

TIESINĖ ALGEBRA

Veiksmiai su matricomis

1. Atlikite veiksmus:

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 5 & -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 6 & 3 & 0 \\ 10 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$4) 2 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 4 & 0 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5) 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$6) 2 \cdot \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \right) \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$7) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -4 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$8) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$9) \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$10) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 6 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$11) \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 1 \\ 30 \\ -17 \end{pmatrix}$$

$$12) \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot (5 \quad -2 \quad 3); \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 15 & -6 & 9 \\ 20 & -8 & 12 \\ 10 & -4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$13) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{Ats.:} \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Duotos matricos

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{ir} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Apskaičiuokite: 1) $2A - AB$; 2) $AB - 3B$;

$$\text{Ats.: } 1) \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} -12 & 0 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$$

3. Duotos matricos

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{ir} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Apskaičiuokite : 1) $AB + 2A$; 2) $2B + AB$.

$$\text{Ats.: } 1) \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 9 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Determinantai

1. Apskaičiuokite:

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } -10.$$

$$2) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } -3.$$

$$3) \begin{vmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } -3.$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \\ 6 & 8 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } -4.$$

$$5) \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & -4 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } 14.$$

$$6) \begin{vmatrix} 4 & -1 & 5 \\ -2 & -1 & -1 \\ 5 & 6 & -1 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } 0.$$

$$7) \begin{vmatrix} 6 & 2 & 1 \\ -16 & -4 & -1 \\ -13 & -1 & 2 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } 0.$$

$$8) \begin{vmatrix} -2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -1 & -2 & 0 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } 5.$$

$$9) \begin{vmatrix} -21 & 1 & 5 \\ -23 & 0 & 5 \\ -3 & -2 & 0 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } 5.$$

$$10) \begin{vmatrix} -3 & -3 & 1 \\ 3 & 3 & -4 \\ -2 & 4 & -1 \end{vmatrix}; \quad \text{Ats.: } -54.$$

$$\begin{aligned}
 11) \begin{vmatrix} -10 & -3 & 1 \\ 22 & 3 & -4 \\ 12 & 4 & -1 \end{vmatrix}; \text{ Ats.: } 0. \quad 12) \begin{vmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 0 & -4 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix}; \text{ Ats.: } 28. \\
 13) \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & 3 \\ 0 & -3 & 3 \end{vmatrix}; \text{ Ats.: } 6. \quad 14) \begin{vmatrix} -2 & 0 & 8 \\ -4 & -4 & 19 \\ 0 & -3 & 2 \end{vmatrix}; \text{ Ats.: } -2. \\
 15) \begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 & 6 \\ 6 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & 0 & -3 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \text{ Ats.: } 15. \quad 16) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \text{ Ats.: } -20. \\
 17) \begin{vmatrix} 2 & 4 & -6 & 3 \\ -1 & 2 & 5 & -4 \\ 7 & -8 & -9 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \text{ Ats.: } 364. \quad 18) \begin{vmatrix} 1 & 1 & -4 & 4 \\ 5 & -4 & -4 & 4 \\ 1 & 0 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & 4 \end{vmatrix}; \text{ Ats.: } -6.
 \end{aligned}$$

2. Išspręskite lygtis:

$$\begin{aligned}
 1) \begin{vmatrix} x & -3 \\ 8 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x^2 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} - 10 = 0; \text{ Ats.: } 0; -2. \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & x^2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -5 & x \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + 16 = 0; \text{ Ats.: } -3; 6. \\
 3) \begin{vmatrix} x^2 - 3 & 5 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5x & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 7x \cdot \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 3; \text{ Ats.: } -2; -1.
 \end{aligned}$$

3. Išspręskite nelygybes:

$$\begin{aligned}
 1) x^2 + \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ x & -4 \end{vmatrix} \leq 0; \text{ Ats.: } -4 \leq x \leq 5. \quad 2) \begin{vmatrix} 3 & 15 - x^2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \geq \begin{vmatrix} 9 & 5 \\ 4 & x \end{vmatrix}; \text{ Ats.: } x \leq 4, \quad x \geq 5. \\
 3) \begin{vmatrix} x^2 & 2 \\ x & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} < 0; \text{ Ats.: } -2 < x < 4.
 \end{aligned}$$

Atvirkštinė matrica

Raskite šių matricų atvirkštines matricas:

$$\begin{aligned}
 1. \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } \frac{1}{21} \begin{pmatrix} 9 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad 2. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \\
 3. \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } \frac{1}{42} \begin{pmatrix} 7 & 11 & 5 \\ -7 & 7 & 7 \\ 7 & -1 & 11 \end{pmatrix} \quad 4. \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 & 13 & 9 \\ 0 & 5 & 5 \\ 2 & -7 & -6 \end{pmatrix} \\
 5. \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } \begin{pmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad 6. \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$7. \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } \frac{1}{10} \begin{pmatrix} -1 & -3 & 5 \\ 8 & 14 & -10 \\ 3 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 10. \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \text{ Ats.: } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Tiesinių lygčių sistemos. Kramerio taisyklė

Išspręskite lygčių sistemas taikydami *Kramerio* formules:

$$1) \begin{cases} x - y = 1, \\ 2x + 3y = 7; \end{cases} \text{ Ats.: } (2;1).$$

$$2) \begin{cases} 2x - y = 1, \\ 4x - 2y = 1; \end{cases} \text{ Ats.: } \&.$$

$$3) \begin{cases} 3x - y = -5, \\ 4x + 2y = 0; \end{cases} \text{ Ats.: } (-1;2).$$

$$4) \begin{cases} y - 3x = -1, \\ 2x + y = 4; \end{cases} \text{ Ats.: } (1;2).$$

$$5) \begin{cases} x - y + z = 6, \\ 2x + y + z = 3, \\ x + y + 2z = 5; \end{cases} \text{ Ats.: } (1;-2;3).$$

$$6) \begin{cases} 5x - 3y - z = 6, \\ 4x + y + 5z = -1, \\ 2x + 4y + z = 1; \end{cases} \text{ Ats.: } (1;0;-1).$$

$$7) \begin{cases} x - 2y = 3, \\ 3x - 5z = 23, \\ 2x + y - 5z = 21; \end{cases} \text{ Ats.: } (1;-1;-4).$$

$$8) \begin{cases} 3x - 4y + 4z = 11, \\ 5x + 5y + z = -11, \\ 4x + 2y - z = -1; \end{cases} \text{ Ats.: } (1;-3;-1).$$

$$9) \begin{cases} 3x + 2y - z = -9, \\ 2x + y + z = -10, \\ 5x - 2y - 4z = 8; \end{cases} \text{ Ats.: } (-2;-3;-3).$$

$$10) \begin{cases} 2x - y + 3z = 1, \\ x + y + z = 2, \\ 4x - 2y + 6z = 1; \end{cases} \text{ Ats.: } \&.$$

$$11) \begin{cases} x - 2y + z = 1, \\ y - 2z = 3, \\ 2x - 4y + 2z = 2; \end{cases} \text{ Ats.: } (3t + 7; 2t + 3; t). \quad 12) \begin{cases} 3x - 3y - 4z = -28, \\ 3x - 3y + 3z = 0, \\ y = 2; \end{cases} \text{ Ats.: } (-2; 2; 4).$$

$$13) \begin{cases} x + 2y - z = 3, \\ 2x - y + 2z = -2, \\ 3x + y - 4z = 11; \end{cases} \text{ Ats.: } (1;0;-2). \quad 14) \begin{cases} 2x - y + z = 6, \\ 3x + z = 7, \\ y + 2z = 1; \end{cases} \text{ Ats.: } (2;-1;1).$$

$$15) \begin{cases} 2x - y - z = -6, \\ x - 2y + z = -3, \\ 3x + y - 2z = -5; \end{cases} \text{ Ats.: } (-1;2;2). \quad 16) \begin{cases} x - 2y - 2z = 3, \\ 2x - y = 4, \\ y + 3z = 1; \end{cases} \text{ Ats.: } (1;-2;1).$$

Tiesinių lygčių sistemų sprendimas Gauso – Žordano metodu

Išspręskite lygčių sistemas Gauso – Žordano metodu:

$$1) \begin{cases} x + 2y + 3z = 6, \\ 4x - y + 2z = 5, \\ y - z = 0; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (1;1;1).$$

$$2) \begin{cases} 4x - y + z = 5, \\ x - y - z = 3, \\ 2x + 2y + 3z = 0; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (2;1;-2).$$

$$3) \begin{cases} x - y - 3z = -7, \\ -x + 2y - z = 0, \\ 3x + z = 2; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (0;1;2).$$

$$4) \begin{cases} 4x + 2z = 10, \\ -2x + 2y = 2, \\ x + y - 5z = -12; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (1;2;3).$$

$$5) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 3x + 2y + z = 0, \\ 2x + 2y + 2z = 0; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (t;-2t;t).$$

$$6) \begin{cases} x - y + z = 2, \\ 2x + y - 2z = 6, \\ 3x + 2y + 4z = 17; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (3;2;1).$$

$$7) \begin{cases} 2x + 2y - z = 4, \\ -2x + y = -1, \\ 4x - y + z = 3; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (1;1;0).$$

$$8) \begin{cases} x - y + z = 5, \\ 3x + 2z = 14, \\ 4y - 5z = -5; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (4;0;1).$$

$$9) \begin{cases} -3x - y + z = 8, \\ x - z + 2y = -3, \\ 4x - 3y = -11; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (-2;1;3).$$

$$10) \begin{cases} x + y + 2z = 1, \\ 2x + 2y + 4z = 1, \\ 3x + 3y + 6z = 0; \end{cases} \quad \text{Ats.: } \&.$$

$$11) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (-1;0;3).$$

$$12) \begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 17, \\ 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 15; \end{cases} \quad \text{Ats.: } \&.$$

$$13) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{Ats.: } \left(\frac{7-3t}{4}; \frac{5-t}{4}; t\right).$$

$$14) \begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_3 - x_4 = 0; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (1;1;1;1).$$

$$15) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = 2, \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 2; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (1;0;0;1).$$

$$16) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6, \\ x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 1; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (1;1;1;0).$$

Tiesinių lygčių sistemos sprendimas atvirkštinės matricos metodu

Išspręskite lygčių sistemas atvirkštinės matricos metodu:

$$1) \begin{cases} 4x + y + 5z = -1, \\ -5x + 3y + z = -6, \\ 2x + 4y + z = 1; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (1;0;-1).$$

$$2) \begin{cases} 2x + y + 3z = 15, \\ 5x + 2y + 5z = 28, \\ -2x + 5y - 4z = -25, \end{cases} \quad \text{Ats.: } (2;-1;4).$$

$$3) \begin{cases} 3x - 3y + 3z = -9, \\ 2x + 4y + 5z = -3, \\ 3x - y - 4z = 0; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (-1;1;-1).$$

$$4) \begin{cases} 3x - 2y - 2z = 1, \\ -2x - 3z = 12, \\ -x - 4y + 5z = 5; \end{cases} \quad \text{Ats.: } (-3;-3;-2).$$