaitinė, t.y. ji aiškinama kaita dalelėmis. Sąveiką sąlygojantys procesai įvyksta labai greit, todėl  $x$  dalelės realiai *stebėti negalima*. Procesus, kuriuose nesusidaro realiai stebimų dalelių, vadina *virtualiais*.

**Fundamentaliųjų sąveikų siekis.** Apie jį jau rašėme 9.3 skirsnyje. Nustatykime nuo ko jis priklauso. Virtualių (9.7.1-9.7.2) būsenų energija  $W$  yra neapibrėžta. Nešiklio  $x$  energijos neapibrėžtumą  $\Delta W$  ir jo gyvavimo trukmę  $\tau$  sieja Heizenbergo neapibrėžtumo principas:  $\Delta W \cdot \tau \geq h$ . Dydžio  $\Delta W$  vertė lygi  $x$  nešiklio rimties energijai:  $\Delta W = m_x c^2$  ( $m_x$  - nešiklio masė). Virtualios dalelės, o kartu ir (9.7.1), (9.7.2) būsenų gyvavimo trukmė  $\tau = h/\Delta W = h/(m_x c^2)$ . Fundamentaliųjų sąveikų siekio  $R$  vertė lygi nešiklio įveiktam per šį laiką nuotoliui

$$R \sim v\tau \sim \frac{h}{m_x c} = \Lambda_x \text{ arba } m_x \approx \frac{h}{\Lambda_x c} \quad (9.7.4)$$

čia  $v$  - nešiklio greitis, kuris artimai lygus greičiui  $c$ . Tokiu būdu, fundamentaliųjų sąveikų siekis lygus *virtualiųjų nešiklių komptoniniam bangos ilgiui*  $\Lambda_x$  ( $R = \Lambda_x$ ) ir *atvirkščiai proporcingas jų masei*.

Toliau trumpai panagrinėkime dalelių fundamentaliąsias sąveikas.

**Stiprioji sąveika.** Jau minėjome (8.2 sk.), kad nuo 1935 m. gyvuoja pioninė stipriosios (branduolinės) sąveikos prigimtis. Šios sąveikos nešikliais yra  $\pi^0$ ,  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  mezonai. Jiems tarpininkaujant galimi tokie virsmai:

$$\begin{aligned} p &\leftrightarrow n + \pi^+ & n &\leftrightarrow p + \pi^- \\ p &\leftrightarrow p + \pi^0 & n &\leftrightarrow n + \pi^0 \end{aligned} \quad (9.7.5)$$

Iš jų matyti, kad protonas tam tikrą laiką tarpą gali būti  $(n + \pi^+)$  arba  $(p + \pi^0)$ , neutronas -  $(p + \pi^-)$  arba  $(n + \pi^0)$  būsenose. Vienarūšiai nukleonai keičiasi neutraliais  $(\pi^0)$ , o nevienarūšiai - elektringais  $(\pi^+, \pi^-)$  mezonais.

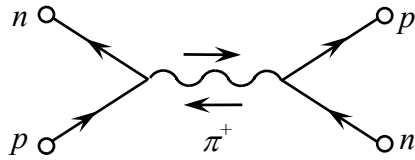
Nevienarūšių (vienarūšių) nukleonų sąveika, pavaizduota 9.2 pav., c diagramoje, bus aprašoma šitokiomis schemomis:

$$n + p \rightarrow n + (n + \pi^+) \rightarrow p + n, \quad (9.7.6)$$

$$n + p \rightarrow (p + \pi^-) + p \rightarrow p + n \quad (9.7.7)$$

$$n + n \leftrightarrow n + \pi^0 + n \leftrightarrow n + n; p + p \leftrightarrow p + \pi^0 + p \leftrightarrow p + p. \quad (9.7.8)$$

Paaškinsime tik (9.7.6) virsmą, aprašantį neutrono ir protono sąveiką. Protonas (dalelė  $a$ ), išspinduliavęs nešiklį  $\pi^+$  (dalelę  $x$ ), virsta neutronu (dalelė  $b$ ). Kitas neutronas (dalelė  $c$ ), sugėręs nešiklį  $\pi^+$ , virsta protonu (dalelė  $d$ ). Šią dalelių sąveiką vaizduoja šitokia Feimano diagrama (9.3 pav.), kurios apačioje pavaizduotos sąveikaujančios dalelės iki virsmo, o viršuje – po virsmo. Šis ir kiti (9.7.7), (9.7.8) virsmai vyksta nuolat, todėl dalelių sąveika yra nenutrūkstama. Taigi pagal pioninę stipriosios sąveikos hipotezę, kiekvieną nukleoną gaubia mezonų debesėlis, sudarantis branduolinį lauką.

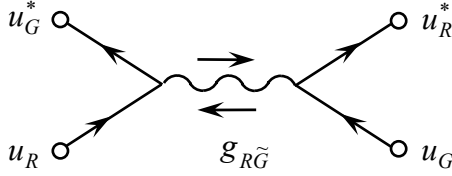


9.3 pav.

Remiantis (9.7.4) lygybe, galima įvertinti  $\pi$  mezonų masę. Į ją įrašę nukleonų sąveikos siekį ( $R \sim 10^{-15} m$ ), gautume  $m_\pi \sim 300m_e$  (čia

$m_e$  – elektrono masė).

Stipriosios sąveikos nešiklio pioninis modelis gyvavo iki aštuntojo XX amžiaus dešimtmečio. Atskleidus kvarkinę hadronų sandarą, stipriosios sąveikos nešiklio prigimtis buvo patikslinta. Mūsų dienų fizikos požiūriu, stipriosios sąveikos nešikliais laikomi *gliuonai*. Jų yra aštuoni. Gliuonų masė ir elektrinis krūvis lygus nuliui. Kiekvienam gliuonui priskiriama viena *spalva* ir viena *antispalva*. Gliuonų išspinduliavusio (sugėrusio) kvarko tipas (t.y. aromatas) *nepakinta*.



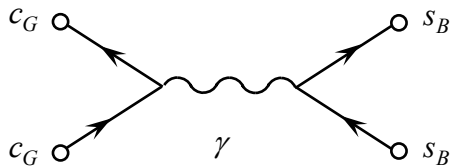
9.4 pav.

Dviejų kvarkų (pvz.,  $u_R$  ir  $u_G$ ) sąveiką galima pavaizduoti šitokia diagrama (9.4 pav.), kurioje pavaizduoti šitokie virsmai. Kvarkas  $u_R$ , išspinduliavęs gliuoną  $g_{R\tilde{G}}$ , virsta kvarku  $u_G^*$ , o arti

esantis  $u_G$  kvarkas, sugėręs šį gliuoną, virsta  $u_R^*$  kvarku. Čia sąveikos nešikliu yra  $g_{R\tilde{G}}$  gliuonas. Šiems atskiriems virsmams galioja spalvų tvermė. Pavyzdžiui, sugertiems virsmas aprašomas šitokia schema:  $g_{R\tilde{G}} + u_G \rightarrow u_R$ . Jai spalvų tvermė yra  $R = R$ , nes sumaišius  $\tilde{G}$  ir  $G$ , gausime baltą spalvą.

Pažymėsime, kad kvarkų sąveikoje dalyvaujantys gliuonai gali suirti į du arba net tris gliuonus, todėl patys gliuonai turėtų sąveikauti. Dėl šios priežasties stipriosios sąveikos matematinis aprašymas yra labai sudėtingas ir kol kas sukurti tik jos pagrindai.

**Elektromagnetinė sąveika.** Jos nešikliai yra virtualūs fotonai – neturinčios masės ( $m = 0$ ) ir elektrinio krūvio ( $q = 0$ ) dalelės. Tam tikros dalelės fotono sugerties (išspinduliavimo) tikimybė proporcinga dalelės elektriniam



9.5 pav.

krūviui, kuris ir apsprendžia elektromagnetinės sąveikos stiprumą. Kadangi fotono masė  $m = 0$ , tai elektromagnetinės sąveikos siekis (9.7.4) yra be galo didelis. Joje dalyvauja ne tik visos elektringosios dalelės, bet ir visi hadronai, t.y. jų elektringieji kvarkai. Akivaizdu, jog elektromagnetinėje sąveikoje dalyvaujančių kvarkų spalva ir aromatas nepakinta. Pavyzdžiui,  $c_G$  ir  $s_B$  kvarkų elektromagnetinę sąveiką galima pavaizduoti šitokia diagrama (9.5 pav.), kurioje simboliu  $\gamma$  pavaizduotas fotonas.

**Silpnioji sąveika.** Jos nešikliais esti *tarpiniai bozonai*  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$ , kurie turi elektrinį krūvį ( $Q = \pm 1, 0$ ) ir didelę masę:

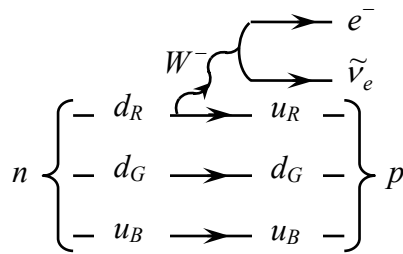
$$m_W \approx 81 GeV, m_Z \approx 93 GeV. \quad (9.7.9)$$

Visi kvarkai ir leptonai sugeria (išspinduliuoja) tarpinius bozonus, todėl silpnoji sąveika pasireiškia praktiškai tarp visų (išskyrus fotonus) dalelių. Tarpiniai bozonai patys dalyvauja silpnojoje sąveikoje, o elektringieji  $W^+$  ir  $W^-$  – dar elektromagnetinėje sąveikoje.

Silpnoji sąveika yra trumpasiekė: į (9.7.4) įrašę (9.7.9), gautume tokią siekio vertę  $R_W \sim 10^{-18} m$ .

Tarpiniai bozonai yra nestabilios dalelės. Jų gyvavimo trukmė apie  $10^{-25} s$ . Visi tarpiniai bozonai suyra į leptonus. Pavyzdžiui, dalelė  $W^-$  virsta elektronu ir elektroniniu antineutrinu:  $W^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e$ .

Silpnosios sąveikos pavyzdžiu gali būti kad ir beta irimas. Čia aprašysime neutrono virsmą protonu (t.y.  $\beta^-$  irimą):  $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$ . Šį procesą kvarkų lygmenyje vaizduoja diagrama, parodyta 9.6 paveiksle. Jame pavaizduota neutrono ( $n = d_R d_G u_B$ ) ir protono ( $p = d_R u_G u_B$ ) kvarkinė sandara.



9.6 pav.

Neutrono virsmas protonu vyksta dviem etapais. Pirmame etape neutrono  $d_R$  kvarkas, išspinduliuavęs tarpinį mezoną  $W^-$ , virsta  $u_R$  kvarku:  $d_R \rightarrow W^- + u_R$ . Antrame etape  $W^-$  dalelė virsta leptonais:  $W^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e$ . Taigi, šios sąveikos, suardžiusios neutroną, nešiklis yra tarpinis mezonas  $W^-$ . Jis ir  $Z^0$ ,  $W^+$  mezonai keičia kvarkų aromatą ir nekeičia jų spalvos.

**Elektrosilpnoji sąveika.** Ji apjungia elektromagnetinę ir silpnąją sąveikas ir buvo sukurta aštuntame XX amžiaus dešimtmetyje. Jos nešikliais yra *keturi bozonai* –  $\gamma$  fotonas bei tarpiniai mezonai  $W^-$ ,  $W^+$  ir  $Z^0$  ir vadinami *elektrosilpnosio lauko kvantais*. Elektringųjų dalelių sąveikos nešikliais yra fotonai ir neutralūs  $Z^0$  mezonai. Jei tarp dalelių nuotolis  $R \leq 10^{-18} m$ , sąveikos nešikliais bus fotonai, jei  $R \leq 10^{-18} m$  – sąveikoje dalyvaus  $\gamma$  ir  $Z^0$  dalelės. Elektrosilpnoji sąveika paaiškina ir neutralių arba neutralių ir elektringų dalelių sąveiką – jos nešikliais bus fotonai,  $W^-$  bei  $W^+$  mezonai.

**Gravitacinė sąveika.** Manoma, kad gravitacinės sąveikos nešikliais yra gravitacinio lauko kvantai – *gravitonai*  $G$ . Jie yra neutralūs ( $Q = 0$ ), jų masė lygi nuliui. Spėjama, kad jų sukiny  $J = 2$ , t.y. gravitonai yra bozonai. Dalelių gravitacinė sąveika yra labai silpna, todėl gravitonai dar neaptikti.

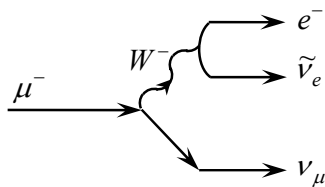
A. Einšteinas bandė apjungti gravitacinę ir elektromagnetinę sąveikas. Deja, jam to padaryti nepavyko. Dabar kuriamas „didžiojo susivienijimo“ modelis, vienijantis silpnąją, elektromagnetinę ir stipriąją sąveikas. Jai patikrinti reikėtų dalelėms suteikti  $\sim 10^{15} eV$  energiją. Greitintuvai gauti tokias energijas dar nesukonstruoti. Tuomet lieka netiesioginiai eksperimentai, stebint stabilų dalelių, pavyzdžiui, protono virsmus. Spėjama, kad virsmo schema yra šitokia:  $p \rightarrow \pi^0 + e^+$ . Tačiau virsmo tikimybė labai maža – teorinė protono gyvavimo trukmė  $\tau = 10^{30 \pm 3}$  metų (!) – todėl virsmas kol kas neaptiktas. Šio virsmo paieška, vertinama „amžiaus eksperimentu“, tęsiama.

Apibendrinus šiame skyriuje išdėstytą medžiagą galima teigti, jog materijos sudėtiniais elementais yra fundamentalios (elementarios) dalelės: šešių aromatų (ir trijų spalvų) kvarkai ir šešių rūšių leptonai. Fundamentalų dalelių įvairi sąveika aiškinama jų tarpusavio kaita specifinėmis dalelėmis – sąveikos virtualiniais nešikliais: gliuonais, fotonais, tarpiniais bozonais ir gravitonais. Nešikliai taip pat esti fundamentalios dalelės.

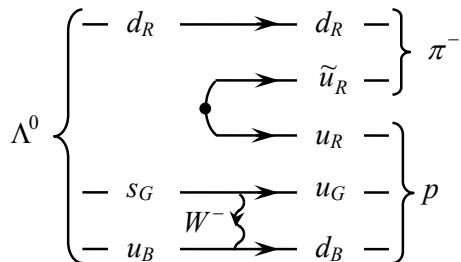
#### Kontroliniai klausimai

1. Kokios dalelės vadinamos sąveikos nešikliais?
2. Kokius procesus vadina virtualiais?
3. Kam lygu fundamentaliųjų sąveikų siekis ir nuo ko jis priklauso?
4. Nubraižykite dviejų protonų sąveikos Feimano diagramą.
5. Išvardinkite fundamentaliųjų sąveikų nešiklius
6. Išvardinkite elektrosilpnosios sąveikos nešiklius.

# Uždavinių sprendimo pavyzdžiai



1 pav.



2 pav.

Silpnosios sąveikos pavyzdžiais gali būti šie du virsmai: (a)  $\mu^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu$  ir (b)  $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ . Aprašykite šiuos procesus ir nubraižykite virsmų diagramas.

Virsmas (a) vyksta dviem etapais (1 pav.): pirmame etape miuonas  $\mu^-$  išspinduliuoja tarpinį bozoną  $W^-$  ir miuoninį neutriną  $\nu_\mu$  ( $\mu^- \rightarrow W^- + \nu_\mu$ ), antrajame –  $W^-$  bozonas virsta pora ( $e^-, \tilde{\nu}_e$ ). Virsme (b)

dalyvaujančių dalelių kvarkinė sandara yra šitokia (2 pav.): hiperono  $\Lambda^0 = d_R s_G u_B$ , protono  $p = u_R u_G d_B$  ir piono  $\pi^- = d_R \tilde{u}_R$ . Matome, kad

procesui įvykus, patyrė virsmą  $s$  kvarkas, atsirado antikvarkas  $\tilde{u}$  ir kvarkų skaičius dviem padidėjo. Kadangi hiperono skilimas vyksta esant silpnajai sąveikai, tai jame turi dalyvauti tarpinis bozonas – tegul tai bus  $W^-$  bozonas. Tuomet galimi tokie kvarkų virsmai:  $\Lambda^0$  dalelės  $s$  kvarkas, išspinduliavęs  $W^-$  bozoną, virsta  $u$  kvarku, o dalelės  $u$  kvarkas, sugėręs  $W^-$  bozoną, virsta  $d$  kvarku. Taigi  $W^-$  bozonas pakeičia dviejų kvarkų aromatą ir nepakeičia jų spalvą. Šiuos du naujus kvarkus priskiriame protonui. Dar du kvarkai ( $\tilde{u}, u$  pora) susidarys, jei kvarkams apsikeičiant  $W^-$  dalele, kartu įvyks ir gliuono sugertis.