

Antros pratybos

1 užduotis

Užrašyti duotų sakinių neiginius.

- 1) Durys atsivėrė, ir katė išėjo lauk.
- 2) Jei knyga plona, tai aš ją skaitysiu.

Sprendimas

- 1) Pažymėkime teiginius:

p “Durys atsivėrė”,

q “Katė išėjo lauk”.

Tada sakinį galime užrašyti formule $p \wedge q$. Jos neiginys bus

$$\neg(p \wedge q) \sim \neg p \vee \neg q$$

Todėl duoto sakinio neiginys bus:

Durys neatsivėrė, arba katė neišėjo lauk.

- 2) Pažymėkime teiginius:

p “Knyga yra plona”,

q “Aš ją skaitysiu”.

Tada sakinį galime užrašyti formule $p \rightarrow q$. Jos neiginys bus

$$\neg(p \rightarrow q) \sim \neg(\neg p \vee q) \sim \neg(\neg p) \wedge \neg q \sim p \wedge \neg q$$

Todėl duoto sakinio neiginys bus:

Nors knyga ir plona, bet aš jos neskaitysiu.

Namų darbai

- 1) Jei vakare šals arba lis, tai aš niekur neisiu ir žiūrėsiu televizorių.
- 2) Jei egzaminas bus sunkus arba aš suklysiu, tai neišlaikysiu ir negausiu stipendijos.

Atsakymas.

- 1) Vakare šals arba lis, bet aš kur nors eisiu arba nežiūrėsiu televizoriaus.
- 2) Egzaminas bus sunkus arba aš suklysiu, bet aš išlaikysiu arba gausiu stipendiją.

2 užduotis.

Įkelti neiginį į skliaustus ir suprastinti:

$$\neg((\neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg(p \wedge r))).$$

Sprendimas.

$$\begin{aligned} & \neg((\neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg(p \wedge r))) \sim \\ & \sim \neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg(q \vee \neg(p \wedge r)) \sim \\ & \sim (p \wedge q) \vee (\neg q \wedge (p \wedge r)) \sim \\ & \sim (p \wedge q) \vee (\neg q \wedge p \wedge r) \sim \\ & \sim p \wedge (q \vee (\neg q \wedge r)) \sim \quad (\text{pasinaudokime distributyvumo dėsniu}) \\ & \sim p \wedge ((q \vee \neg q) \wedge (q \vee r)) \sim \\ & \sim p \wedge (1 \wedge (q \vee r)) \sim \\ & \sim p \wedge (q \vee r) \end{aligned}$$

Namų darbai

- 1) $\neg(p \vee (q \wedge p))$ Ats.: $\neg p$
- 2) $\neg(p \wedge (q \vee (\neg p \vee (p \wedge \neg p))))$ Ats.: $\neg p \vee \neg q (\sim p / q)$

3 užduotis

Irodyti, naudojantis logikos dėsniais.

- 1) $p \sim (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)$
- 2) $\neg p \leftrightarrow q \sim \neg q \leftrightarrow p$
- 3) $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow ((q \wedge r) \rightarrow (p \wedge r)) \sim t$

Sprendimas

- 1) $(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \sim$ (iškeliamo p)
 $\sim p \wedge ((\neg q \wedge \neg r) \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge r)) \sim$ (iškeliamo q ir $\neg q$)
 $\sim p \wedge ((q \wedge (r \vee \neg r)) \vee (\neg q \wedge (\neg r \vee r))) \sim$
 $\sim p \wedge ((q \wedge t) \vee (\neg q \wedge t)) \sim$
 $\sim p \wedge (q \vee \neg q) \sim$
 $\sim p \wedge t \sim$
 $\sim p$
- 2) $\neg p \leftrightarrow q \sim$
 $\sim (\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p) \sim$
 $\sim (p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p) \sim$
 $\sim (q \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q) \sim$
 $\sim (\neg q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow \neg q) \sim$
 $\sim \neg q \leftrightarrow p$
- 3) $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow ((q \wedge r) \rightarrow (p \wedge r)) \sim$
 $\sim \neg(p \vee \neg q) \vee (\neg(q \wedge r) \vee (p \wedge r)) \sim$
 $\sim (\neg p \wedge q) \vee \neg q \vee \neg r \vee (p \wedge r) \sim$ (iškeliamo $\neg q$ į pirmus skliaustus, $\neg r$ į antrus)
 $\sim (\neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg q) \vee (\neg r \vee p) \wedge (\neg r \vee r) \sim$
 $\sim (\neg p \vee \neg q) \wedge t \vee (\neg r \vee p) \wedge t \sim$
 $\sim \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee p \sim$ (sugrupuojame)
 $\sim (\neg p \vee p) \vee \neg q \vee \neg r \sim$
 $\sim t \vee \neg q \vee \neg r \sim$
 $\sim t$

Namų darbai

- 1) $(p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow \neg r) \sim \neg(p \wedge (q \vee r))$
- 2) $p \rightarrow (q \vee r) \sim \neg q \rightarrow (\neg p \vee r)$

4 uždutis

Išreikšti visas logines operacijas ir logines konstantas per:

- 1) \neg ir \rightarrow ,
- 2) $|$,
- 3) \oplus , \vee ir t .

Sprendimas

Išvedinėdami naudojamės jau gautom išraiškom.

- 1) $p \vee q \sim \neg p \rightarrow q$
 $p \wedge q \sim \neg(\neg p \vee \neg q) \sim \neg(p \rightarrow \neg q)$ (naudojamės \vee)
 $p \leftrightarrow q \sim (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \sim \neg((p \rightarrow q) \rightarrow \neg(q \rightarrow p))$ (naudojamės \wedge)
 $p | q \sim \neg(p \wedge q) \sim p \rightarrow \neg q$ (naudojamės \wedge)
 $p \oplus q \sim \neg(p \leftrightarrow q) \sim (p \rightarrow q) \rightarrow \neg(q \rightarrow p)$ (naudojamės \leftrightarrow)
 $k \sim p \wedge \neg p \sim \neg(p \rightarrow p)$ (naudojamės \wedge)
 $t \sim \neg k \sim p \rightarrow p$ (naudojamės k)
- 2) $\neg p \sim \neg(p \wedge p) \sim p | p$
 $p \wedge q \sim \neg(p | q) \sim (p | q) | (p | q)$ (naudojamės \neg)
 $p \vee q \sim \neg(\neg p \wedge \neg q) \sim \neg p | \neg q \sim (p | p) | (q | q)$ (naudojamės \neg)
 $p \rightarrow q \sim \neg p \vee q \sim p | \neg q \sim p | (q | q)$ (naudojamės \vee ir \neg)
 $p \leftrightarrow q \sim (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \sim (p | (q | q)) \wedge (q | (p | p)) \sim$ (naudojamės \rightarrow ir \wedge)
 $\sim ((p | (q | q)) | (q | (p | p))) | ((p | (q | q)) | (q | (p | p)))$
 $p \oplus q \sim \neg(p \leftrightarrow q) \sim$ (naudojamės \leftrightarrow)
 $\sim (((p | (q | q)) | (q | (p | p))) | ((p | (q | q)) | (q | (p | p)))) |$
 $((p | (q | q)) | (q | (p | p))) | ((p | (q | q)) | (q | (p | p)))$
 $t \sim p \rightarrow p \sim p | (p | p)$ (naudojamės \rightarrow , ir t iš uždavinio pirmos dalies)
 $k \sim \neg t \sim (p | (p | p)) | (p | (p | p))$ (naudojamės t)
- 3) $\neg p \sim p \oplus t$
 $p \wedge q \sim \neg(\neg p \vee \neg q) \sim ((p \oplus t) \vee (q \oplus t)) \oplus t$ (naudojamės \neg)
 $p \rightarrow q \sim \neg p \vee q \sim (p \oplus t) \vee q$ (naudojamės \neg)
 $p \leftrightarrow q \sim \neg(p \oplus q) \sim (p \oplus q) \oplus t$ (naudojamės \neg)
 $p | q \sim \neg(p \wedge q) \sim \neg p \vee \neg q \sim (p \oplus t) \vee (q \oplus t)$ (naudojamės \neg)
 $k \sim \neg t \sim t \oplus t$ (naudojamės \neg)

Namų darbai

- 1) \neg ir \vee ,
- 2) \rightarrow ir k .