

Aštuntos pratybos
(Kodavimas)

Užduotis 1

Ar kodas $c : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}^*$ iššifruojamas ? p-kodas ?

- 1) $\mathcal{A} = \{a, b\}, \mathcal{B} = \{0, 1\}, c(a) = 0, c(b) = 01$.
- 2) $\mathcal{A} = \{A, B, C, D, E\}, \mathcal{B} = \{0, 1\}, c(A) = 00, c(B) = 10, c(C) = 101, c(D) = 110, c(E) = 1001$.

Atsakymas

- 1) Iššifruojamas, nes užkoduotą seką visada galėsime dekoduoti vienareikšmiškai: jei už nulio stovi vienetą, tai buvo užkoduotas b , priešingu atveju a . Ne p-kodas, nes simbolio a kodas 0 yra priešdėlis simbolio 1 kodo 01.
- 2) Nėra iššifruojamas, nes $c(CB) = c(BD) = 10110$. Tuo pačiu nėra ir p-kodas, nes žinome, kad bet kuris p-kodas yra iššifruojamas.

Užduotis 2

Tegu $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_{12}\}, \mathcal{B} = \{0, 1, 2, 3\}$. Sudaryti p-kodą $c : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}^*$, kurio elementarių kodų ilgiai 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5, jei toks egzistuoja.

Sprendimas

Patikrinsim pagal Krafo-Makmilano nelygybę

$$\sum_{i=1}^m \frac{1}{n^{d_i}} \leq 1,$$

ar toks p-kodas egzistuoja. Šiuo atveju $m = 12, n = 4$, ir nesunku patikrinti, kad nelygybė

$$3 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4^2} + 4 \cdot \frac{1}{4^3} + 2 \cdot \frac{1}{4^4} + 1 \cdot \frac{1}{4^5} \leq 1$$

iš tikro yra patenkinta. Taigi, toks p-kodas egzistuoja.

Sudarinėdami jį pagal teorijoje aprašytą procedūrą (penktos kurso dalies pirmo paragrafo paskutinis pavyzdys), gauname tokį kodą (be abejo, jis ne vienintelis):

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$c(a_i)$	0	1	2	30	31	320	321	322	323	3300	3301	33020

Užduotis 3

Tegu $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_9\}$, $\mathcal{B} = \{0, 1\}$. Sudaryti Šenono–Fano kodą $c : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}^*$ šaltiniui su abėcėle \mathcal{A} ir tikimybėmis 0.29, 0.21, 0.16, 0.11, 0.08, 0.07, 0.04, 0.03, 0.01. Rasti vidutinį žodžių ilgį $l(c)$.

Sprendimas

Iš pradžių elementariems kodams parenkame tokius ilgius s_1, s_2, \dots, s_m , kad būtų

$$n^{-s_i} \leq p_i < n^{-s_i+1}, \quad i = 1, \dots, m,$$

čia $m = 9$, $n = 2$. Tada sudarome p-kodą su duotais ilgiais kaip pereitame uždavinyje. Gauname tokius ilgius ir, pavyzdžiui, tokį kodą.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
s_i	2	3	3	4	4	4	5	6	7
$c(a_i)$	00	010	011	1000	1001	1010	10110	101110	1011110

Vidutinis žodžių ilgis

$$l(c) = 2 \times 0.29 + 3 \times 0.21 + 3 \times 0.16 + 4 \times 0.11 + 4 \times 0.08 + 4 \times 0.07 + 5 \times 0.04 + 6 \times 0.03 + 7 \times 0.01 = 3.18.$$

Užduotis 4

Sudaryti n -narių Hafmano kodą šaltiniui iš pereito uždavinio. Rasti vidutinį žodžių ilgį $l(c)$.

1) $n = 2$,

2) $n = 4$.

Sprendimas

1) Vėlgi, pabrėžiu, kad gautas kodas nėra vienintelis.

\mathcal{A}_1	c_1	\mathcal{A}_2	c_2	\mathcal{A}_3	c_3	\mathcal{A}_4	c_4	\mathcal{A}_5	c_5	\mathcal{A}_6	c_6	\mathcal{A}_7	c_7	\mathcal{A}_8	c_8
0.29	01	0.29	01	0.29	01	0.29	01	0.29	01	<u>0.31</u>	00	<u>0.40</u>	1	<u>0.6</u>	0
0.21	10	0.21	10	0.21	10	0.21	10	0.21	10	0.29	01	0.31*	00	0.4	1
0.16	000	0.16	000	0.16	000	0.16	000	<u>0.19</u>	11	0.21*	10	0.29*	01		
0.11	110	0.11	110	0.11	110	<u>0.15</u>	001	0.16*	000	0.19*	11				
0.08	111	0.08	111	0.08	111	0.11*	110	0.15*	001						
0.07	0011	0.07	0011	<u>0.08*</u>	0010	0.08*	111								
0.04	00100	0.04*	00100	0.07*	0011										
0.03*	001010	<u>0.04*</u>	00101												
0.01*	001011														

$$l(c) = 2.77.$$

2) Visų pirma reikia paskaičiuoti, kiek pirmame žingsnyje turime sujungti simbolių. Pasinaudosime tuo, kad šis skaičius u tenkina tokias sąlygas:

$$u \equiv m \pmod{(n-1)}, \quad 2 \leq u \leq n,$$

čia $n = 4$, $m = 9$, t.y.

$$u \equiv 9 \pmod{3}, \quad 2 \leq u \leq 4,$$

iš kur ir gauname $u = 3$.

\mathcal{A}_1	c_1	\mathcal{A}_2	c_2	\mathcal{A}_3	c_3
0.29	1	0.29	1	<u>0.34</u>	0
0.21	2	0.21	2	0.29	1
0.16	3	0.16	3	0.21	2
0.11	00	0.11*	00	0.16	3
0.08	01	0.08*	01		
0.07	03	<u>0.08*</u>	02		
0.04*	020	0.07*	03		
0.03*	021				
0.01*	022				

$$l(c) = 1.42.$$

Užduotis 5

Lempelo-Zivo metodu suspausti pranešimą

$$S = vai_tai_tai_vai_tai_tai_vai_tai_vai_tai_vai_tai_tai$$

Sprendimas

Sudarome žodyną D ir suspaustą pranešimą C :

D	C
1 v	0 v
2 a	0 a
3 i	0 i
4 $_$	0 $_$
5 t	0 t
6 ai	2 i
7 $_t$	4 t
8 $ai_$	6 $_$
9 va	1 a
10 $i_$	3 $_$
11 ta	5 a
12 i_t	10 t
13 ai_v	8 v
14 ai_t	8 t
15 ai_va	13 a
16 i_ta	12 a
17 i_v	10 v
18 ai_ta	14 a
19 i_tai	16 i

Atsakymas

$$C = 0v0a0i0_0t2i4t6_1a3_5a10t8v8t13a12a10v14a16i$$

Užduotis 6

Atstatyti pranešimą, suspaustą Lempelo-Zivo metodu:

$$C = 0o0p0a0_1p3_5a2a4o8_7_7p3$$

Sprendimas

Sudarome žodyną D iš suspausto pranešimo C porų:

D	C
1 o	0 o
2 p	0 p
3 a	0 a
4 $_$	0 $_$
5 op	1 p
6 $a_$	3 $_$
7 opa	5 a
8 pa	2 a
9 $_o$	4 o
10 $pa_$	8 $_$
11 $opa_$	7 $_$
12 $opap$	7 p
	3

Sudarinėdami iš karto rašome pradinį pranešimą, kuris bus toks:

$$S = opa_opa_opapa_opa_opa_opapa$$

Namų darbai.

1. $\mathcal{A} = \{A, B, C, D\}$, $\mathcal{B} = \{0, 1\}$, $c(A) = 0$, $c(B) = 01$, $c(C) = 011$, $c(D) = 111$.

Atsakymas: taip, ne.

3. $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_7\}$, $\mathcal{B} = \{0, 1\}$, tikimybės 0.2, 0.2, 0.19, 0.12, 0.11, 0.09, 0.09.

Atsakymas:

i	1	2	3	4	5	6	7
s_i	3	3	3	4	4	4	4
$c(a_i)$	000	001	010	0110	0111	1000	1001

$$l(c) = 3.41.$$

4. $n = 2$, tikimybės iš pereinamojo uždavinio.

Atsakymas:

i	1	2	3	4	5	6	7
$c(a_i)$	10	11	000	010	011	0010	0011

$$l(c) = 2.78.$$

5. S = šešios žąsys su šešiais žąsyčiais

Atsakymas: $C = 0š0e1i0o0s0_0ž0ą5y5_5u6š2š0i0a14s6ž8s0y0č14a16$