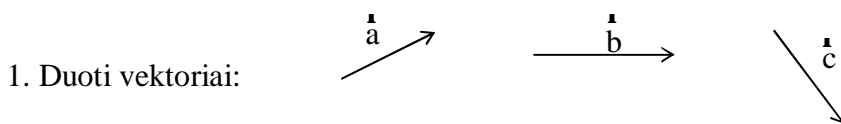


# VEKTORINĖ ALGEBRA



Nubrėžkite vektorius: 1)  $\vec{a} + \vec{b}$ ; 2)  $\vec{b} - \vec{a}$ ; 3)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ; 4)  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ ; 5)  $2\vec{a} + \vec{c}$ ;  
6)  $0,5\vec{a} - \vec{b}$ ; 7)  $2(\vec{a} - \vec{b}) + 0,5\vec{b}$ ; 8)  $2(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$

2. Stačiakampio gretasienio  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{b}$  ir  $\vec{AA_1} = \vec{c}$ . Raskite:  
1)  $\vec{AC_1}$ ; 2)  $\vec{BD}$ ; 3)  $\vec{AC}$ ; 4)  $\vec{CC_1}$ ; 5)  $\vec{A_1 C_1}$ ; 6)  $\vec{A_1 B}$ ; 7)  $\vec{B_1 C}$ ; 8)  $\vec{B_1 D}$ ; 9)  $\vec{A_1 C}$ .

3. Duotos vektorių koordinatės:  $\vec{a} = (-2; 4; 3)$ ,  $\vec{b} = (3; -1; 6)$ ,  $\vec{c} = (2; 4; -1)$ . Raskite: 1)  $\vec{a} + \vec{b}$ ;  
2)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ; 3)  $2\vec{a} - \vec{b}$ ; 4)  $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ ; 5)  $2\vec{a} - 0,5\vec{b} + \vec{c}$ ; 6)  $\vec{a} + 1,5\vec{b} - 0,5\vec{c}$ .

Ats.: 1) (1; 3; 9); 2) (3; 7; 8); 3) 3) (-7; 9; 0); 4) (-1; 13; -5); 5) (-3; 5; 12,5; 2); 6) (1,5; 0,5; 12,5).

4. Apskaičiuokite vektorių ilgį, kai: 1)  $\vec{a} = (-6; 0; 8)$ ; 2)  $\vec{b} = (3; -4; 0)$ ; 3)  $\vec{c} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ;  
4)  $\vec{d} = 8\vec{i} - 6\vec{k}$ . Ats.: 1) 10; 2) 5; 3) 3; 4) 10.

5. Apskaičiuokite vektorių  $\vec{a} - \vec{b}$  ilgį, kai: 1)  $\vec{a} = (2; -3; 5)$  ir  $\vec{b} = (-2; 4; 1)$ ;  
2)  $\vec{a} = (2; 1; 1)$  ir  $\vec{b} = (0; -1; 2)$ ; 3)  $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  ir  $\vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ .  
Ats.: 1) 9; 2) 3; 3) 5.

6. Apskaičiuokite vektorių  $3\vec{a} + 2\vec{b}$  ilgį, kai  $\vec{a} = (1; 0; 0)$  ir  $\vec{b} = (2; -2; 2)$ .  
Ats.: 9.

7. Duoti taškai  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(4; 7; -2)$  ir  $C(-1; 5; 3)$ . Raskite vektorių  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  ir  $\vec{BC}$  koordinatas.  
Ats.: (3; 9; -5), (-2; 7; 0), (-5; -2; 5).

8. Duoti vektoriai:  $\vec{a} = (2; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; -1; 2)$ ,  $\vec{c} = (2; 2; -1)$  ir  $\vec{d} = (3; 7; -7)$ . Raskite x, y, z, kai:  
1)  $\vec{a} = \vec{bx} + \vec{cy} + \vec{dz}$ ; 2)  $\vec{b} = \vec{ax} + \vec{cy} + \vec{dz}$ ; 3)  $\vec{c} = \vec{ax} + \vec{by} + \vec{dz}$ ; 4)  $\vec{d} = \vec{ax} + \vec{by} + \vec{cz}$ .  
Ats.: 1) 1,5; -0,5; 0,5; 2)  $\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}$ ; 3) -2; 3; 1; 4) 2; -3; 1.

9. Duoti taškai:  $A(-2; 4; 1)$ ,  $B(3; -1; 5)$  ir  $C(2; 3; 5)$ . Raskite: 1)  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ; 2)  $2\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BC}$ ;  
3)  $\vec{AC} - 2\vec{BC}$ . Ats.: 1) (4; -1; 4); 2) (5; -5; 4); 3) (6; -9; 4).

10. Raskite taško B koordinatas, jei žinoma, kad vektorius  $\vec{AB}$  lygus vektoriui  $\vec{a} = (3; -1; 6)$ , o  $A(-2; 1; 7)$ .  
Ats.: B(1; 0; 13).

11. Raskite taško A koordinatas, jei žinoma, kad  $\vec{AB} = 3\vec{a}$  ir: 1)  $B(2; -4; 3)$ ,  $\vec{a} = (-2; 1; 6)$ ;  
2)  $B(-3; 8; 7)$ ,  $\vec{a} = (4; -1; 7)$ ; 3)  $B(-6; 3; -4)$ ,  $\vec{a} = (1; 3; -7)$ .

Ats.: 1) A(8;-7;-15); 2) A(-15;11;-14); 3) A(-9;-6;17).

12. Apskaičiuokite vektoriaus  $\overrightarrow{AB}$  ilgį, kai: 1) A(-1;2;-2) ir B(3;2;1); 2) A(1;-1;1) ir B(-1;0;3); 3) A(-5;8;-7) ir B(2;4;-3).

Ats.: 1) 5; 2) 3; 3) 9.

13. Raskite trikampio perimetrą, kai jo viršūnės yra taškuose A(0;0;0), B(0;-4;0) ir C(3;0;0).

Ats.: 12.

14. Patikrinkite, kurie iš šių vektorių yra kolinearūs: 1)  $\vec{a} = (2;5;1)$  ir  $\vec{b} = (4;10;2)$ ;

$$2) \vec{c} = \left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{3}; \frac{4}{5}\right) \text{ ir } \vec{d} = \left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{2}; \frac{6}{5}\right); \quad 3) \vec{m} = \left(6; -\frac{1}{3}; 3\right) \text{ ir } \vec{n} = \left(-2; \frac{1}{9}; -\frac{1}{3}\right)$$

Ats.: 1) ir 2).

15. Kokios turi būti m ir n reikšmės, kad vektoriai  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$  būtų kolinearūs, kai:

$$1) \vec{a} = (-3; m; 4) \text{ ir } \vec{b} = (-2; 4; n); \quad 2) \vec{a} = (2; 3; m) \text{ ir } \vec{b} = (n; 4; 8); \quad 3) \vec{a} = \left(\frac{1}{2}; m; 4\right) \text{ ir } \vec{b} = \left(n; \frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right)$$

Ats.: 1)  $m=6, n=2\frac{2}{3}$ ; 2)  $m=6, n=2\frac{2}{3}$ ; 3)  $m=\frac{2}{3}, n=\frac{3}{16}$ .

16. Įrodykite, kad keturkampis ABCD yra trapecija, kai A(3;-1;2), B(1;2;-1), C(-1;1;-3) ir D(3;-5;3).

17. Duoti atkarpos AB galai. Taškas M atkarpą AB dalija santykiu 2:1. Apskaičiuokite taško M koordinates, jei: 1) A(1;0;2) ir B(-3;4;1); 2) A(2;-1;0) ir B(-2;1;2); 3) A(0;0;-2) ir B(2;-1;0).

$$\text{Ats.: 1) } M\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{4}{3}\right); \quad 2) M\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right); \quad 3) M\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

18. Duoti atkarpos AB galai. Taškas M atkarpą AB dalija pusiau. Apskaičiuokite taško M koordinates, jei: 1) A(1;-3;2) ir B(3;5;-4); 2) A(-3;4;2) ir B(-1;-2;4); 3) A(3;4;0,5) ir B(-2;1;1,5).

Ats.: 1) M(2;1;-1); 2) M(-2;1;3); 3) M(0,5;2,5;1).

19. Vektoriai  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$  sudaro kampą  $\varphi = \frac{2}{3}\pi$ . Žinant, kad  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$ , apskaičiuokite:

$$1) \vec{a} \cdot \vec{b}; \quad 2) \vec{a}^2; \quad 3) \vec{b}^2; \quad 4) (\vec{a} + \vec{b})^2; \quad 5) (3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}); \quad 6) (\vec{a} - \vec{b})^2; \quad 7) (3\vec{a} + 2\vec{b})^2.$$

Ats.: 1) -6; 2) 9; 3) 16; 4) 13; 5) 61; 6) 37; 7) 73.

20. Apskaičiuokite šių vektorių skaliarinę sandaugą: 1)  $\vec{a} = (3;-2;1)$  ir  $\vec{b} = (4;-7;-3)$ ;

$$2) \vec{c} = \left(\frac{2}{3}; -\frac{5}{6}; \frac{1}{4}\right) \text{ ir } \vec{d} = \left(\frac{3}{2}; \frac{6}{5}; \frac{4}{3}\right); \quad 3) \vec{m} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \text{ ir } \vec{n} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}.$$

Ats.: 1) 23; 2)  $\frac{1}{3}$ ; 3) -2.

21. Duoti vektoriai  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$  ir  $\vec{c} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Raskite pirmųjų dviejų vektorių sumos ir trečiojo vektoriaus skaliarinę sandaugą.

Ats.: -8.

22. Duoti vektoriai  $\vec{a} = (2; -1; 3)$  ir  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ . Apskaičiuokite: 1)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ; 2)  $\vec{a}^2$ ; 3)  $\vec{b}^2$ ; 4)  $(\vec{a} + \vec{b})^2$ ; 5)  $(2\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} - 2\vec{b})$ ; 6)  $(\vec{a} + 2\vec{b})^2$ ; 7)  $\vec{a} \cdot (\vec{b} - 2\vec{a})$ ; 8)  $(3\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{b} - \vec{a})$ .

Ats.: 1) 7; 2) 14; 3) 6; 4) 34; 5) 5; 6) 66; 7) -21; 8) -22.

23. Duoti trys taškai: A(-1;3;-7), B(2;-1;5) ir C(0;1;-5). Apskaičiuokite:

1)  $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC})(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA})$ ; 2)  $\sqrt{\overrightarrow{AB}^2}$ ; 3)  $\sqrt{\overrightarrow{AC}^2}$ .

Ats.: 1) -1224; 2) 13; 3) 3.

24. Patikrinkite šių vektorių statmenumą:

1)  $\vec{a} = (3; 0; -6)$  ir  $\vec{b} = (4; 7; 2)$ ; 2)  $\vec{c} = (-3; 2; 5)$  ir  $\vec{d} = (6; -3; 1)$ .

25. Duotas trikampis su viršūnėmis: A(2;4;5), B(-3;2;2) ir C(-1;0;3). Įrodykite, kad  $\overrightarrow{CA} \perp \overrightarrow{BC}$ .

26. Duotos keturkampio viršūnės: A(1;-2;2), B(1;4;0), C(-4;1;1) ir D(-5;-5;3). Įrodykite, kad  $\overrightarrow{AC}$  ir  $\overrightarrow{BD}$  - statmeni.

27. Kokia turi būti x reikšmė, kad vektoriai  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$  būtų statmeni:

1)  $\vec{a} = x\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$  ir  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - x\vec{k}$ ; 2)  $\vec{a} = 2\vec{i} - x\vec{j}$  ir  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ ; 3)  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k}$  ir  $\vec{b} = x\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ .

Ats.: 1)-6; 2) 2; 3) 2.

28. Apskaičiuokite kampą tarp vektorių: 1)  $\vec{a} = (\sqrt{3}; 1; 0)$  ir  $\vec{b} = (5; 0; 0)$ ;

2)  $\vec{a} = (2; -4; 4)$  ir  $\vec{b} = (-3; 2; 6)$ ; 3)  $\vec{a} = 2\vec{i}$  ir  $\vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$ ; 4)  $\vec{a} = 2\vec{i}$  ir  $\vec{b} = 3\vec{j}$ .

Ats.: 1) 30°; 2) 85°; 3) 45°; 4) 90°.

29. Trikampio viršūnės yra taškuose A(-1;-2;4), B(-4;-2;0) ir C(3;-2;1). Raskite jo vidinius kampus.

Ats.: 90°; 45°; 45°.

30. Raskite vektoriaus  $\vec{b}$  koordinates, žinant, kad vektoriaus  $\vec{b}$  lygiagretus vektoriui  $\vec{a} = (2; 1; -1)$  ir tenkina sąlygą  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ .

Ats.:  $\left(1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

31. Vektorius  $\vec{c}$  statmenas vektoriams  $\vec{a} = (2; 3; -1)$  ir  $\vec{b} = (1; -2; 3)$  ir tenkina sąlygą  $\vec{c} \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = -6$ . Raskite vektoriaus  $\vec{c}$  koordinates.

Ats.: (-3; 3; 3).

32. Duoti vektoriai  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$  ir  $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ . Raskite vektoriaus  $\vec{d}$  koordinates, jei jis tenkina sąlygas:  $\vec{a} \cdot \vec{d} = -5$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{d} = -11$  ir  $\vec{c} \cdot \vec{d} = 20$ .

Ats.: (2; 3; -2).

33. Raskite vektorių  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$  vektorinę sandaugą: 1)  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$  ir  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ ;  
 2)  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$  ir  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ; 3)  $\vec{a} = (3; -2; 4)$  ir  $\vec{b} = (1; -5; -2)$ ; 4)  $\vec{a} = (2; 5; 1)$  ir  $\vec{b} = (1; 2; -3)$ .  
 Ats.: 1)  $4\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}$ ; 2)  $-7\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ ; 3)  $(24; 10; -13)$ ; 4)  $(-17; 7; -1)$ .

34. Vektoriai  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$  sudaro kampą  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ . Žinodami, kad  $|\vec{a}| = 6$ ,  $|\vec{b}| = 5$ , apskaičiuokite  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ .  
 Ats.: 15.

35. Duota  $|\vec{a}| = 10$ ,  $|\vec{b}| = 2$  ir  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ . Apskaičiuokite  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ .  
 Ats.: 16.

36. Duoti vektoriai  $\vec{a} = (3; -1; -2)$  ir  $\vec{b} = (1; 2; -1)$ . Apskaičiuokite:  
 1)  $(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b}$ ; 2)  $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$ .  
 Ats.: 1)  $(10; 2; 14)$ ; 2)  $(20; 4; 28)$ .

37. Apskaičiuokite lygiagretainio plotą, jei jo kraštinės yra vektoriai  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$ : 1)  $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$  ir  $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ; 2)  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$  ir  $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ; 3)  $\vec{a} = (2; 3; -4)$  ir  $\vec{b} = (1; -1; 3)$ .  
 Ats.: 1) 49; 2) 3; 3)  $5\sqrt{6}$ .

38. Duotos trikampio viršūnės: 1) A(2; -3; 4), B(1; 2; -1) ir C(3; -2; 1); 2) A(1; 2; -1), B(0; 1; 5) ir C(-1; 2; 1). Raskite trikampio plotą.  
 Ats.: 1)  $5\sqrt{2}$ ; 2)  $3\sqrt{3}$ .

39. Apskaičiuokite vektorių  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  ir  $\vec{c}$  mišriąją sandaugą, kai: 1)  $\vec{a} = (1; -1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 0; 2)$  ir  $\vec{c} = (2; 0; 1)$ ; 2)  $\vec{a} = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{b} = (0; 1; 2)$  ir  $\vec{c} = (-2; 3; -1)$ ; 3)  $\vec{a} = (3; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (-2; 4; -1)$  ir  $\vec{c} = (1; 0; 2)$ .  
 Ats.: 1) -3; 2) -13; 3) 27.

40. Patikrinkite vektorių  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  ir  $\vec{c}$  komplanarumą, kai: 1)  $\vec{a} = (1; 2; -1)$ ,  $\vec{b} = (3; 0; -4)$  ir  $\vec{c} = (-2; -4; 2)$ ; 2)  $\vec{a} = (1; -1; 2)$ ,  $\vec{b} = (2; 0; 1)$  ir  $\vec{c} = (-1; 1; 0)$ ; 3)  $\vec{a} = (1; 2; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; 4; 0)$  ir  $\vec{c} = (-3; -4; 0)$ .  
 Ats.: 1) komplanarūs; 2) nekomplanarūs; 3) komplanarūs.

41. Įrodykite, kad taškai A(1; 2; -1), B(0; 1; 5), C(-1; 2; 1) ir D(2; 1; 3) priklauso vienai plokštumai.

42. Gretasienio tris briaunas nusako vektoriai: 1)  $\vec{a} = (1; -2; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 0; -1)$  ir  $\vec{c} = (-1; 1; 2)$ ;  
 2)  $\vec{a} = (-1; 2; -2)$ ,  $\vec{b} = (1; 0; -1)$  ir  $\vec{c} = (0; 1; -2)$ . Raskite jo tūrį.  
 Ats.: 1) 9; 2) 1

43. Trikampės piramidės viršūnės yra taškuose: 1) A(2; -1; 1), B(5; 5; 4), C(3; 2; -1) ir D(4; 1; 3);  
 2) A(2; -1; 0), B(3; -3; 1), C(4; -1; -1) ir D(1; 0; 2). Raskite jos tūrį.  
 Ats.: 1) 3; 2) 1,5.

44. Trikampės piramidės viršūnės yra taškuose A(2; 3; 1), B(4; 1; -2), C(6; 3; 7) ir D(-5; -4; 8). Raskite aukštinę, nuleistą iš viršūnės D. Ats.: 11.